

Rio de Janeiro, 18 de Dezembro de 2007.  
 PROVA FINAL DE ANÁLISE DE ALGORITMOS  
 PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER  
 DURAÇÃO: 3 HORAS

**Questão 1** (2.5pt) Analise a complexidade do pseudo código abaixo

```

Para  $i = 1$  até  $n$  faça
    Para  $j = 1$  até  $n^2$  faça
         $k \leftarrow 1$ 
        Enquanto  $k < n$ 
             $k \leftarrow 2 * k$ 
            Para  $\ell = 1$  até  $k$  faça
                Print 'Hello'
    
```

**Questão 2** (2.5pt)

a) Modifique o Pseudo-código abaixo para que ele determine se um grafo não direcionado tem um ciclo ou não.

DFS	
<b>Procedure</b> DFS( $u$ )	
1.	<b>For each</b> $v \in Adj[u]$
5.	<b>if</b> $v$ não visitado <b>then</b>
10.	Marque $v$ como visitado
15.	$v.pai \leftarrow u$
20.	DFS( $v$ )
25.	<b>End For</b>
30.	<b>Return</b>
<b>Main</b>	
	Marque $s$ como visitado
	$s.pai \leftarrow \text{NULL}$
	DFS( $s$ )

Figura 1: Pseudo-Código de uma DFS

b) Dado um grafo  $G = (V, E)$  e um vértice  $p \in V$ , explique com palavras como seria um algoritmo para determinar se existe um ciclo em  $G$  que não contém  $p$ .

**Questão 3** Seja  $G = (V, E)$  um grafo com custos não negativos e distintos nas arestas.

a)(1.5 pt) Desenvolva um algoritmo para encontrar uma árvore geradora para  $G$  cujo custo da aresta de maior custo é o menor possível.

b)(1.0pt) Prove que o algoritmo esta correto.

**Questão 4** A cadeia de lojas ABC esta considerando abrir uma série de lojas ao longo de uma estrada, modelada neste problema como uma linha reta. Existem  $n$  potenciais localidades para abrir as lojas que distam, respectivamente,  $d_1 < \dots < d_n$  quilômetros da origem da reta (ponto 0). Além disso, sabe-se que o lucro esperado de abrir a loja na  $i$ -ésima localidade é  $i \times \ell_i$ .

Finalmente, para abrir as lojas as seguintes restrições devem ser respeitadas: (i) em cada uma das localidades apenas uma loja pode ser aberta; (ii) Não é permitido abrir simultaneamente lojas em localidades que distem menos de 50km.

a) (1.5pt) Escreva o PSEUDO-CÓDIGO de um algoritmo **polinomial e recursivo** para determinar o lucro esperado máximo que pode ser obtido com a abertura das lojas.

b)(1.0pt) Análise a complexidade do algoritmo proposto.