

Rio de Janeiro, 20 de Outubro de 2010
PROVA 2 DE ANÁLISE DE ALGORITMOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
DURAÇÃO: 1:50h

1. (2.0pt) Considere um conjunto de n variáveis $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ e m expressões, aonde cada expressão é do tipo $x_i = x_j$ ou do tipo $x_i \neq x_j$. Descreva como seria um algoritmo eficiente para determinar se é possível atribuir valores as variáveis de modo que todas m expressões sejam verdadeiras. Analise a complexidade do algoritmo.

2. (3.0pt) Dado um grafo conexo e não direcionado $G = (V, E)$, explique como seria um algoritmo para decidir se existe ou não uma aresta em E tal que sua remoção não desconecta o grafo. Analise a complexidade do algoritmo proposto. Soluções mais eficientes terão maior pontuação.

3. (3.0pt) Seja um grafo não direcionado $G = (V, E)$. Uma cobertura para G é um conjunto de vértices $C \subseteq V$ tal que toda aresta de E tem pelo menos uma extremidade em C . Considere o seguinte algoritmo guloso.

$C \leftarrow \emptyset; G' \leftarrow G$

Enquanto G' tem arestas

$v \leftarrow$ vértice de G' com maior grau

$C \leftarrow C \cup v$

$G' \leftarrow G' - v$ ¹

Fim Enquanto

Devolva C

a) Este algoritmo sempre devolve uma cobertura? Por que?

b) Este algoritmo sempre devolve a cobertura com o número mínimo de vértices? Por que?

c) Explique como implementar o algoritmo acima de forma eficiente. Soluções mais eficientes terão maior pontuação.

4. (2.0pt) Considere um grafo não direcionado $G = (V, E)$ com custos nas arestas. Além disso, seja $e = uv$ uma aresta do grafo. Responda as questões abaixo.

a) Como podemos encontrar uma árvore geradora T para o grafo G que satisfaz as seguintes propriedades simultaneamente:

(i) $e \in T$; (ii) $\text{custo}(T) \leq \text{custo}(T')$ para toda árvore geradora T' que contém e ?

b) Dados dois vértices $s, t \in V$, como podemos encontrar o caminho de custo mínimo entre s e t que inclui a aresta e ?

5. (2.0pt) Um servidor recebe requisições de n clientes no instante 0, uma de cada cliente. Sabemos que o tempo que o servidor leva desde o instante que ele começa a atender a requisição do cliente i até o instante em que ele termina é t_i . Além disso, sabemos que o servidor atende apenas uma requisição por vez e que quando uma requisição começa a ser atendida ela não pode mais ser interrompida.

a) O tempo de espera de um cliente é definido como o tempo que ele espera até que sua requisição comece a ser atendida. Proponha um algoritmo eficiente para determinar a ordem em que o servidor deve atender os clientes de modo a minimizar o tempo médio de espera dos clientes. Analise a complexidade do algoritmo proposto.

b) Prove que seu algoritmo encontra a melhor solução possível.

¹Lembre-se que a operação de remover um vértice, remove o vértice e todas as arestas que incidem nele do grafo