Rio de Janeiro, 02 de Maio de 2011.
PROVA 1 DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS
PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER
DURAÇÃO: 3 HORAS

1. (2.0pt) Considere ume jogo em que temos um tabuleiro 3x3 com 9 casas numeradas de 1 a 9. Inicialmente 8 das 9 casas recebem peças com valores distintos entre 1 e 8. Note que uma das casas está vazia.

O objetivo do jogo é realizar uma sequência de jogadas que permita partir da configuração inicial e chegar na configuração em que a peça i está na casa i, para $i = 1, ..., 8$. A cada jogada o jogador pode mover a peça que se encontra em uma casa de número i para a casa de número j se e somente a casa j está vazia e a casa i é vizinha a casa j no tabuleiro. Duas casas são vizinhas se elas compartilham um segemento de reta.

a) Mostre como modelar este problema utilizando grafos. Defina quem é o grafo e qual problema deve ser resolvido sobre o grafo. (Sugestão: modele cada configuração possível do jogo como um nó do grafo).

b) Encontre um limite superior para o número de nós e arestas do grafo obtido. Encontre um limite superior para o número de jogadas necessárias para chegar a configuração final ou para concluir que é impossível chegar nela.

2. (2.0pt) Considere um grafo direcionado $G = (V, E)$ representado por uma lista de adjacências. Explique como seria um algoritmo que recebe um vértice $s \in V$ e devolve uma lista ordenada contendo as distâncias de todos os vértices que são alcançáveis a partir de s. [1] Analise a complexidade do algoritmo proposto. Quanto mais eficiente o algoritmo maior a pontuação.

3.(2.0pt) **ANULADA** Considere um grafo não direcionado $G = (V, E)$ com pesos positivos nas arestas. Explique como seria um algoritmo que recebe duas arestas $e, f \in E$ e encontra o custo do ciclo de custo mínimo que contém as duas arestas. Se tal ciclo não existir, o algoritmo deve retornar ∞. Analise a complexidade do algoritmo proposto. Quanto mais eficiente o algoritmo maior a pontuação.

4. (2.0pt) Considere os pseudo-códigos abaixo.

a) Determine para o pseudo código 1 uma função $f(n)$ tal que $T(n) = \theta(f(n))$.

Pseudo1

```
    t ← 0
    Cont ← 1
    Para i=1 até n
        Cont ← cont+1
    Fim Para
    Enquanto cont ≥ 1
        Cont ← cont/2
        Para j = 1 a n
            t++
        Fim Para
    Fim Enquanto
```

[1]note que se existem k vértices alcançáveis a partir de s, a lista de saída deve conter k números

b) Determine para o pseudo código 2 uma função $g(n)$ tal que $T(n) = \theta(g(n))$.

Pseudo2

$i \leftarrow 0$

Enquanto $i^2 \leq n$

i ++

$t \leftarrow 0$

Enquanto $t \leq i$

$t + +$

Fim Enquanto

Fim Enquanto

5. (2.0pt) Seja A um vetor contendo n números reais.

a) Explique como seria um algoritmo para devolver o número em A que aparece mais vezes. Em caso de empate, o algoritmo pode devolver qualquer um dos números empatados. Análise a complexidade do algoritmo proposto. Quanto mais eficiente maior a pontuação.

b) Assuma agora que todo número em A pertence ao conjunto $\{n^2, n^2 + 1, ..., n^2 + n\}$. Responda o item anterior tendo em vista esta hipótese.

6. (2.0pt) Seja S um conjunto de n numeros reais. Explique como seria um algoritmo eficiente para encontrar os $\sqrt{n}$ menores números do conjunto S e analise sua complexidade. Quanto mais eficiente o algoritmo maior a pontuação.