

Versuch 602 "Röntgenemission und -absorption"

Robert Konradi
robert.konradi@tu-dortmund.de

Lauritz Klünder
lauritz.kluender@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.04.2018, Abgabe: 24.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	5
3	Auswertung	6
3.1	Vorbereitung	6
3.2	Überprüfung der Bragg Bedingung	6
3.3	Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre	7
3.4	Absorptionsspektrum	8
3.4.1	Brom	8
3.4.2	Strontium	9
3.4.3	Zirkonium	9
3.4.4	Abschirmungszahl bei Mehrelektronenatomen	9
4	Diskussion	9
	Literatur	9

1 Theorie

In diesem Versuch soll Röntgenemission und -absorption analysiert werden.

Um Röntgenstrahlen zu erzeugen wird eine evakuierte Röhre benötigt, in welcher Elektronen, die aus einer Glühkathode emittiert werden, durch ein Elektrisches Feld beschleunigt werden. Die kinetische Energie der Elektronen ist dabei $E_{\text{kin}} = e \cdot U$, wobei e die Elementarladung ist.

Daraufhin treffen die Elektronen auf eine Anode, wobei die Röntgenstrahlung entsteht. Die Strahlung setzt sich aus dem kontinuierlichen Bremsspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung zusammen.

Das kontinuierliche Bremsspektrum entsteht, wenn die Elektronen durch das Coulombfeld der Atome des Anodenmaterials abgebremst werden. Die Photonen haben dabei die Energie, die das Elektron verliert. Das Bremsspektrum ist kontinuierlich, da das Elektron beliebig viel Energie durch die Abbremsung verlieren kann. Es gibt allerdings eine minimale Wellenlänge die das Photon bei dem Bremsspektrum haben kann.

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{hc}{eU} \quad (1)$$

Das charakteristische Spektrum wird erzeugt, wenn ein Atom aus dem Anodenmaterial so ionisiert wird, dass ein Elektron aus einer inneren Schale herausgelöst wird. Dann kann ein Elektron aus einer äußeren Schale den leeren Platz einnehmen. Bei diesem Vorgang wird ein Photon ausgesendet. Die Energie dieses Photons ist gerade die Energiedifferenz der beiden Energieniveaus $E_m - E_n$. Aus diesem Grund ist das charakteristische Spektrum ein Linienspektrum.

Bei Mehrelektronenatomen muss bei der Bestimmung der Energieniveaus noch eine Korrektur vorgenommen werden, da die Elektronenhüllen die Kernladung abschirmen. Damit ergibt sich für die Bindungsenergie eines Elektrons aus der n -ten Schale:

$$E_n = -R_{\infty} z_{\text{eff}}^2 \frac{1}{n^2}. \quad (2)$$

Dabei ist $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ die effektive Kernladung, wobei σ die Abschirmkonstante ist und $R_{\infty} = 13,6 \text{ eV}$ ist die Rydbergenergie.

Wenn die erzeugten Röntgenstrahlen von einem anderen Material absorbiert werden, treten verschiedene Effekte auf.

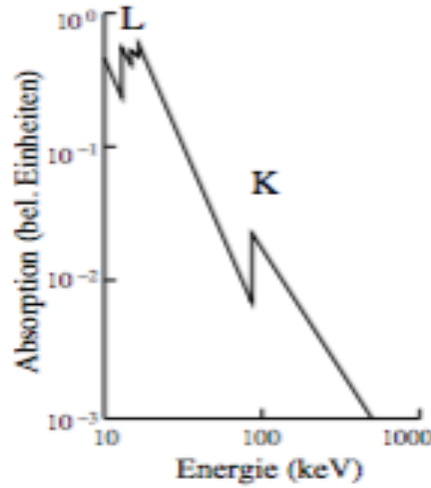


Abbildung 1: Beispielgraphik zur Absorption von Röntgenstrahlung [1].

Wie in der Abbildung 1 gezeigt wird, nimmt der Absorptionskoeffizient mit zunehmender Energie ab. Aber er steigt sprunghaft an, wenn die Energie des Photons und die Bindungsenergie des Elektrons aus einer Schale ungefähr gleich sind. In der Abbildung 1 wird auch deutlich, dass es drei L-Absorptionskanten gibt, das liegt an der Feinstruktur. Aus diesem Grund muss für die Bestimmung der Bindungsenergien die „Sommerfeldsche Feinstrukturformel“ verwendet werden.

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left(z_{\text{eff},1}^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (3)$$

Dabei ist α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante, n die Hauptquantenzahl und j der Gesamtdrehimpuls.

