

**Versuch 501 "Ablenkung eines
Elektronenstrahls im elektrischen Feld"**
**Versuch 502 "Ablenkung eines
Elektronenstrahls im transversalen
Magnetfeld"**

Robert Konradi
robert.konradi@tu-dortmund.de

Lauritz Klünder
lauritz.kluender@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.07.2018, Abgabe: 10.07.2018

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Zielsetzung | 3 |
| 2 | Theorie | 3 |
| 2.1 | Elektronenstrahl im elektrischen Feld | 3 |
| 2.2 | Elektronenstrahl im transversalen Magnetfeld | 4 |
| 3 | Durchführung | 5 |
| 3.1 | Elektronenstrahl im elektrischen Feld | 5 |
| 3.2 | Elektronenstrahl im transversalen Magnetfeld | 6 |
| 4 | Auswertung | 7 |
| 4.1 | Ablenkung im elektrischen Feld | 7 |
| 4.2 | Auslenkung im magnetischen Feld | 11 |
| 5 | Diskussion | 13 |
| | Literatur | 13 |

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird zunächst das Verhalten von einem Elektronenstrahl im elektrischen Feld untersucht und daraufhin das Verhalten in einem transversalen Magnetfeld.

2 Theorie

2.1 Elektronenstrahl im elektrischen Feld

Die Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld kann mit einer Kathodenstrahlröhre durchgeführt werden. Der schematische Aufbau dieser ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Kathodenstrahlröhre ist evakuiert, da sonst die Elektronen mit den Luftmolekülen Wechselwirken würden.

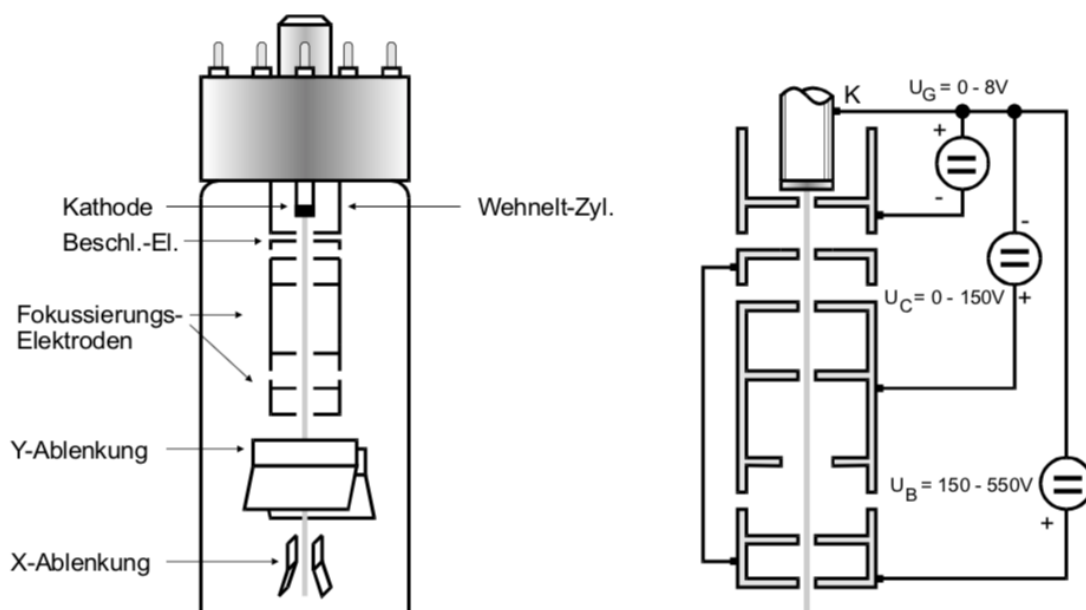


Abbildung 1: Schematische Darstellung einer Kathodenstrahlröhre [1].

Die Kathodenstrahlröhre besteht aus drei Teilen. Im ersten Teil werden die Elektronen durch Glühemission einer Kathode erzeugt. Diese Kathode ist von einem Wehnelt-Zylinder umgeben, an dem eine Gegenspannung der Kathode gegenüber anliegt. Durch diese Spannung kann die Intensität des Elektronenstrahls eingestellt werden. Daraufhin folgt eine starke Beschleunigungsspannung U_B . Während der Beschleunigung wird durch inhomogene elektrische Felder der Elektronenstrahl fokussiert. Die Geschwindigkeit v_z , auf welche die Elektronen beschleunigt werden lässt sich aus dem Energiesatz herleiten

$$\frac{m_0 v_z^2}{2} = e_0 U_b.$$

Dabei ist m_0 die Elektronenmasse und e_0 die Elementarladung.

