

Práctico 3.4

1. Dar una definición de la función cambio utilizando la técnica de programación dinámica a partir de la siguiente definición recursiva (backtracking):

$$\text{cambio}(i, j) = \begin{cases} 0 & j = 0 \\ \infty & j > 0 \wedge i = 0 \\ \min_{q \in \{0, 1, \dots, j \div d_i\}} (q + \text{cambio}(i - 1, j - q * d_i)) & j > 0 \wedge i > 0 \end{cases}$$

```

fun cambio (d : array [1..N] of nat, k : nat) ret r : nat
  var cam[0..n, 0..k] of nat
  var temp : nat
  var q : nat
  for i:=0 to n do cam[i, 0]:=0
  for j:=1 to k do camb[0, j]:=infinito
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to k do
      temp := cam[i, j]
      for q:=0 to k/d[i] do
        temp := min(temp, temp+cam[i-1, j-q*d[i]])
      od
      cam[i, j]:=temp
    od
  od
end fun

```

2. Para el ejercicio anterior, ¿es posible completar la tabla de valores “de abajo hacia arriba”? ¿Y “de derecha a izquierda”? En caso afirmativo, reescribir el programa. En caso negativo, justificar.

De arriba hacia abajo.

3. Dar una definición de la función cambio utilizando la técnica de programación dinámica a partir de cada una de las siguientes definiciones recursivas (backtracking):

(a)

$$\text{cambio}(i, j) = \begin{cases} 0 & j = 0 \\ 1 + \min_{i' \in \{1, 2, \dots, i \mid d_{i'} \leq j\}} (\text{cambio}(i', j - d_{i'})) & j > 0 \end{cases}$$

(b)

$$\text{cambio}(i, j) = \begin{cases} 0 & j = 0 \\ \infty & j > 0 \wedge i = n \\ \text{cambio}(i + 1, j) & d_i > j > 0 \wedge i < n \\ \min(\text{cambio}(i + 1, j), 1 + \text{cambio}(i, j - d_i)) & j \geq d_i > 0 \wedge i < n \end{cases}$$

a)

```

fun cambio (d : array [1..N] of nat, k : nat) ret r : nat
  var cam[0..n, 0..k] of nat
  var min : nat
  for i:=0 to n do cam[i, 0]:=0 od
  for i:=0 to n do
    for j:=1 to k do
      min:=infinito

```

```

        for i` to n do
            if d[i]<=j && min > (cam[i`,j-d[i]]) then
                min:= (cam[i`,j-d[i]])
            fi
            cam[i,j]:= 1 + min
        od
    od
end fun

```

b)

```

fun cambio (d : array[1...N] of nat, k : nat) ret r : nat
    var cam : array [0..n,0..k] of nat
    for i:=0 to n do cam[i,0] := 0 od
    for j:=1 to k do cam[n,j] := infinito od
    for i:=1 to n do
        for j:=1 to k do
            if d[i] > j AND i < n then
                cam[i,j]:= cam[i+1,j]
            else
                cam[i,j]:=cam[i+1,j] 'min' 1 + cam[i,j-d[i]]
            fi
        od
    od
    r:=cam[n,k]
end fun

```