Consideraciones generales

Debe entregarse un informe explicando el procedimiento utilizado para resolver cada ejercicio, detallando las conclusiones que se solicitan en cada punto, e integrando el código fuente utilizado.

Números al azar

Ejercicio 1

Utilizando Matlab, Octave o Python implementar un Generador Congruencial Lineal (GCL) de módulo 2^{32}, multiplicador 1013904223, incremento de 1664525 y semilla igual a la parte entera del promedio de los números de padrón de los integrantes del grupo.

a) Informar los primeros 10 números generados.
b) Modificar el GCL para que devuelva números al azar entre 0 y 1
c) Realizar un histograma mostrando 100.000 valores generados en el punto b.

Ejercicio 2

Utilizar el generador de números al azar implementado en el ejercicio 1 para simular el lanzamiento de 2 dados, luego de lo cual se realiza la suma de los valores obtenidos en cada uno.

a) Defina el espacio muestral del experimento
b) Genere 10000 pares de lanzamientos
c) Realice un histograma con las frecuencias obtenidas para cada uno de los valores posibles

Ejercicio 3

Para la siguiente función de densidad de probabilidad se pide:

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{13}{12\pi} - \dfrac{1}{\pi^3}x^2 & -\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{\pi}{2} \\ 0 & \forall\ otro\ x \end{cases}$$

a) Graficar la función de densidad de probabilidad.
b) Calcular y graficar la función de probabilidad acumulada y su inversa.
c) Utilizando el generador de números aleatorios con distribución uniforme [0,1] implementado en el ejercicio 1 y aplicando el método de la transformada inversa genere 100.000 números pseudoaleatorios que sigan la distribución propuesta.
d) Realizar un histograma con los valores obtenidos en el punto anterior.

Ejercicio 4

Aplicando el algoritmo de Aceptación y rechazo se pide:

a) Generar 100.000 número aleatorios con distribución Normal de media 25 y desvío estándar 2 .
b) Realizar un histograma de frecuencias relativas con todos los valores obtenidos.
c) Comparar, en el mismo gráfico, el histograma realizado en el punto anterior con la función de densidad de probabilidad brindada por el lenguaje elegido (para esta última distribución utilizar un gráfico de línea).
d) Calcular la media y la varianza de la distribución obtenida y compararlos con los valores teóricos.

Test estadísticos

Ejercicio 5

Aplicar un gap test al generador congruencial lineal implementado en el ejercicio 1 utilizando el intervalo [0,2 - 0,5].
Analizar el resultado obtenido, e indicar si la distribución de probabilidades pasa o no el test.
Considerar un nivel de significación del 1%.

Ejercicio 6

Realizar un test Chi^2 a la distribución empírica implementada en el Ej 2, y analizar el resultado indicando si la distribución puede o no ser aceptada.
Considerar un nivel de significación del 1%.
Determine qué nivel de significación cambiaría el resultado de la prueba de hipótesis.

Ejercicio 7

Aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov al generador de números al azar generado en el ejercicio 4.
Analizar el resultado del mismo, e indicar si la distribución puede o no ser aceptada.
Considerar un nivel de significación del 1%.

Random walking

Ejercicio 8

Utilizando el generador de números al azar brindado por el lenguaje de programación elegido simule el movimiento aleatorio de una partícula en 2 dimensiones considerando:

- La partícula debe partir del origen de coordenadas
- Se puede mover arriba, abajo, a izquierda o a derecha con igual probabilidad.
- En cada movimiento la partícula se mueve 1 unidad en alguna de las direcciones posibles.

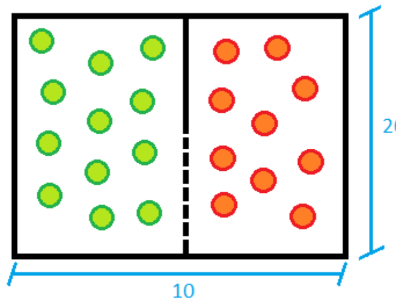
Se pide simular 1000 movimientos de la partícula, mostrando en una animación la evolución del sistema y el camino recorrido por la partícula.

Ejercicio 9

Se tiene un contenedor rectangular divido en 2 partes iguales por una pared removible. En cada uno de los sectores del contenedor se encuentra un gas distinto.
Utilizando un algoritmo de camino al azar para modelar el movimiento de cada molécula, se pide simular realizando una animación de las siguientes situaciones:

a) En t=0 la pared divisoria es retirada, permitiendo que los dos gases se mezclen

b) En t=0 es removida sólo la mitad inferior de la pared permitiendo que los dos gases se mezclen



Considerar:

- Se tienen 10.000 moléculas de cada gas distribuidas uniformemente en cada uno de los sectores.
- Los gases son ideales, no reaccionan entre sí.
- Modelizar el desplazamiento de cada partícula como un camino al azar
- Cada molécula se mueve a una velocidad de 0.1 unidades de distancia/instante de tiempo
- Si al mover una molécula la misma pasara a una ubicación no permitida (por ejemplo, quedara fuera del contenedor) considerar que la misma permanece en su lugar en ese instante de tiempo.
- Simular, realizando una animación, la evolución del sistema a lo largo de 3000 instantes de tiempo.

Para cada situación graficar la variación de la densidad de cada uno de los gases en cada una de las mitades del contenedor.

Ejercicio 10

Se desea simular la evolución de una epidemia, para lo cual se decide modelar las interacciones de una población de 100 individuos distribuidos uniformemente sobre un área de 100 m x 100 m.
Se considera que inicialmente el 5% de los individuos tiene la enfermedad, y que la misma puede ser transmitida con una probabilidad del 60% si alguien enfermo está a menos de 2 metros de alguien sano.
Se propone modelar el desplazamiento de cada individuo como un camino al azar en 2 dimensiones, generando en cada instante de tiempo un desplazamiento de 1.

Para analizar las estrategias a tomar se consideran 2 modelos:

<u>Modelo A</u>
Las personas enfermas no se curan.

<u>Modelo B</u>
Las personas enfermas, luego de pasar 20 instantes de tiempo en ese estado, tienen un probabilidad de sanar del 80% en cada uno de los instantes de tiempo siguientes (por simplicidad suponer que una persona curada puede volver a contagiarse).

Para cada uno de los modelos anteriores simular la evolución de la epidemia, a través de 4000 instantes de tiempo, considerando las siguientes estrategias:

1. Todos los individuos de la población se mueven sin restricciones dentro del área.
2. Sólo se mueven los individuos sanos. Una vez que un individuo sano se enferma pasan entre 10 y 20 instantes de tiempo con distribución uniforme para el mismo deje de moverse.
3. Sólo se mueven el 50% de las personas, el resto mantiene sus posiciones durante toda la simulación.

En todos los casos, graficar la curva de evolución de la epidemia midiendo:

- Cantidad de personas sanas en función del tiempo
- Cantidad de personas enfermas en función del tiempo