

Rio de Janeiro, 11 de Dezembro de 2007.  
 PROVA FINAL DE ANÁLISE DE ALGORITMOS  
 PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER  
 DURAÇÃO: 2 HORAS

**Questão 1** (2.0pt)

Análise a complexidade do pseudo código abaixo

```

Para  $i = 1$  até  $n$  faça
    Para  $j = 1$  até  $n^2$  faça
         $k \leftarrow 1$ 
        Enquanto  $k < n$ 
             $k \leftarrow 2 * k$ 
    
```

**Questão 2** (2.0pt) Modifique o pseudo-código abaixo para que este passe a armazenar na posição  $v$  do vetor  $D$  a distância de  $s$  até  $v$ .

BFS	
<b>Procedure</b> BFS( $G,s$ )	
1.	Marque $s$ como visitado
2.	<b>For each</b> $v \in V$
3.	$D(v) \leftarrow 0$
5.	ENQUEUE( $Q,s$ )
9.	<b>while</b> $Q \neq \emptyset$
10.	$u \leftarrow$ DEQUEUE( $Q$ )
11.	<b>For each</b> $v \in Adj[u]$
12.	<b>if</b> $v$ não visitado <b>then</b>
14.	Marque $v$ como visitado
16.	ENQUEUE( $Q,v$ )
20.	<b>End For</b>
30.	<b>End While</b>

Figura 1: Pseudo-Código de uma BFS

**Questão 3** (2.0pt) Seja um conjunto de  $n$  postos de gasolina dispostos sobre a reta dos reais nos pontos  $0 < p_1 < \dots < p_n$ . Para percorrer esta linha utilizamos um carro com autonomia de 100Km, ou seja, com o tanque cheio ele pode percorrer 100km sem reabastecer.

a) Projete um algoritmo para determinar em que postos o carro deve abastecer para que ele possa ir do ponto 0 da linha até o ponto  $p_n$  realizando o número mínimo de paradas.

b) Analise a complexidade do algoritmo proposto.

**Questão 4** (2.0pt) Considere um vetor ordenado  $A[1..n]$  com  $n$  números **inteiros distintos**. Explique com palavras como seria um algoritmo com complexidade  $O(\log n)$  para determinar se existe um índice  $i$  tal que  $A[i] = i$ . Justifique porque o algoritmo funciona.

**Questão 5** (2.0pt) A cadeia de restaurantes XYZ esta considerando abrir uma série de restaurantes ao longo de uma estrada, modelada neste problema com uma linha reta. Existem  $n$  potenciais localidades para abrir os restaurantes que distam, respectivamente,  $d_1 < \dots < d_n$  kilometros da origem da reta. Além disso, sabe-se que o lucro esperado de abrir o restaurante na  $i$ -ésima localidade é  $\ell_i$ .

Finalmente, para abrir os restaurantes as seguintes restrições devem ser respeitadas: (i) em cada uma das localidades apenas um restaurante pode ser aberto; (ii) Não é permitido abrir dois restaurantes em localidades consecutivas.

a) (1.0pt) Escreva o PSEUDO-CÓDIGO de um algoritmo polinomial para determinar o lucro esperado máximo que pode ser obtido com a abertura dos restaurantes.

b)(1.0pt) Análise a complexidade do algoritmo proposto.