

Rio de Janeiro, 29 de Novembro de 2007.
PROVA 3 DE ANÁLISE DE ALGORITMOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
DURAÇÃO: 2 HORAS

Questão 1 (4.0pt) Dada uma sequência A de n números distintos (a_1, \dots, a_n) , o problema consiste em encontrar o tamanho da maior subsequência crescente de A . Como exemplo, se $A = (2, 6, 4, 7, 3, 1, 9)$, então o tamanho da maior subsequência crescente é 4, devido as subsequências $(2, 4, 7, 9)$ e $(2, 6, 7, 9)$.

a) Defina $L(i)$ como o tamanho da maior subsequência crescente de a_1, \dots, a_i que inclui a_i . Determine o valor de $L(1)$ e uma relação de recorrência que relacione $L(i)$ e $L(1), \dots, L(i-1)$, para $i > 1$.

b) A partir da relação obtida no item anterior, escreva o pseudo-código de um algoritmo polinomial para calcular os valores dos $L(i)$'s.

c) Analise a complexidade do algoritmo proposto no item (b)

c) Assuma nesse item que o vetor L já foi preenchido. Mostre como obter a partir deste vetor o tamanho da maior subsequência crescente de A em tempo linear ?

d) Assuma nesse item que o vetor L já foi preenchido. Mostre como obter a partir deste vetor uma subsequência crescente de A de tamanho máximo.

Questão 2 (3.0pt) Considere a equação de recorrência que define o número de Lupinutesky: Se $i > 1$ ou $j > 1$ então

$$Lup(i, j) = 3Lup(i-2, j) + \max_{k=1, \dots, j-1} \{k + Lup(i, k)\}.$$

Se $i \leq 1$ ou $j \leq 1$, então

$$Lup(i, j) = 1$$

a)(2.0pt) Desenvolva o PSEUDO-CÓDIGO de um algoritmo polinomial e recursivo para calcular $Lup(n, n)$.

b)(1.0pt) Analise a complexidade do algoritmo proposto no item (a) em função de n .

Questão 3 (3.0pt) A cadeia de restaurantes XYZ esta considerando abrir uma série de restaurante ao longo de uma estrada, modelada neste problema com uma linha reta. Existem n potenciais localidades para abrir os restaurantes que distam, respectivamente, $d_1 < \dots < d_n$ quilômetros da origem da rua XYX. Além disso, sabe-se que o lucro esperado de abrir o restaurante na i -ésima localidade é ℓ_i .

Finalmente, para abrir os restaurantes as seguintes restrições devem ser respeitadas: (i) em cada uma das localidades apenas um restaurante pode ser aberto; (ii) Não é permitido abrir dois restaurantes em localidades que distam menos de 50 quilômetros entre si.

a) (2.0pt) Escreva o PSEUDO-CÓDIGO de um algoritmo polinomial para determinar o lucro esperado máximo que pode ser obtido com a abertura dos restaurantes.

b)(1.0pt) Analise a complexidade do algoritmo proposto.