In dem zweiten Teil befindet sich das Ablensystem für den Elektronenstrahl. Dieses besteht aus zwei senkrecht zueinander stehenden Kondensatoren. Damit kann der Elektronenstrahl in zwei Richtungen abgelenkt werden. Als letztes folgt ein Leuchtschirm, der an dem Auftreffpunkt des Elektronenstrahls leuchtet.

Nun wird ein Zusammenhang zwischen der Verschiebung D auf dem Schirm und der Ablenkspannung U_d hergeleitet. Dazu werden die in Abbildung 2 angegebenen Bezeichnungen verwendet.

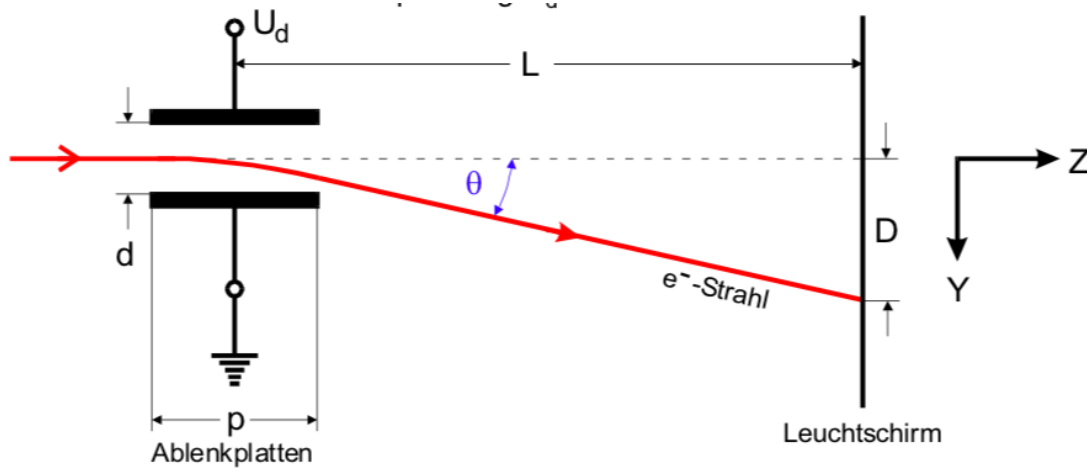


Abbildung 2: Skizze des Ablenkvorganges in einer Kathodenstrahlröhre [1].

Mithilfe geometrischer Überlegungen dann der Zusammenhang

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_B}. \quad (1)$$

Mit einer Kathodenstrahlröhre kann außerdem ein Oszillograph realisiert werden, der eine Zeitabhängige Wechselspannung darstellen kann. Dazu wird an das Plattenpaar, welches für die horizontale Ablenkung verantwortlich ist, eine Sägezahnspannung angeschlossen. Diese steigt mit der Zeit an und springt bei einem Maximalwert wieder auf den Anfangswert zurück. An das andere Plattenpaar wird dann die zu untersuchende Wechselspannung angeschlossen. Damit der zeitliche Verlauf der Wechselspannung dargestellt werden kann müssen die Frequenzen der beiden Spannungen die Synchronisationsbedingung erfüllen

$$n\nu_{Sä} = m\nu_{We} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

2.2 Elektronenstrahl im transversalen Magnetfeld

Auf eine Ladung q in homogenen Magnetfeldern \vec{B} wirkt die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Dabei ist \vec{v} die Geschwindigkeit der Ladung. Ein Magnetfeld lenkt eine Ladung also ab, allerdings wird an der Ladung keine Arbeit verrichtet. Das bedeutet, dass $|\vec{v}|$ konstant bleibt und somit bewegt sich die Ladung auf einer Kreisbahn im Magnetfeld, wenn sie senkrecht in das Magnetfeld eindringt.

Mithilfe einer Kathodenstrahlröhre und einem homogenen Magnetfeld lässt sich nun die spezifische Ladung von Elektronen $\frac{e_0}{m_0}$ bestimmen. Der Zusammenhang zwischen Ablenkung D und spezifische Ladung der Elektronen ergibt sich zu

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B. \quad (3)$$

Die Bezeichnungen sind dabei analog zu dem ersten Teil.

