学校编码：10384
学　　号：200215001

厦門大學

博　士　学　位　论　文

中国各高校学位论文的通用 LaTeX 模版

Capital Reorganization: The Best Choice for A State-Owned Enterprise with Financial Crisis

西域刁郎

指导教师姓名：刘轼波教授
专　业 名 称：基础数学

论文提交日期：2022 年 02 月
论文答辩日期：2032 年 02 月
学位授予日期：　年　月

2022 年 03 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外,该学位论文为(   )课题(组）的研究成果，获得（   ）课题（组）经费或实验室的资助，在（   ）实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。)

本人声明该学位论文不存在剽窃、抄袭等学术不端行为，并愿意承担因学术不端行为所带来的一切后果和法律责任。

声明人　（签名）:

指导教师（签名）:

年　月　日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（　　）1.经厦门大学保密委员会审查核定的涉密学位论文，于　　年　　月　　日解密，解密后适用上述授权。

（　　）2.不涉密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。涉密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

摘要

这是我设计的厦门大学学位论文 LaTeX 模版, 稍作修改可以适用于所有高校. 本作品的思路是将 Word 格式的封面等转成 PDF, 然后作为图片插入 TeX 中, 这是本人原创的伟大思想. 此前按此思想制作的国家自然科学基金申请书的 LaTeX 模版, 好评如潮.

其他高校的朋友使用, 可以下载本校的封面、原创声明、使用声明等的 Word 文件, 填写后转成 PDF, 替换掉本模版所附的 `cov.pdf`, `org.pdf` 和 `use.pdf`; 也许还需要修改本 TeX 文件第 37, 40, 43 行的 `\includegraphics` 命令中 `viewport` 的参数, 以及 `\hspace` 和 `\vspace` 命令的参数, 使封面等元素显示在页面的适当位置.

使用方法

1. 本模版适用于安装了 CTeX套装的 Windows 系统, 或已安装了 `ctex` 宏集的任何 TeX 系统, 例如线上的 Overleaf (https://www.overleaf.com/).
2. 在 cov.doc 中填写论文题目、作者姓名等信息. 存盘后转为 PDF 文件 cov.pdf, 用于替换本目录所附的 cov.pdf.
   本科生请先填写bs-cov.docx, 将其转换为PDF 命名为cov.pdf, 并用bs-org.pdf 替换org.pdf.
3. 然后，在本 TeX 文件中撰写学位论文的内容. 请用 `\chap{}` 开始新的一章, 这是为了得到*活动页眉*. 如果本校对页眉有特殊要求, 请用 `\chapter{}` 来开始新的一章并参照 `fancyhdr` 宏包的使用方法修改本 TeX 文件第47, 48行.
4. 按照本校的要求撰写参考文献. 如果使用 BibTeX, 可以选择格式相近的 BST 文件做出参考文献后, 再手动在 BBL 文件中修改代码, 得到符合本校要求的文献格式. 此事应该在论文定稿时进行, 以免重新运行 BibTeX 后得重新修改文献格式.
   此外, 记得在参考文献中加 `\addcontentsline`命令, 把参考文献加入目录中.
5. 以 `pdflatex` 编译，即可得到学位论文的 PDF 文件.

西域刁郎
2022 年 2 月 24 日
刘轼波 TeX 排版思想研究中心
lausb4@gmail.com

Abstract

免责声明

1. 未经作者允许, 本品禁止用于商业用途.
2. 如需用于商业用途, 请致函 `lausb4@gmail.com` 商讨酬金事宜.
3. 使用本作品后果自负, 作者不对任何由此造成的损失承担责任.

d

目录

摘要 **i**

Abstract **iii**

第一章 一元函数积分学 **1**

1.1 原函数和不定积分 1

1.1.1 线性性质和分部积分 1

1.1.2 换元积分法 3

1.2 曲边梯形的面积与定积分的定义 5

参考文献 **7**

个人简历 **9**

在学期间论著目录 **11**

致谢 **13**

第一章　一元函数积分学

1.1　原函数和不定积分

设 I 为区间, $f: I \to \mathbb{R}$. 我们经常需要寻找函数 $F: I \to \mathbb{R}$ 使 $F' = f$, 例如已知位移求速度. 这样的函数 F 如果存在, 称其为 f 在 I 上的原函数.

