

MC558 - P6

Lauro Cruz e Souza - 156175

June 2017

1 Variáveis:

Para $i \in \{1, \dots, 13\}$:

$x[i]$ = Rendimento no mês i

$CC[i]$ = Conta corrente no mês i

$P[i]$ = Poupança no mês i

$CDB[i]$ = CDB no mês i

$AC[i]$ = Dinheiro investido em ações no mês i

Para $i \in \{1, \dots, 12\}$:

$retP[i]$ = Quantidade de dinheiro a ser retirado da poupança no mês $i + 1$

$retCDB[i]$ = Quantidade de dinheiro a ser retirado do CDB no mês $i + 1$

$retAC[i]$ = Quantidade de dinheiro a ser retirado das ações no mês $i + 1$

$invP[i]$ = Quantidade de dinheiro a ser investido na poupança no mês i

$invCDB[i]$ = Quantidade de dinheiro a ser investido no CDB no mês i

$invAC[i]$ = Quantidade de dinheiro a ser investido em ações no mês i

2 Maximização:

$$h + \sum_{i=1}^{13} x[i]$$

O total de dinheiro inicialmente (herança h) mais o rendimento de cada um dos meses do ano (e janeiro de 2019) é o total de dinheiro final, ou seja, queremos maximizar o total de dinheiro ao final de um ano.

3 Restrições:

O rendimento inicial é sempre negativo:

$$x[0] = -d[0]$$

Os próximos rendimentos são calculados pela quantidade de dinheiro atual menos a do mês anterior:

$$x[i] = CC[i] + P[i] + CDB[i] + AC[i] - CC[i-1] - P[i-1] - CDB[i-1] - AC[i-1] \quad \forall i \in \{2, \dots, 13\}$$

O rendimento precisa ser maior que o negativo da quantidade de dinheiro disponível para não termos saldo negativo:

$$x[0] \geq -h$$

$$x[i] \geq -(CC[i-1] + P[i-1] + CDB[i-1] + AC[i-1]) \quad \forall i \in \{2, \dots, 13\}$$

A conta corrente inicial é a herança menos os investimentos iniciais:

$$CC[0] = h - invP[0] - invCDB[0] - invAC[0] - d[0]$$

Para o resto, a conta corrente é o saldo do mês anterior mais a quantidade retirada dos investimentos, menos a quantidade investida e as tarifas:

$$CC[i] = CC[i - 1] + retP[i - 1] + retCDB[i - 1] + retAC[i - 1] - invP[i] - invCDB[i] - invAC[i] - c - d[i] \\ \forall i \in \{2, \dots, 13\}$$

O saldo inicial da poupança é a quantidade investida:

$$P[0] = invP[0]$$

O resto é o saldo do mês anterior com a quantidade de rendimento, mais o novo montante investido menos a quantidade retirada e sua taxa:

$$P[i] = ((rp/100) + 1) * P[i - 1] + invP[i] - ((tp/100) + 1) * retP[i - 1] \quad \forall i \in \{2, \dots, 13\}$$

O saldo inicial do CDB é a quantidade investida:

$$CDB[0] = invCDB[0]$$

O resto é o saldo do mês anterior com a quantidade de rendimento, mais o novo montante investido menos a quantidade retirada e sua taxa:

$$CDB[i] = ((rb[i - 1]/100) + 1) * CDB[i - 1] + invCDB[i] - ((tb/100) + 1) * retCDB[i - 1] \quad \forall i \in \{2, \dots, 13\}$$

O saldo inicial em ações é a quantidade investida:

$$AC[0] = invAC[0]$$

O resto é o saldo do mês anterior com a quantidade de rendimento, mais o novo montante investido menos a quantidade retirada:

$$AC[i] = ((ra[i - 1]/100) + 1) * AC[i - 1] + invAC[i] - retAC[i - 1] \quad \forall i \in \{2, \dots, 13\}$$

A quantidade retirada dos fundos de investimento no mês $i + 1$ (mais a taxa de retiro no caso da poupança e do CDB) têm que ser menores ou iguais ao saldo atual do mês i mais o rendimento equivalente a este mês:

$$retP[i] * ((tp/100) + 1) \leq ((rp/100) + 1) * P[i] \quad \forall i \in \{1, \dots, 12\}$$

$$retCDB[i] * ((tb/100) + 1) \leq ((rb[i]/100) + 1) * CDB[i] \quad \forall i \in \{1, \dots, 12\}$$

$$retAC[i] \leq ((ra[i]/100) + 1) * AC[i] \quad \forall i \in \{1, \dots, 12\}$$

A quantidade investida no primeiro mês tem que ser menor ou igual que o dinheiro disponível (toda a herança menos a taxa do mês):

$$invP[0] + invCDB[0] + invAC[0] \leq h - d[0]$$

Nos outros meses a quantidade investida tem que ser menor ou igual ao saldo da conta corrente mais a quantidade retirada dos fundos de investimento e menos as taxas:

$$invP[i] + invCDB[i] + invAC[i] \leq CC[i - 1] + retP[i - 1] + retCDB[i - 1] + retAC[i - 1] - c - d[i] \quad \forall i \in \{2, \dots, 12\}$$

Aqui temos os limites inferiores de todas as variáveis menos x, e todas obviamente tem limite inferior 0:

$$CC[i], P[i], CDB[i], AC[i] \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, 13\}$$

$$invP[i], invCDB[i], invAC[i], retP[i], retCDB[i], retAC[i] \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, 12\}$$

4 Resultados:

Os resultados do laboratório apresentam os valores ótimos esperados, mas a resolução (quantidades investidas e retiradas ao longo dos meses) diferem dos testes em alguns casos.

Nos testes 7 e 8 houveram problemas pequenos de aproximação em dois casos (≈ 0.02 dinheiros).