

Rio de Janeiro, 30 de Outubro de 2007.

PROVA 2 DE ANÁLISE DE ALGORITMOS

PROFESSOR: EDUARDO SANY LABER

DURAÇÃO: 2 HORAS

1.(3.0pt) Considere os dois procedimentos abaixo

Alg1(A)

Se $|A| \leq 1$ faça

Print('Hello')

Senão

1. $A_1 \leftarrow |A|/2$ primeiros elementos de A
2. $A_2 \leftarrow |A|/2$ últimos elementos de A
3. Para i variando de 1 a $|A| \log |A|$ Print('Hello')
4. Alg1(A_1)
5. Alg1(A_2)

Fim Se

Alg2(A)

Se $|A| \leq 1$ faça

Print('Hello')

Senão

1. $A_1 \leftarrow |A|/2$ primeiros elementos de A
2. Para i variando de 1 a $|A|$ Print('Hello')
3. Alg2(A_1)

- a) Escreva uma equação de recorrência para a complexidade de tempo do algoritmo Alg1.
- b) Faça uma análise assintótica da complexidade de tempo do algoritmo Alg1.
- c) Escreva uma equação de recorrência para a complexidade de tempo do algoritmo Alg2.
- d) Faça uma análise assintótica da complexidade de tempo do algoritmo Alg2.

2. (3.0pt) No código abaixo $rand(j)$ retorna um inteiro aleatório entre 1 e j em tempo $O(1)$ e Q é um tipo abstrato de dados que suporta as seguintes operações

- Insira(Q, j). Esta operação insere o inteiro j em Q
- Remove-Mínimo(Q). Esta operação remove o menor elemento de Q

Para i variando de 1 a n faça.

Insira($Q, rand(10n^2)$)

Para i variando de 1 a n faça.

Remova-Mínimo(Q)

- a) Qual a complexidade do pseudo-código acima se Q é implementado como uma lista encadeada ordenada
- b) Qual a complexidade do pseudo-código acima se Q é implementado como um heap

3. (3.0pt) Seja um grafo $G = (V, E)$ não direcionado com pesos não negativos nas arestas e seja e uma aresta deste grafo.

a) (2.0pt) Explique com palavras como seria um algoritmo polinomial para encontrar a árvore geradora com menor peso dentre as árvores geradoras para G que contém a aresta e . Analise a complexidade deste algoritmo.

b) (1.0pt) Explique com palavras como seria um algoritmo polinomial para encontrar a árvore geradora com menor peso dentre as árvores geradoras para G que **não** contém a aresta e . Analise a complexidade deste algoritmo.

4. (3.0pt) Temos que armazenar n mercadorias o_1, \dots, o_n utilizando um conjunto de recipientes. Sabe-se que a mercadoria o_i pesa w_i e que cada recipiente comporta no máximo W unidades de peso.

a) Proponha um algoritmo que adota um critério guloso para tentar minimizar o número de recipientes utilizados. Explique com palavras a motivação do critério adotado.

b) Explique como seria uma implementação eficiente do algoritmo proposto, analisando a sua complexidade.

c) Discuta se o algoritmo proposto sempre encontra a solução ótima ou não.