3 Durchführung

3.1 Elektronenstrahl im elektrischen Feld

In diesem Versuch wird zunächst die Proportionalität zwischen D und U_d überprüft bei fünf verschiedenen Beschleunigungsspannungen. Dabei wird die Schaltung verwendet die in Abbildung 3 dargestellt ist.

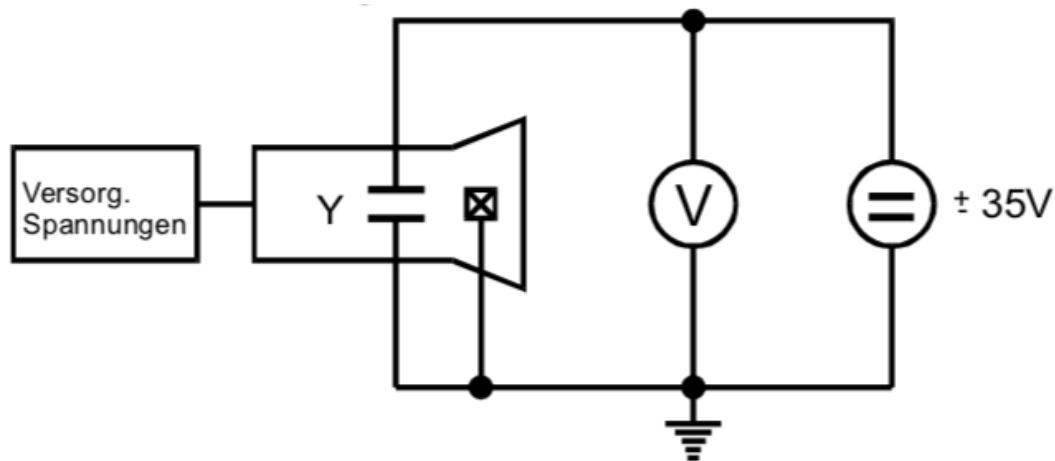


Abbildung 3: Schaltung zur Bestimmung der Proportionalität von D und U_d [1].

Daraufhin wird durch Anschließen einer Sägezahnspannung und einer Sinusspannung an der Kathodenstrahlröhre ein Oszillograph hergestellt. Durch Variation der Sägezahnfrequenz werden vier verschiedene Frequenzen bestimmt, bei denen ein stehendes Bild der Sinusspannung zu sehen ist, bei denen also Gleichung 2 erfüllt ist. Dabei wird die Schaltung, die in Abbildung 4 gezeigt ist verwendet.

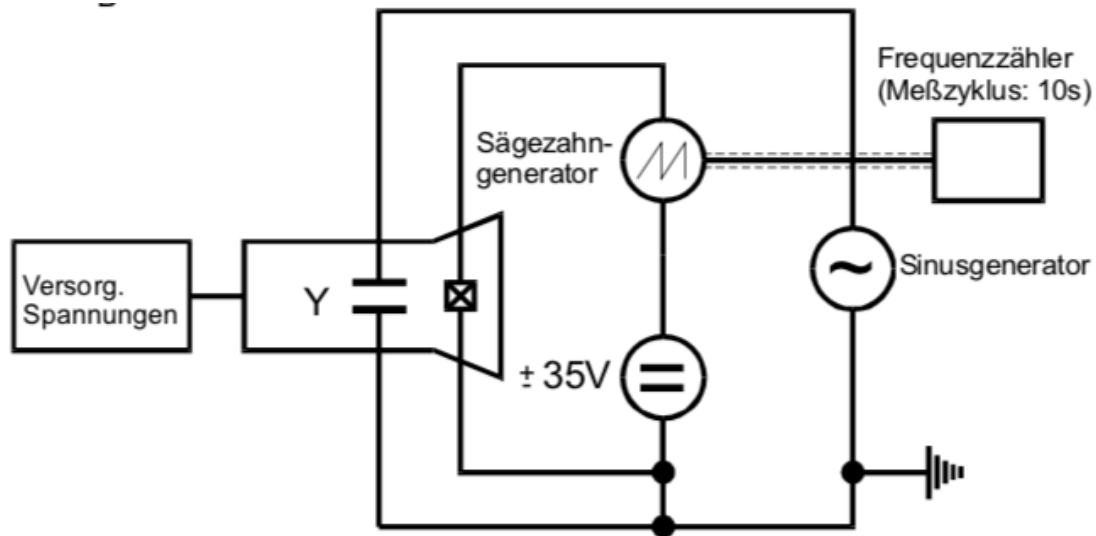


Abbildung 4: Schaltung für einen Kathodenstrahl-Oszillographen [1].

