

Rio de Janeiro, 19 de Janeiro de 2012
PROVA FINAL DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
DURAÇÃO: 3 HORAS

1. (2.0pt) A sequência $T(n)$ é definida da seguinte maneira.

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i) \times T(n-i),$$

se $n > 1$ e $T(1) = 1$.

- a) Descreva um algoritmo eficiente para calcular $T(n)$.
- b) Analise a complexidade do algoritmo.

2. (2.0pt) A nossa empresa foi contratada para definir um planejamento de tarefas para uma equipe para as próximas n semanas. Para cada semana existem 3 tarefas possíveis: A, B e C. A realização da tarefa A na semana i gera um lucro de a_i ; a realização da tarefa B na semana i gera um lucro de b_i e a realização da tarefa C na semana i gera um lucro de c_i . Sabe-se também que, para $i = 2, \dots, n$, a tarefa C só pode ser realizada na semana i se a tarefa B for realizada na semana $i - 1$. Na primeira semana qualquer tarefa pode ser realizada.

a) Seja $OPT(i)$ o lucro máximo que pode ser obtido nas i primeiras semanas. Encontre uma equação de recorrência para $OPT(i)$.

b) Assuma que já temos o vetor M preenchido com os valores de OPT , ou seja, $M[i] = OPT(i)$, para $i = 1, \dots, n$. Escreva um algoritmo polinomial que determina as tarefas que devem ser realizadas a cada semana de modo a maximizar o lucro total. Analise a complexidade do algoritmo proposto

3. (3.0) Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado com pesos positivos na arestas e seja $e = (u, v)$ uma aresta de E .

a) Explique como seria um algoritmo polinomial para determinar se G tem um ciclo que inclui a aresta e ou não. Analise a complexidade do algoritmo.

b) Explique como seria um algoritmo polinomial para encontrar o ciclo de G com menor peso dentre aqueles ciclos que contem a aresta e . Analise a complexidade do algoritmo. Note que o peso de um ciclo é definido como a soma dos pesos de suas arestas.

c) Explique como seria um algoritmo polinomial para encontrar o ciclo do grafo de menor peso. Analise a complexidade do algoritmo proposto.

4. (2.0) Analise em função de N a complexidade de tempo dos procedimentos 1 e 2 abaixo?

```

Proc1( $N$ )
     $t \leftarrow N$ 
    Enquanto  $t > 0$  faça.
         $q \leftarrow 1$ 
        Enquanto  $2q \leq t$ 
             $q \leftarrow 2q$ 
        Fim Enquanto
         $t \leftarrow t - 1$ 
    Fim Enquanto
Fim Proc1

```

```

Proc2( $N$ )
    Se  $N > 1$ 
        Para  $j = 1, \dots, N^2$ 
             $soma \leftarrow +$ 
        Fim Para
        Proc2( $\lceil N/2 \rceil$ )
        Proc2( $\lceil N/2 \rceil$ )
    Fim Se
Fim Proc2

```

5. (2.0) Um grafo não direcionado $G = (V, E)$ é 2-robusto se e somente se a remoção de quaisquer duas arestas de G não desconecta G . Descreva como seria um algoritmo polinomial para determinar se G é 2-robusto. Analise sua complexidade.