例1.1.1. 设 $f: [a,b] \to [0,\infty)$ 连续, 求 f 的图像与 x - 轴及直线 $x = a$ 和 $x = b$ 所围曲边梯形的面积 (称为 f 在 $[a,b]$ 上的面积).

证. 设 f 在 $[a,x]$ 上的面积为 $A(x)$, 则 f 在 $[x,x+h]$ 上的面积为

$$A(x+h) - A(x) \approx f(x)h.$$

利用 f 的连续性可以证明 (练习)

$$A'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h} = f(x),$$

因此这 A 就是 f 的一个原函数 (满足 $A(a) = 0$). 如果求出 A, 则欲求面积等于 $A(b)$. 详见[LL18, Liu10].

注1.1.2. 注意直到此时我们还没定义什么叫做平面图形的面积.

例1.1.3. 设 $f(x) = x^2$, 易见 $F(x) = x^3/3$ 是其 (满足 $F(0) = 0$ 的) 原函数. 因此 f 在 $[0,1]$ 上的面积为 $F(1) = 1/3$.

如果 F 是 f 的原函数, 则对任意 $C \in \mathbb{R}$, $F + C$ 也是 f 的原函数; 由 Lagrange 中值定理易见, f 的原函数必形如 $F + C$. 函数 f 的原函数的通式

$$\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C \tag{1.1}$$

称为 f 的不定积分.

1.1.1　线性性质和分部积分

利用导数的性质我们可以写出不定积分的相应性质:

$$\int (\alpha f + \beta g) = \alpha \int f + \beta \int g, \tag{线性性}$$

$$\int fg' = fg - \int f'g \quad \text{or} \quad \int f dg = fg + \int g df. \qquad \text{(分部积分)}$$

证 (分部积分). 因为 $(fg)' = f'g + fg'$, 所以忽略一个可以并入积分记号的常数 C 后,

$$fg = \int (fg)' = \int (f'g + fg') = \int f'g + \int fg'.$$

每一个导数的等式就对应着一个不定积分的等式, 例如

$$\left(\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right)' = x^{\alpha} \qquad \longleftrightarrow \qquad \int x^{\alpha} \mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$$

所以我们首先要熟悉简单函数的不定积分, 例如

$$\int \cos x \,\mathrm{d}x = \sin x + C.$$

请大家自行写出与课本第 89 页的基本函数导数公式相应的基本函数不定积分公式并熟记. 熟悉这些公式之后, 较复杂的函数的积分可以运用积分的线性性和分部积分公式, 以及我们后面要介绍的换元公式予以解决. 现在, 还可以用一些具有符号计算功能的数学软件 (如 Maple) 用计算机来解决求不定积分的问题.

现在我们来计算一些简单的积分.

$$\begin{aligned}
\int \frac{x^2}{x^2+1}\mathrm{d}x &= \int \frac{\left(x^2+1\right)-1}{x^2+1}\mathrm{d}x = \int 1 \,\mathrm{d}x - \int \frac{1}{x^2+1}\mathrm{d}x \\
&= x - \arctan x + C. \\
\int x \sin x \,\mathrm{d}x &= -\int x\,(\cos x)' \,\mathrm{d}x = -x\cos x + \int \cos x \cdot (x)' \,\mathrm{d}x \\
&= -x\cos x + \int \cos x \,\mathrm{d}x = -x\cos x + \sin x + C.
\end{aligned}$$