3.2 Elektronenstrahl im transversalen Magnetfeld

Bei diesem Versuch wird zunächst die Ablenkung von Elektronen durch ein nahezu homogenes Magnetfeld bestimmt. Dazu wird eine Helmholtz-Spule verwendet. Das Magnetfeld dieser Spule lässt sich mit folgender Gleichung bestimmen

$$B = \mu_0 \frac{8NI}{\sqrt{125}R}. \quad (4)$$

Dabei ist N die Windungszahl, I der Spulenstrom, R der Spulenradius und μ_0 ist die magnetische Feldkonstante.

Nun wird die Strahlenverschiebung D in Abhängigkeit von dem Magnetfeld B für verschiedene Beschleunigungsspannungen gemessen.

Daraufhin wird noch das lokale Erdmagnetfeld bestimmt. Dazu wird die Kathodenstrahlröhre in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Daraufhin wird die Röhre in Ost-West-Richtung gedreht. Danach wird das Magnetfeld der Helmholtz-Spule eingeschaltet und so hoch gedreht, dass die Strahlenverschiebung durch das Erdmagnetfeld kompensiert wird. Dieses Magnetfeld ist dann die Horizontalkomponente des Magnetfeldes B_{hor} . Zur Bestimmung von B_{total} wird nun noch der Inklinationwinkel φ bestimmt, der Winkel zwischen Horizontalebene und Richtung des Erdfeldes. Dazu wird ein Kompass in der horizontalen Ebene der Kathodenstrahlröhre in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet und dann um 90° geschwenkt. Dann zeigt der Kompass genau φ an.

In der Abbildung 5 sind die Abmessungen der Kathodenstrahlröhre dargestellt.

