Rio de Janeiro, Julho de 2007.

PROVA FINAL DE PAA

1. Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado acíclico. Exiba um algoritmo com complexidade $O(|E| + |V|)$ que encontra um par de vértices $u, v \in V$ tal que não existe caminho de u a v em G e nem caminho de v a u em G. Caso tal par não exista, o caminho deve indicar "NÃO EXISTE". **Sugestão: Utilize ordenação topólogica**

2. Para uma cadeia de caracteres X utilizamos $X[i]$ para denotar o i-ésimo caracter de X e X_i para denotar a subcadeia formada pelos i primeiros caracteres de X. Definimos a função f que tem como argumento uma cadeia X de n caracteres e uma cadeia Y de m caracteres da seguinte forma:

(i) Se $m = 0$ ou $n = 0$ (uma das cadeias é vazia), $f(X, Y) = 0$.

(ii) Se $m, n > 0$ e $X[n] = Y[m]$, então $f(X, Y) = 1 + f(X_{n-1}, Y_{m-1})$

(iii) Se $m, n > 0$ e $X[n] \neq Y[m]$, então $f(X, Y) = \max\{f(X_n, Y_{m-1}), f(X_{n-1}, Y_m)\}$

a) Compute $f('CASAMENTO', 'MEDO')$.

b) Projete um algoritmo polinomial em $|X|$ e $|Y|$ para computar o valor de $f(X, Y)$. Analize a complexidade de tempo e de espaço do algoritmo proposto.

3. Análise em função de N a complexidade de tempo do procedimento abaixo?

Proc(N)

$t \leftarrow N$

Enquanto $t > 0$ faça.

    $q \leftarrow 1$

    Enquanto $2q \leq t$

        $q \leftarrow 2q$

    Fim Enquanto

    $t \leftarrow t - q$

Fim Enquanto

4. Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado. Um conjunto de vértices $V' \subseteq V$ é dito *bom* para G se e somente se para todo vértice $v \in V$ uma das seguintes condições vale: (i) $v \in V'$ ou (ii) v é adjacente a algum vértice de V'.

Dado um grafo G, o problema $\mathcal{P}$ consiste em encontrar um conjunto bom para G de cardinalidade mínima.

(i) Proponha um algoritmo guloso e polinomial que encontra um conjunto bom para o grafo G. O algoritmo deve tentar encontrar o conjunto de com o menor número de vértices possível [1]. Justifique o critério utilizado (critérios mal justificados não serão aceitos).

[1]Como este problema é NP-Completo o algoritmo não vai conseguir enconttrar a solução ótima sempre

(ii) Análise a complexidade do algoritmo proposto. Assuma que o grafo é representado por uma lista de adjacências.