Nun lässt sich auch die Abschirmkonstante σ_L aus den L-Absorptionskanten bestimmen indem die Energiedifferenz zweier L-Kanten bestimmt wird.

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\infty}}} - \frac{5 \Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Bei diesem Versuch wird die Energiedifferenz aus $\Delta E_L = E_{L_2} - E_{L_3}$ bestimmt.

Um die Wellenlänge der Röntgenstrahlung bestimmen zu können wird die Bragg'sche Reflexion verwendet. Dabei werden die Photonen auf ein Atomgitter, zum Beispiel ein Kristall, geleuchtet und dabei werden sie an jedem Atom gebeugt. Unter einem bestimmten Winkel, den Glanzwinkel θ , ergibt sich konstruktive Interferenz. Nun kann mit der Bragg'schen Bedingung durch diesen Winkel die Wellenlänge bestimmt werden.

$$\lambda = \frac{2d \sin(\theta)}{n} \quad (5)$$

Dabei ist d die Gitterkonstante und n die Beugungsordnung.

2 Durchführung

In Abbildung 2 ist der Versuchsaufbau von diesem Versuch gezeigt. Für die Erzeugung der Röntgenstrahlung wird eine Kupfer-Röntgenröhre verwendet. Außerdem wird für die Bestimmung der Energie ein LiF-Kristall und ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet.

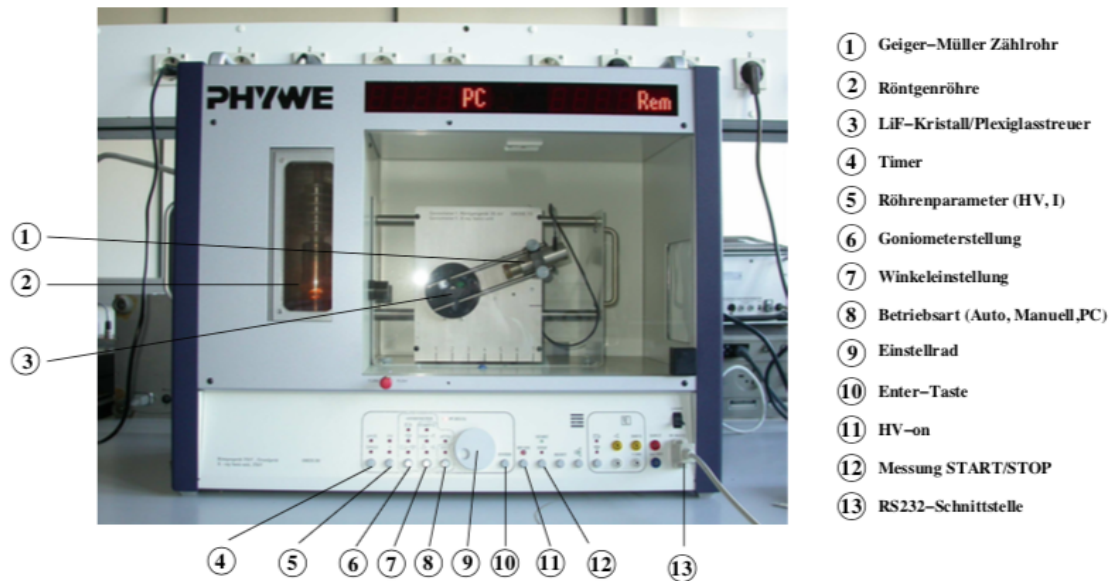


Abbildung 2: Versuchsaufbau [1].

Die Spektren werden mit einem Rechner aufgenommen. Für die Messungen muss immer eine Beschleunigungsspannung von $U_b = 35 \text{ kV}$ und ein Emissionsstrom von $I = 1 \text{ mA}$. In dem ersten Teil des Versuchs soll die Bragg Bedingung überprüft werden. Dabei wird ein fester Kristallwinkel von $\theta = 14^\circ$ eingestellt. Das Zählrohr soll sich in einem Winkelbereich von $\alpha_{GM} = 26^\circ$ bis 30° mit einem Winkelzusatz von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ bewegen. Bei der zweiten Messreihe wird das Emissionsspektrum der Kupferanode gemessen. Dazu wird der Kristallwinkel und der Zählrohrwinkel gekoppelt. Der Winkelbereich soll dabei $\theta = 4^\circ$ bis 26° und in $0,2^\circ$ Schritten gemessen werden. Dabei ist die Integrationszeit $\Delta t = 5 \text{ sec}$.