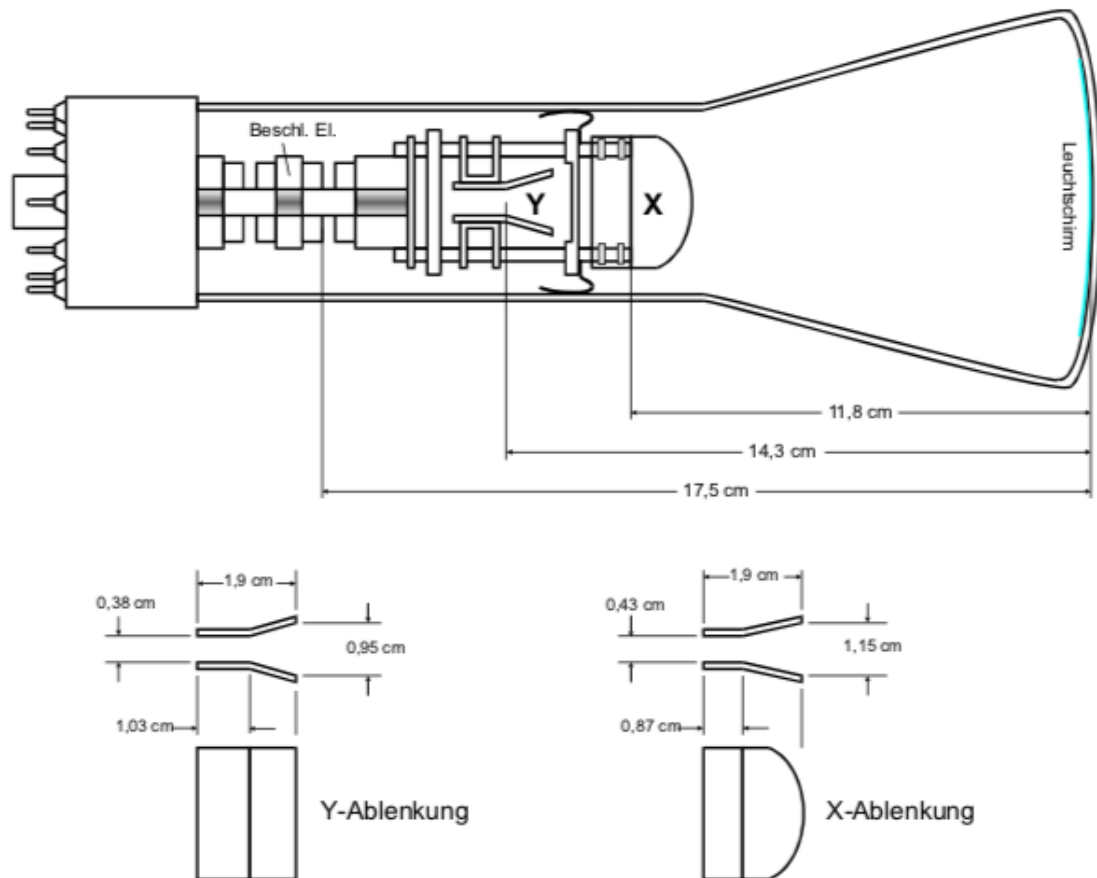


Abbildung 5: Konstruktionszeichnung der Kathodenstrahlröhre [1].

4 Auswertung

4.1 Ablenkung im elektrischen Feld

Es werden die Messdaten D , U_d und die Beschleunigungsspannung U_B notiert. Sie sind in der Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Die Messwerte der Parameters.

| D / cm | U_d / V | U_d / V | U_d / V | U_d / V | U_d / V |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 21,9 | 28,9 | 33,8 | - | - |
| 0,635 | 19,1 | 24,6 | 29,0 | - | - |
| 1,270 | 14,9 | 19,6 | 23,3 | 30,7 | - |
| 1,905 | 11,2 | 14,6 | 17,2 | 22,9 | 31,3 |
| 2,540 | 6,5 | 8,5 | 10,2 | 14,7 | 21,2 |
| 3,175 | 2,5 | 4,5 | 4,7 | 6,1 | 10,2 |
| 3,810 | -1,6 | -0,7 | -1,6 | -1,0 | -0,5 |
| 4,445 | -5,3 | -5,9 | -7,4 | -9,2 | -11,3 |
| 5,080 | -9,3 | -10,6 | -13,9 | -17,0 | -21,6 |

Nun werden die Parameter D und U_d gegeneinander aufgetragen. Dies ist in der Abbildung 6 dargestellt.

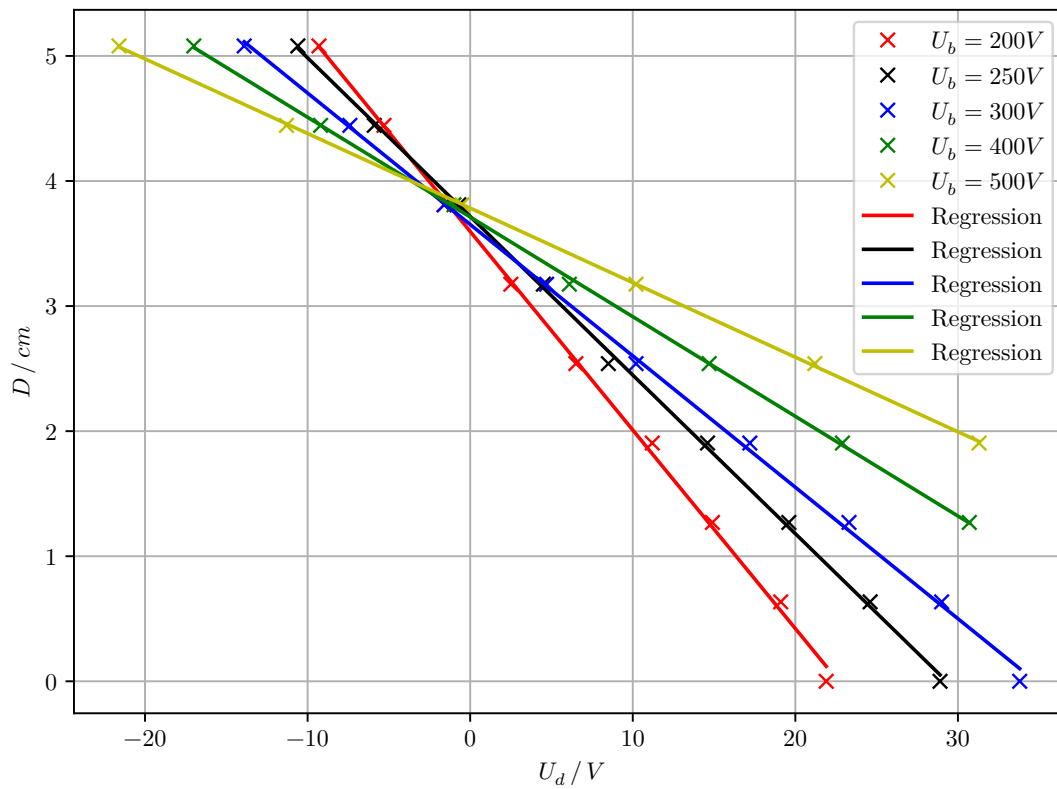


Abbildung 6: Darstellung der Messdaten.

