

Rio de Janeiro, 24 de Abril de 2007.
PROVA 1 DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER

1. Obtenha como função de n a melhor análise de complexidade possível para os dois pseudo-códigos apresentados abaixo.

```
Pseudo-Código-1
  Soma  $\leftarrow$  0
  Para i=1 até n
    Para j=1 até  $n^2$ 
      Soma ++
      Aux  $\leftarrow$  Soma
      Enquanto Aux > 1
        Aux  $\leftarrow$  Aux / 2
      Fim Enquanto
    Fim Para
  Fim Para

Pseudo-Código-2
  Cont  $\leftarrow$  0
  Para i=1 até n
    Aux  $\leftarrow$  i
    Enquanto Aux  $\geq$  0 e Cont <  $n^{3/2}$ 
      Cont ++
      Aux - -
    Fim Enquanto
  Fim Para
```

2. Seja um grafo não direcionado $G = (V, E)$. Uma cobertura para G é um conjunto de vértices $C \subseteq V$ tal que toda aresta de E tem pelo menos uma de suas extremidades em C . Uma cobertura C é dita ótima se não existe outra cobertura C' tal que $|C'| < |C|$. Considere o seguinte algoritmo guloso apresentado na Figura 1.

- Exiba um exemplo mostrando que este algoritmo nem sempre devolve a cobertura ótima.
- Explique como implementar o algoritmo acima em $O(|E| \log |V|)$. Assuma que o grafo é dado por uma lista de adjacências.

3. Um grafo $G = (V, E)$ é dito robusto se e somente se $G - v$ é conexo para todo vértice $v \in V$. Modifique o pseudo-código da busca em profundidade apresentado na

```

 $C \leftarrow \emptyset;$ 
Enquanto  $G$  tem alguma aresta
     $v \leftarrow$  vértice de  $G$  com maior grau
     $C \leftarrow C \cup v$ 
    Remova  $v$  de  $G$  1
Fim Enquanto
Devolva  $C$ 

```

Figura 1: Cobertura

Figura 2 para determinar se um grafo G é robusto ou não. Qual a complexidade do algoritmo proposto ?

```

Para todo  $u \in V$ 
    Se  $u$  não foi visitado
        DFS-VISIT( $u$ )
DFS-VISIT( $u$ )
    Marque  $u$  como visitado
    Para todo vértice  $v \in Adj(u)$ 
        Se  $v$  não foi visitado
            DFS-VISIT( $v$ )

```

Figura 2: DFS

4. Na não tão distante cidade de PAAlândia todas as cédulas monetárias tem valores que são potências não-negativas de 2, i.e., $2^0, 2^1, 2^2, \dots$. Os simpáticos habitantes desta cidade tem duas características marcantes:

- são muito preocupados
- adoram resolver problemas algorítmicos.

O teste de admissão para novos habitantes na cidade consiste em resolver o problema de minimizar o número de cédulas utilizadas para fazer pagamentos financeiros. Teste se você está apto a morar nesta bela cidade.

a) Proponha um algoritmo para resolver de forma ótima o problema do teste de admissão. A entrada do problema consiste em uma lista de n cédulas a_1, \dots, a_n , com valores v_1, \dots, v_n , e um inteiro positivo T representando o valor a ser pago.

b) Prove que o algoritmo proposto fornece a solução ótima.

c) Análise a complexidade do algoritmo proposto.