习惯上我们把上面第 2 个积分的计算过程写成

$$\int x \sin x \,\mathrm{d}x = \int x \,\mathrm{d}\,(-\cos x) = -x\cos x + \int \cos x \,\mathrm{d}x,$$

俗称让 $\sin x$ 进入微分号. 用分部积分法计算乘积的积分, 谁该优先进入微分号呢? 经验表明按照反对幂三指的相反顺序是合适的.

$$\int x^3 e^x \,\mathrm{d}x = \int x^3 \mathrm{d}e^x = x^3 e^x - \int e^x \mathrm{d}x^3 = x^3 e^x - 3\int x^2 e^x \,\mathrm{d}x = \cdots.$$

$$\begin{aligned}
\int x \ln^2 x \,\mathrm{d}x &= \int \ln^2 x \,\mathrm{d}\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{x^2}{2}\ln^2 x - \int \frac{x^2}{2}\mathrm{d}\left(\ln^2 x\right) \\
&= \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot 2\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} - \int x \ln x \,\mathrm{d}x = \cdots.
\end{aligned}$$

以上两个例子都是按照上述经验来计算的. 对于第二个例子, 让 $\ln^2 x$ 进入微分号, 就需要找一个导数为 $\ln^2 x$ 的函数, 这也是难以办到的.

$$\begin{aligned}\int e^x \sin x \,\mathrm{d}x &= \int \sin x \,\mathrm{d}e^x = e^x \sin x - \int e^x \mathrm{d}(\sin x)\\ &= e^x \sin x - \int e^x \cos x \,\mathrm{d}x = e^x \sin x - \int \cos x \,\mathrm{d}e^x\\ &= e^x \sin x - \left(e^x \cos x - \int e^x \,\mathrm{d}(\cos x)\right)\\ &= e^x (\sin x - \cos x) - \int e^x \sin x \,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

分部积分后等式右边又出现了欲算的积分, 于是视其为未知元解方程得

$$\int e^x \sin x \,\mathrm{d}x = \frac{e^x (\sin x - \cos x)}{2} + C.$$

这个例子也可以让 $\sin x$ 进入微分号来计算. 其实, 指数函数和三角函数有密切的关系, 它们有很相似的基本性质.

1.1.2 换元积分法

1. 如果 F 是 f 的原函数, 则 $F \circ \varphi$ 是 $(f \circ \varphi)\varphi'$ 的原函数, 即

$$\int f(\varphi(x))\varphi'(x) \,\mathrm{d}x = F(\varphi(x)) + C = \left(\int f(u) \,\mathrm{d}u\right)_{u=\varphi(x)}. \qquad \text{(凑微分法)}$$

2. 设 φ 有反函数 ψ. 如果 Φ 是 $(f \circ \varphi)\varphi'$ 的原函数, 则 $\Phi \circ \psi$ 是 f 的原函数, 即

$$\int f(u) \,\mathrm{d}u = \Phi(\psi(u)) + C = \left(\int f(\varphi(x))\varphi'(x) \,\mathrm{d}x\right)_{x=\psi(u)}. \qquad \text{(代入法)}$$

注1.1.4. 以上两个换元法的等式, 需要证明的都是第一个等号, 第二个等号不过是不定积分的定义而已.

证. 利用链法则和反函数求导法则直接计算

$$\begin{aligned}(\Phi \circ \psi)'(u) &= \Phi'(\psi(u))\psi'(u)\\ &= \left[f(\varphi(x))\varphi'(x)\right]_{x=\psi(u)} \cdot \frac{1}{\left[\varphi'(x)\right]_{x=\psi(u)}}\\ &= f(\varphi(\psi(u))) = f(u).\end{aligned}$$

注1.1.5. 形式上看, 在 (1) 中, 我们视 $u'(x)\mathrm{d}x$ 为 u 的微分 $\mathrm{d}u$, 转化为计算以 u 为变量的另一个积分, 所以称为凑微分法; 在 (2) 中, 我们把 $u = \varphi(x)$ 代入被积表达式 $f(u)\mathrm{d}u$, 转化为计算以 x 为变量的积分, 所以称为代入法.