Die Ausgleichsrechnung wurde mit Python 3.6 durchgeführt. Dazu wurde die Gleichung

1 verwendet:

$$\underbrace{\frac{D}{U_d}}_y = \underbrace{\frac{pL}{2dU_B}}_m \cdot \underbrace{U_d}_x + b$$

Die folgenden Steigungen m_{1-5} sind in der Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Ergebnis der Ausgleichsrechnung.

| | Steigung / cm/V | U_B / V |
|-------|----------------------|-----------|
| m_1 | $-0,1587 \pm 0,0022$ | 200 |
| m_2 | $-0,1268 \pm 0,0013$ | 250 |
| m_3 | $-0,1051 \pm 0,0012$ | 300 |
| m_4 | $-0,0797 \pm 0,0006$ | 400 |
| m_5 | $-0,0596 \pm 0,0003$ | 500 |

Nun wird die Steigung, in diesem Fall die Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}$ genannt, gegen $\frac{1}{U_B}$ aufgetragen. Die Darstellung ist in Abbildung 8 zu sehen.

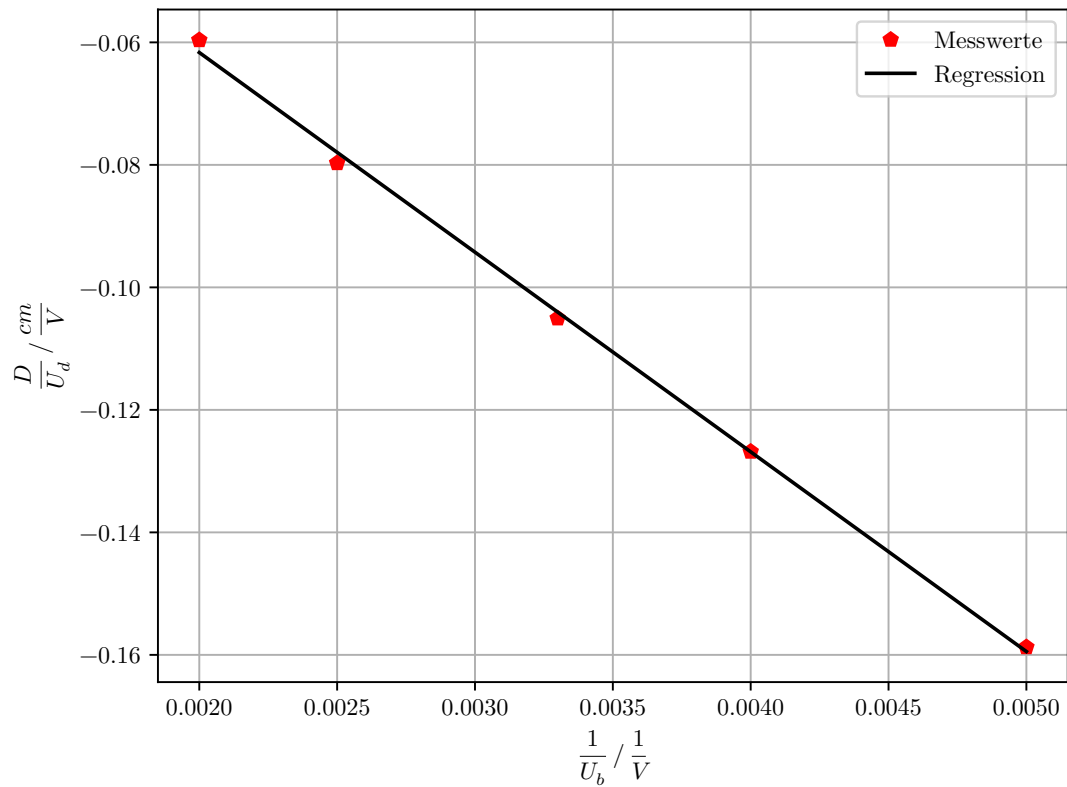


Abbildung 7: Darstellung zur Bestimmung der Konstruktionskonstante a .