Als letztes wird das Absorptionsspektrum von verschiedenen Materialien gemessen. Dabei wird das zu messende Material vor das Geiger-Müller-Zählrohr gesetzt. Der Messbereich muss für das jeweilige Material angepasst werden und in $0,1^\circ$ Schritten abgefahren werden. Dabei ist die Integrationszeit $\Delta t = 20 \text{ s}$. Die verwendeten Materialien sind Brom, Bismut, Strontium und Zirkonium.

3 Auswertung

3.1 Vorbereitung

Die Literaturwerte der charakteristischen Röntgenstrahlung von Kupfer und die zugehörigen Glanzwinkel θ sind [2]:

- Cu- K_α -Linie = 8,048 keV, $\theta_\alpha = 22.49^\circ$
- Cu- K_β -Linie = 8,905 keV, $\theta_\beta = 20.22^\circ$

Des Weiteren sind die Literaturwerte der K-Kante von verschiedenen Materialien und die zugehörigen Braggwinkel θ sowie die Abschirmkonstante σ_k in der Tabelle (1) aufgelistet.

Tabelle 1: Eigenschaftendarstellung der Materialien [3].

	Z	E_{lit} / keV	$\theta_{lit} / ^\circ$	σ_k
Zn	30	9,65	18,6	3,56
Ge	32	11,1	16,1	3,43
Br	35	13,47	13,2	3,53
Rb	37	15,2	11,6	3,57
Sr	38	16,1	11	3,59
Zr	40	17,99	9,85	3,63
Nb	41	18,98	9,33	3,64

3.2 Überprüfung der Bragg Bedingung

Es werden die Voreinstellungen die in der Durchführung angesprochen worden sind durchgeführt und die Ergebnisse in der Tabelle (2) dargestellt.

Tabelle 2: Darstellung der Messreihe bei einer Zählrohrwinkelrate bei 35 kV.

$2 \cdot \theta / ^\circ$	$I / \text{Imp/s}$	$2 \cdot \theta / ^\circ$	$I / \text{imp/s}$
26,0	31,0	28,1	156,0
26,1	33,0	28,2	152,0
26,2	42,0	28,3	150,0
26,3	47,0	28,4	152,0
26,4	48,0	28,5	138,0
26,5	51,0	28,6	130,0
26,6	58,0	28,7	126,0
26,7	63,0	28,8	115,0
26,8	60,0	28,9	97,0
26,9	87,0	29,0	92,0
27,0	84,0	29,1	88,0
27,1	93,0	29,2	73,0
27,2	100,0	29,3	58,0
27,3	112,0	29,4	53,0
27,4	113,0	29,5	42,0
27,5	116,0	29,6	38,0
27,6	117,0	29,7	30,0
27,7	132,0	29,8	26,0
27,8	136,0	29,9	33,0
27,9	137,0	30,0	35,0
28,0	147,0	-	-

Der Sollwinkel liegt bei 28° . Die aufgezeichnete Messreihe zeigen ein Maximum bei $28,1^\circ$. Die Abweichung beträgt $0,1^\circ$ und liegt im Toleranzbereich.

3.3 Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre

Zur Aufnahme für das Emissionsspektrum wird der Koppelmodus 2:1 aktiviert. Im Anhang unter der Abbildung (Bild) sind die Messergebnisse graphisch dargestellt. Zudem zeigen sie einen Bremsberg als auch die K_β -Linie und die K_α -Linie an.

Aus dem Grenzwinkel θ wird die minimale Wellenlänge bzw. die maximale Energie bestimmt. Mit der Formel (5) und einer Gitterkonstante $d = 201,4 \text{ pm}$ ist die minimale Wellenlänge bei

$$\lambda_{\min} = 3,811 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Mit der Formel (1) ist die dazugehörige maximale Energie bei

$$E_{\max} = 5,212 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 32,53 \text{ keV}$$

Der erwartete Wert soll bei $E = 35 \text{ keV}$ liegen. Damit ist die Abweichung bei 7,06%.

Mit der Full Width at Half Maximum Methode wird die Energieauflösung der K_α - und der K_β Linien in Abbildung (Bild) bestimmt. Für K_β folgt:

- $\theta_1 = 39,52^\circ \rightarrow E_1 = 9,1 \text{ keV}$
- $\theta_2 = 40,95^\circ \rightarrow E_2 = 8,8 \text{ keV}$

Für die Umrechnung vom Braggwinkel zur Energie werden die Formeln (5) und (1) benutzt. Die Energiedifferenz $\Delta E = E_1 - E_2 = 0,3 \text{ keV}$ ist die gesuchte Energieauflösung.