例如用凑微分法可得

$$\begin{aligned} I &= \int \sqrt{\sin x} \cos x \, \mathrm{d}x = \int \sqrt{\sin x} \, \mathrm{d}(\sin x) \qquad (u = \sin x) \\ &= \int \sqrt{u} \, \mathrm{d}u = \frac{2}{3} u^{3/2} + C = \frac{2}{3} (\sin x)^{3/2} + C. \end{aligned}$$

例1.1.6. 计算 $I = \displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1+x^2}}$.

用凑微分法,

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2}} = -\int \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2}} \mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right) \qquad (u = \tfrac{1}{x}) \\ &= -\int \frac{\mathrm{d}u}{\sqrt{1+u^2}} = -\ln\left|u + \sqrt{1+u^2}\right| + C \qquad (\text{P.89 例 4.1.11}) \\ &= \ln \frac{|x|}{1 + \sqrt{1+x^2}} + C. \end{aligned}$$

或者作代换 $x = \tan t$ ($|t| < \pi/2$), $\mathrm{d}x = \sec^2 t \, \mathrm{d}t$, 于是 (直角三角形计算)

$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}. \tag{1.2}$$

由代入法,

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{\sec^2 t \, \mathrm{d}t}{\tan t \sec t} = \int \frac{\mathrm{d}t}{\sin t} = \int \frac{\sin t \, \mathrm{d}t}{1 - \cos^2 t} \qquad (u = \cos t) \\ &= -\int \frac{\mathrm{d}u}{1-u^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{u-1}{u+1} \right| + C \\ &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos t - 1}{\cos t + 1} \right| + C = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}} \right| + C \qquad (1.3) \\ &= \ln \frac{|x|}{1 + \sqrt{1+x^2}} + C. \end{aligned}$$

注1.1.7. 以上计算的 (1.3) 中, 我们直接利用 (1.2) 整体地将 $\cos t$ 用 x 表示, 而不是死板地用换元函数的反函数 $t = \arctan x$ 计算:

$$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos t - 1}{\cos t + 1} \right| + C = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos \arctan x - 1}{\cos \arctan t + 1} \right| + C.$$

三角代换是计算含 $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ 的积分的常用方法. 例如设 $x = a \sin t$ ($|t| \le \pi/2$); $\mathrm{d}x = a \cos t \, \mathrm{d}t$, 于是

$$\begin{aligned} I &= \int \sqrt{a^2 - x^2} \mathrm{d}x = \int a \cos t \cdot a \cos t \, \mathrm{d}t = \int a^2 \cos^2 t \, \mathrm{d}t \qquad (a > 0) \\ &= a^2 \int \frac{1 + \cos 2t}{2} \mathrm{d}t = a^2 \left(\frac{t}{2} + \frac{1}{4} \sin 2t + C' \right) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= a^2\left(\frac{t}{2}+\frac{1}{2}\sin t\cos t + C'\right)\\
&= a^2\left(\frac{1}{2}\arcsin\frac{x}{a}+\frac{1}{2}\frac{x}{a}\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}+C'\right)\\
&= \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}+\frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2}+C.
\end{aligned}
$$

但是这个积分用分部积分法也可以计算:

$$
\begin{aligned}
I = \int \sqrt{a^2-x^2}\mathrm{d}x &= x\sqrt{a^2-x^2}-\int x\,\mathrm{d}\sqrt{a^2-x^2}\\
&= x\sqrt{a^2-x^2}-\int x\cdot\frac{-x}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathrm{d}x\\
&= x\sqrt{a^2-x^2}-\int \frac{\left(a^2-x^2\right)-a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathrm{d}x\\
&= x\sqrt{a^2-x^2}-I+a^2\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathrm{d}x\\
&= x\sqrt{a^2-x^2}-I+a^2\arcsin\frac{x}{a}+C'.
\end{aligned}
$$