Auch hier wurde eine lineare Ausgleichsrechnung mit Python 3.6 durchgeführt. Dazu wurde die Gleichung 1 erneut verwendet:

$$\underbrace{\frac{D}{U_d}}_y = \underbrace{\frac{pL}{2d}}_a \cdot \underbrace{\frac{1}{U_B}}_x + b$$

Es folgt somit für die Konstruktionskonstante a

$$|a| = (32,59 \pm 0,72) \text{ cm.}$$

Der theoretische Wert kann mithilfe der Abbildung 5 selbst errechnet werden. Dabei ist

- $p = 1,9 \text{ cm}$
- $L = 14,3 \text{ cm}$
- $d = 0,38 \text{ cm}$

Es folgt somit für die Konstruktionskonstante a_{Theo}

$$a_{\text{Theo}} = \frac{pL}{2d} = 35,75 \text{ cm}$$

Es entspricht einer Abweichung von 8,84% vom gemessenen Wert.

Es soll nun die Frequenz der Sinusspannung mithilfe der Sägezahnspannung berechnet werden. Dazu wird die Gleichung 2 genutzt. Dabei ist $m = 1$ und der Proportionalitätsfaktor $n = 0,5, 1, 2, 3$. Die Messwerte werden in die Gleichung 2 eingesetzt und berechnet. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Ergebnisse zur Bestimmung der Sinusspannung.

| ν_S / Hz | Proportionalitätsfaktor n | ν_{Si} / Hz |
|---------------------|-----------------------------|------------------------|
| 29,33 | 3 | 87,99 |
| 49,99 | 2 | 99,98 |
| 79,32 | 1 | 79,32 |
| 158,64 | 0,5 | 79,32 |

Die Ergebnisse werden nun gemittelt. Für den Mittelwert sowie die Standardabweichung werden die Formeln 5 und 6

$$\bar{\nu}_{Si} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nu_{Si,i} \quad (5)$$

$$\Delta \bar{\nu}_{Si} = \frac{1}{\sqrt{N}\sqrt{N-1}} \sqrt{\sum_i (\nu_{Si,i} - \bar{\nu}_{Si})^2} \quad (6)$$

verwendet. Es folgt für die Frequenz der Sinusspannung:

$$\nu_{si} = (86,65 \pm 4,88) \text{ Hz}$$

Des Weiteren soll der Scheitelwert mithilfe der Strahlauslenkung und der Konstruktionskonstante berechnet werden. Es wurde eine Beschleunigungsspannung $U_b = 300 \text{ V}$ angelegt. Die gemessene Konstruktionskonstante ist $a = (32,59 \pm 0,72) \text{ cm}$. Bei den Messungen ergab sich konstant eine Strahlauslenkung von $D = 3,81 \text{ cm}$. Nun kann die Gleichung 1 umgeformt werden der Plattenspannung U_d . Es folgt:

$$|U_d| = \frac{DU_B}{a} = (35,1 \pm 0,8) \text{ V}$$

Der Fehler lässt sich mithilfe der Gaußfehlerfortpflanzung wie gefolgt aufschreiben

$$\Delta U_d = \sqrt{\left(-\frac{DU_B}{a^2} \cdot \Delta a\right)^2} \quad (7)$$

4.2 Auslenkung im magnetischen Feld

Um die spezifische Ladung der Elektronen zu bestimmen, werden zunächst die Parameter der Ablenkung D und den Strom I , der durch die Helmholtzspule geht, notiert. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Darstellung der Messergebnisse.

| D / cm | I / A | I / A | I / A | I / A | I / A |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0,635 | 0,30 | 0,30 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 1,270 | 0,60 | 0,65 | 0,75 | 0,75 | 0,80 |
| 1,905 | 0,95 | 1,00 | 1,15 | 1,15 | 1,20 |
| 2,540 | 1,25 | 1,40 | 1,50 | 1,60 | 1,65 |
| 3,175 | 1,60 | 1,62 | 1,90 | 2,00 | 2,05 |
| 3,810 | 1,95 | 2,10 | 2,30 | 2,40 | 2,50 |
| 4,445 | 2,25 | 2,50 | 2,70 | 2,85 | 3,00 |
| 5,080 | 2,65 | 2,85 | 3,15 | 3,30 | 3,40 |

Für das magnetische Feld B wird die Gleichung 4 verwendet. Dabei ist die Windungszahl $N = 20$ und der Spulenradius $R = 28,2 \text{ cm}$. Mit $\frac{D}{L^2+D^2}$ für $L = 14,3 \text{ cm}$ werden die wichtigen Ergebnisse in der Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5: Darstellung der wichtigen Ergebnisse.