Für K_α folgt:

- $\theta_1 = 44,05^\circ \rightarrow E_1 = 8,2 \text{ keV}$
- $\theta_2 = 45,24^\circ \rightarrow E_2 = 8 \text{ keV}$

Die Energiedifferenz hier ist bei $\Delta E = 0,2 \text{ keV}$ und auch hier die gesuchte Energieauflösung.

Anschließend werden die Abschirmkonstanten für K_α und für K_β bestimmt. Zunächst werden die Energie der K_β und K_α Peaks von Abbildung (Bild) bestimmt. Die folgende Umrechnung ist die selbe wie oben.

- $\theta_\alpha = 44,52^\circ \rightarrow E_\alpha = 8,13 \text{ keV}$
- $\theta_\beta = 40,24^\circ \rightarrow E_\beta = 8,95 \text{ keV}$

Die Energiedifferenz der beiden Absorptionsenergien ist $\Delta E = 0,82 \text{ keV}$ Durch Einsetzen in die Gleichung (2) folgt

$$\Delta E = R_\infty \cdot (z_{cu} - \sigma)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) - \left(\frac{1}{1^2} \left(\frac{1}{3^2} \right) \right) \right]$$

Durch umstellen und einsetzen der Werte ergibt sich für σ :

$$\sigma = z_{cu} - \sqrt{\frac{\Delta E \cdot 36}{R_\infty \cdot 5}} = 9,17$$

3.4 Absorptionsspektrum

Für diesen Versuchsteil werden folgende Absorber benutzt: Brom (Br), Strontium (Sr) und Zirkon (Zr). Die jeweiligen Ergebnisse zu den Messreihen sind unter Anhang graphisch dargestellt.

3.4.1 Brom

Aus der Absorptionskurve in Abbildung (Brom) kann folgender Winkel abgelesen werden und mit der Formel (5) und (1) die Absorptionsenergie bestimmt werden

- $\theta_{Br} = 13,3^\circ \rightarrow E_{Br} = 13,38 \text{ keV}$

Nun wird nach der Formel (2) die Abschirmkonstante σ_{br} bestimmt.

- $\sigma_{Br} = Z_{Br} - \sqrt{\frac{E_{Br}}{R_\infty}} = 3,63$

3.4.2 Strontium

Aus der Absorptionskurve in Abbildung (Strontium) kann folgender Winkel abgelesen werden und mit der Formel (5) und (1) die Absorptionsenergie bestimmt werden

- $\theta_{Sr} = 11,1^\circ \rightarrow E_{Sr} = 15,99 \text{ keV}$

Nun wird nach der Formel (2) die Abschirmkonstante σ_{Sr} bestimmt.

- $\sigma_{Sr} = Z_{Sr} - \sqrt{\frac{E_{Sr}}{R_\infty}} = 3,71$

3.4.3 Zirkonium

Aus der Absorptionskurve in Abbildung (Zirkonium) kann folgender Winkel abgelesen werden und mit der Formel (5) und (1) die Absorptionsenergie bestimmt werden

- $\theta_{Zr} = 10,19^\circ \rightarrow E_{Zr} = 17,4 \text{ keV}$

Nun wird nach der Formel (2) die Abschirmkonstante σ_{Zr} bestimmt.

- $\sigma_{Zr} = Z_{Zr} - \sqrt{\frac{E_{Zr}}{R_\infty}} = 4,23$

3.4.4 Abschirmungszahl bei Mehrelektronenatomen

In dieser Versuchsreihe wird der Absorber Wismut (Wi) untersucht. Die aufgezeichneten Messdaten sind unter Anhang in der Abbildung(Wismut) graphisch dargestellt. Es wird nun die Absorptionsenergie der beiden K-Kanten, wie oben schon angewendet, ausgerechnet.

- $\theta_{1,Wi} = 11,5^\circ \rightarrow E_{1,Wi} = 15,44 \text{ keV}$

- $\theta_{2,Wi} = 26,76^\circ \rightarrow E_{2,Wi} = 6,84 \text{ keV}$

Die Energiedifferenz der beiden Absorptionsenergie ist $\Delta E = 8,6 \text{ keV}$. Nun wird die Abschirmkonstante σ_L mit der Formel (4) bestimmt, dabei ist $Z = 83$

- $\sigma_L = -21,09$

4 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 602: Röntgenemission und -absorption*. 2018.
- [2] *X-Ray Emission Lines*. URL: <http://www.med.harvard.edu/jpnm/physics/refs/xrayemis.html> (besucht am 17.04.2018).