

Rio de Janeiro, 16 de Maio de 2012.
 PROVA 2 DE ANÁLISE DE ALGORITMOS
 PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
 DURAÇÃO: 2 HORAS

1. (2.0pt) Considere o pseudo-código abaixo
 - a) Analise a complexidade do pseudo código abaixo.
 - b) Modifique o pseudo-código para que este preencha um vetor D de n posições aonde a posição i , para $i = 1, \dots, n$, armazena a distância do vértice s até o vértice i .

BFS	
Procedure Proc(G,s)	
1.	Marque s como visitado
2.	For each $v \in V$
3.	$D(v) \leftarrow 0$
4.	End do
5.	ENQUEUE(Q,s)
9.	while $Q \neq \emptyset$
10.	$u \leftarrow$ DEQUEUE(Q)
11.	For each $v \in Adj[u]$
12.	if v não visitado then
14.	Marque v como visitado
16.	ENQUEUE(Q,v)
20.	End For
30.	End While

Figura 1: Pseudo-Código de uma BFS

2. (3.0pt) Em um dado direcionado $G = (V, E)$, aonde $V = \{1, \dots, n\}$, cada vértice i tem um preço positivo $\text{preço}(i)$. Defina o custo de um vértice i como o preço do vértice de maior preço que é alcançável a partir de i (incluindo ele mesmo).
 - a) Mostre como modificar o pseudo-código de uma DFS, apresentado abaixo, para preencher um vetor **custo** de n posições, aonde a posição i armazena o custo do vértice i . Analise a complexidade do algoritmo proposto.
 - b) Explique com palavras como poderíamos calcular o custo de todos os vértices em tempo $O(m + n)$.
3. (2.0pt) Considere o grafo da figura abaixo.
 - a) Desenhe a árvore geradora obtida pelo algoritmo de PRIM quando começamos a executar o algoritmo a partir do vértice do canto superior direito. Qual o custo da árvore obtida?
 - b) Desenhe a árvore obtida pelo algoritmo de Dijkstra quando começamos a executar o algoritmo a partir do vértice do canto superior esquerdo.
4. (3.0pt) Nos anos 80, muitos computadores utilizavam fitas K7 como unidade de armazenamento. O acesso a informação nestas fitas é sequencial, ou seja, deve-se partir

DFS	
Procedure DFS(G,s)	
1.	Marque s como visitado
2.	For each $v \in Adj(s)$
3.	if v não visitado then
4.	DFS(G,v)
5.	End For

Figura 2: Pseudo-Código de uma DFS

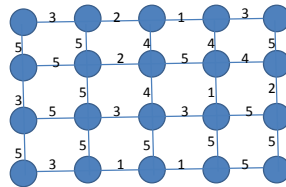


Figura 3:

da posição inicial da fita e ir percorrendo os arquivos em ordem até chegar no arquivo desejado. Como exemplo, considere uma fita K7 com 3 arquivos armazenados: A, B e C , com tamanhos 3Kb, 5Kb e 2Kb. Além disso, assuma que B encontra-se antes de A que, por sua vez, encontra-se antes de C . Neste caso, o custo para acessar o arquivo B é 0, o custo para acessar A é 5 e o custo de acesso à C é $5 + 3 = 8$.

Problema Dados n arquivos A_1, \dots, A_n , com tamanhos l_1, \dots, l_n e probabilidades de acesso p_1, \dots, p_n , o problema consiste em determinar de que maneira devemos escalonar os arquivos na fita de modo a minimizar o custo esperado de acesso, que é definido como

$$\sum_{i=1}^n p_{(i)} c_{(i)},$$

aonde $p_{(i)}$ (não confunda com p_i) e $c_{(i)}$ são, respectivamente, a probabilidade de acesso e o custo do i -ésimo arquivo no escalonamento ordenação.

a) Considere a estratégia gulosa que consiste em ordenar os arquivos por ordem crescente de tamanhos. Mostre uma instância do problema, com $n = 4$, em que esta estratégia funciona e outra instância, também com $n = 4$, em que esta estratégia não funciona.

b) Projete uma estratégia ótima para este problema.

c) Mostre que a estratégia proposta é de fato ótima.