于是

$$
I=\frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2}+\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}+C.
$$

1.2 曲边梯形的面积与定积分的定义

我们换一种方法来考虑例 1.1.1. 我们称 $[a,b]$ 的含 a,b 的有限子集 $P=\{x_i\}_{i=0}^n$ 为 $[a,b]$ 的划分, 不妨设

$$
a=x_0<\cdots<x_n=b.
$$

取 $[a,b]$ 的划分 $P=\{x_i\}_{i=0}^n$, 对 $i\in\overline{n}$ 取 $\xi_i\in[x_{i-1},x_i]$. f 在 $[x_{i-1},x_i]$ 上的面积约等于 $f(\xi_i)\Delta x_i$, 这里 $\Delta x_i=x_i-x_{i-1}$. 于是欲求面积的近似值 (依赖于划分 P 及样点组 $\{\xi_i\}_{i=1}^n$)

$$
A(P,\xi)=\sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i.
$$

直观上, 当划分 P 越来越精细, 即

$$
|P|=\max_{i\in\overline{n}}\Delta x_i\to 0
$$

时, $A(P,\xi)$ 应该趋于曲边梯形的面积 A . 记此极限为 $\int_a^b f$, 称为 f 在 $[a,b]$ 的定积分, 则

$$
A=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.
$$

再看一个例子. 设一变密度细棒占据区间 $[a,b]$, 设 x 处的线密度是 $\rho(x)$, 我们来求其质量 m. 作 $[a,b]$ 的划分 $P=\{x_i\}_{i=0}^n$ 将细棒分成 n 段, 取 $\xi_i\in[x_{i-1},x_i]$. 则第 i 段的质量近似于 $\rho(\xi_i)\Delta x_i$, 因此

$$m\approx\sum_{i=1}^n\rho(\xi_i)\Delta x_i.$$

可以相信, 当划分越来越精细, 即 $|P|\to 0$ 时, 上式右端越来越接近细棒的实际质量 m. 于是

$$m=\lim_{|P|\to 0}\sum_{i=1}^n\rho(\xi_i)\Delta x_i=\int_a^b\rho(x)\,\mathrm{d}x.$$

很多实际问题中都需要计算形如 $\sum\limits_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$ 的和在 $|P|\to 0$ 时的极限, 因此我们引入如下定义.

定义1.2.1. 设 $f:[a,b]\to\mathbb{R}$, $I\in\mathbb{R}$. 若对 $\forall\varepsilon>0$, $\exists\delta>0$, 对于 $[a,b]$ 的任何划分 $P=\{x_i\}_{i=0}^n$, 只要 $|P|<\delta$, 对 $\forall\xi_i\in[x_{i-1},x_i]$ 总有

$$\left|\sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i-I\right|<\varepsilon,$$

就称 f 在 $[a,b]$ 可积, 称 I 为 f 在 $[a,b]$ 的定积分, 记为

$$I=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

注1.2.2. 我们可以不太严格地说定积分是 Riemann 和的极限

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=\lim_{|P|\to 0}\sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i.$$

需要注意的是, 右端的极限与以前学习的函数极限是不同的, 给定了极限变量 $|P|$ 的值, 被取极限的和式 (称为 Riemann 和) 并不确定, 它还依赖于 P 以及样点组 $\{\xi_i\}_{i=1}^n$ 的选择.

参考文献

[Liu10] S. Liu, On the regularity of operators near a regular operator, Amer. Math. Monthly, 117(2010) 927–928.

[LL18] P. Liu, S. Liu, On the surjectivity of smooth maps into Euclidean spaces and the fundamental theorem of algebra, Amer. Math. Monthly, 125(2018) 941–943.

个人简历

在学期间论著目录

致谢