| $\frac{D}{L^2+D^2} / \frac{1}{m}$ | B / mT | B / mT | B / mT | B / mT | B / mT |
|-----------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0,31 | 0,01913 | 0,01913 | 0,02551 | 0,02551 | 0,02551 |
| 0,62 | 0,03826 | 0,04145 | 0,04783 | 0,04783 | 0,05102 |
| 0,92 | 0,06058 | 0,06377 | 0,07334 | 0,07334 | 0,07653 |
| 1,20 | 0,07971 | 0,08928 | 0,09566 | 0,10203 | 0,10522 |
| 1,48 | 0,10203 | 0,10331 | 0,12117 | 0,12754 | 0,13073 |
| 1,74 | 0,12117 | 0,13392 | 0,14667 | 0,15305 | 0,15943 |
| 1,98 | 0,14349 | 0,15943 | 0,17218 | 0,18175 | 0,19131 |
| 2,21 | 0,16899 | 0,18175 | 0,20088 | 0,21045 | 0,21682 |

Nun werden die Daten aus der Tabelle 5 gegeneinander aufgetragen und in der Abbildung ?? graphisch dargestellt.

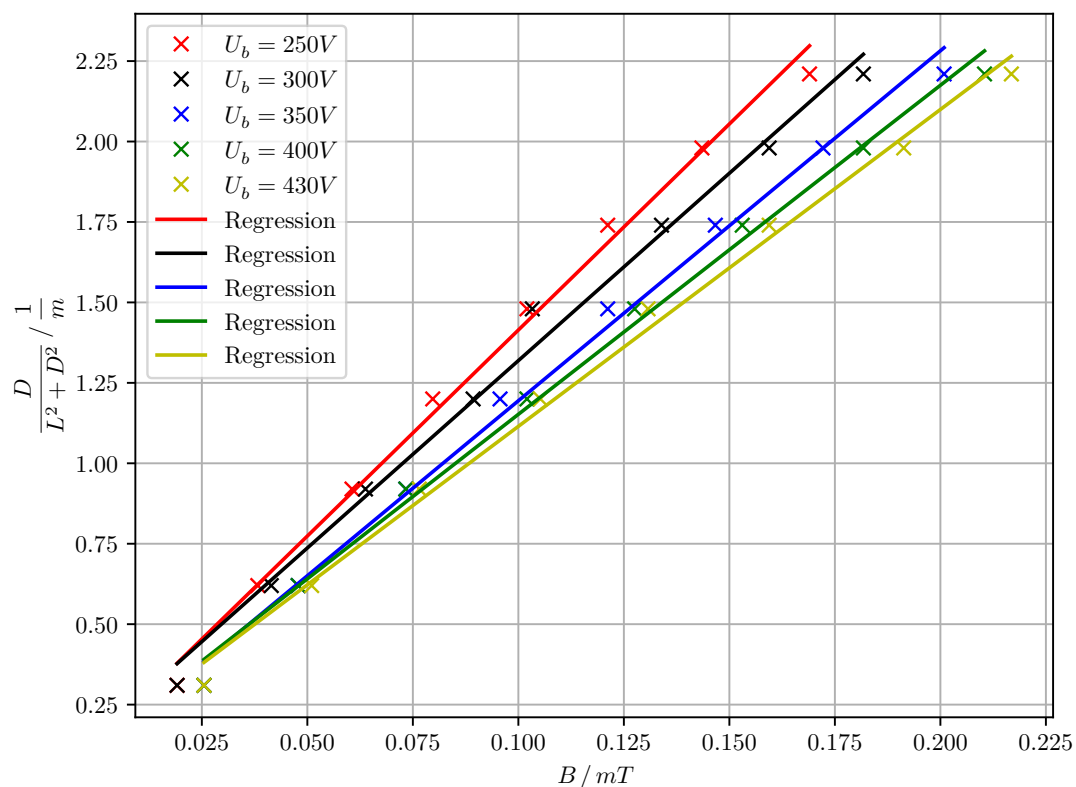


Abbildung 8: Darstellung der Messergebnisse.

Mit Python 3.6 wurde eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Dazu wurde die

Gleichung 3 verwendet:

$$\frac{D}{\underbrace{L^2 + D^2}_y} = \frac{1}{\underbrace{\sqrt{8U_B}}_m} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} \cdot \frac{B}{x} + b$$

5 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 501: Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V501.pdf>.
- [2] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 502: Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf>.