

Rio de Janeiro, 29 de Junho de 2009.

PROVA 2 DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER

DURAÇÃO: 1h:50

1. (3.0pt) Seja A uma sequência de n números distintos (a_1, \dots, a_n) . Uma subsequência $(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_m})$ de A é crescente se $a_{i_j} < a_{i_{j+1}}$ para $j = 1, \dots, m-1$. Como exemplo, se $A = (2, 6, 4, 7, 3, 1, 9)$, então as subsequências $(2, 4, 7, 9)$ e $(2, 6, 7, 9)$ são crescente e tem tamanho 4.

a) Defina $L(i)$ como o tamanho da maior subsequência crescente de a_1, a_2, \dots, a_i que **inclui** a_i . Como exemplo, se $A = (2, 6, 4, 7, 3, 1, 9)$ então $L(7) = 4$, $L(6) = 1$ e $L(5) = 2$. Determine o valor de $L(1)$ e uma relação de recorrência que relacione $L(i)$ com $L(1), \dots, L(i-1)$, para $i > 1$.

b) A partir da relação obtida no item anterior, escreva o pseudo-código de um algoritmo polinomial e recursivo para calcular os valores dos $L(i)$'s. Faça a melhor análise possível para a complexidade deste.

c) Dado o vetor L preenchido, mostre como calcular o tamanho da maior subsequência crescente de A .

2. Considere o procedimento abaixo

Alg2(A)

Se $|A| \leq 1$ faça

 Print('Hello')

Senão

 1. $A_1 \leftarrow |A|/2$ primeiros elementos de A

 2. Some todos os elementos de A_1

 3. Alg2(A_1)

Fim Se

a) (1.0pt) Escreva uma equação de recorrência para a complexidade de tempo do algoritmo Alg2.

b) (1.0pt) Faça uma análise assintótica da complexidade de tempo do algoritmo Alg2.

3. (1.0pt) Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado com pesos nas arestas e seja f uma aresta de G . Explique com palavras como seria um algoritmo para encontrar a árvore geradora com menor peso dentre aquelas árvores geradoras que contém a aresta f . Qual a complexidade do algoritmo?

4. (2.0pt) Analise a complexidade do pseudo código abaixo

Para $i = 1$ até n faça

Para $j = 1$ até n^2 faça

$k \leftarrow 1$

Enquanto $k^2 < n$

$k \leftarrow k + 1$

Print 'Hello'

Fim Enquanto

Fim Para

Fim Para

5. (2.0pt) Seja um grafo conexo e não direcionado $G = (V, E)$. Uma aresta $e \in G$ é uma ponte se $G - e$ é desconexo. Explique com palavras como seria um algoritmo polinomial para determinar se existe um ciclo no grafo que contém a aresta uv . Qual a complexidade deste procedimento?