Rio de Janeiro, 27 de Junho de 20012.
PROVA FINAL DE ANÁLISE DE ALGORITMOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
DURAÇÃO: 1h:50

1. (3.opt) Seja A uma vetor indexado de 1 a n contendo n numeros reais. A moda do vetor A é o valor do número em A que aparece mais vezes. Por exemplo, a moda do vetor $(2, 7, 6, 18, 7, 3, 4, 7)$ é 7 porque o número 7 aparece 3 vezes.

a) Explique como seria um algoritmo eficiente para encontrar a moda de um vetor A contendo n números. Em caso de empate devolva o menor valor. Analise a complexidade do procedimento em função de n. Quanto mais eficiente maior a pontuação

b) Responda o item anterior assumindo que os números do vetor A são inteiros pertencentes ao conjunto $\{1, 2, \ldots, n\}$ Quanto mais eficiente maior a pontuação.

2. (3.0pt) Devemos definir um planejamento de tarefas para uma equipe para as próximas n semanas. Para cada semana existem 3 tarefas possíveis: A , B e C. A realização da tarefa A na semana i gera um rendimento de a_i; a realização da tarefa B na semana i gera um rendimento de b_i e a realização da tarefa C na semana i gera um rendimento de c_i. Sabe-se também que, para $i = 2, ..., n$, a tarefa C só pode ser realizada na semana i se a tarefa B for realizada na semana $i - 1$. Na primeira semana qualquer tarefa pode ser realizada.

a) Seja $OPT(i)$ o rendimento máximo que pode ser obtido nas i primeiras semanas. Encontre uma equação de recorrência para $OPT(i)$.

b) Escreva o pseudo-código de um algoritmo polinomial e recursivo para computar $OPT(n)$. Analise sua complexidade

c) Escreva o pseudo-código de um algoritmo polinomial para computar a tarefa que deve ser realizada em cada semana de modo a maximizar o rendimento total. Analise sua complexidade.

3. (2.0pt) Analise a complexidade do pseudo código abaixo em função de n.

Para $i = 1$ até n faça
    Para $j = 1$ até n^2 faça
        $k \leftarrow 1$
        Enquanto $k^2 < n$
            $k \leftarrow k + 1$
        Fim Enquanto
    Fim Para
Fim Para

4. (2.0pt) Seja um grafo conexo e não direcionado $G = (V, E)$. Uma aresta $e \in G$ é uma ponte se o grafo $G - e$ é desconexo. Dada uma aresta f, explique com palavras como seria um algoritmo polinomial para determinar se existe um ciclo no grafo que contém a aresta f. Qual a complexidade deste procedimento?