



Redictado de Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2022

Ejercitación sobre Grafos

Terminología – Dado el grafo dirigido acíclico de la Figura 1, completar las siguientes sentencias:

- Los vértices 5 y 6 son adyacentes al vértice 3.
- El grado del vértice 4 es: 3.
- La secuencia de vértices 3,6,5,4,2 o 3,5,4,2 es un camino desde 3 a 2.
- La longitud del camino más corto desde 3 a 2 es: 3.
- Insertando en el DAG el arco 2,5 deja de serlo, pues se forma un ciclo entre los vértices 5,4,2.
- Los vértices 1 y 3 tienen grado_in igual a 0 (cero) y grado igual a: 2.
- El grado_out del vértice 4 es: 1 y el del vértice 2 es: 0.
- La secuencia de vértices 3,6,5,4,2 es el camino más largo desde 3 a 2.
- Enuncie 5 sentencias usando términos o definiciones que no hayan sido expuestas en la sentencias anteriores :
 - El grado out del vertice 5 es 1
 - Insertando en el grafo el arco(6,6) se forma un bucle
 - No se trata de un grafo ponderado
 - No se trata de in grafo fuertemente conexo
 - El grado del grafo es 3

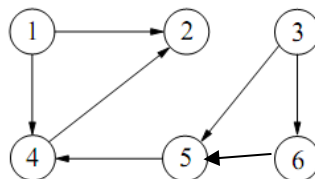


Figura 1

- 1) a) Aplique la representación de Matriz de Adyacencia al grafo dirigido de la Figura 2 y al grafo dirigido pesado de la Figura 3.
 - b) Aplique la representación de Lista de Adyacencia al grafo dirigido de la Figura 2 y al grafo dirigido pesado de la Figura 3.

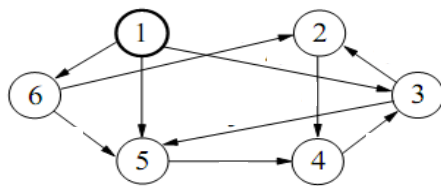


Figura 2

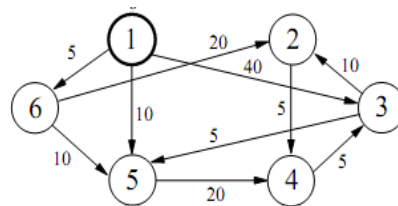


Figura 3

- 2) a) Aplicando el recorrido DFS al grafo dirigido de la Figura 4, cuáles son los vértices alcanzables desde el vértice 1 y en qué orden.
b) Aplicando el recorrido BFS al grafo dirigido de la Figura 4, cuáles son los vértices alcanzables desde el vértice 1 y en qué orden.

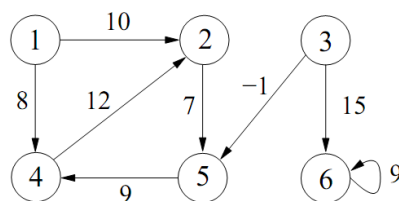
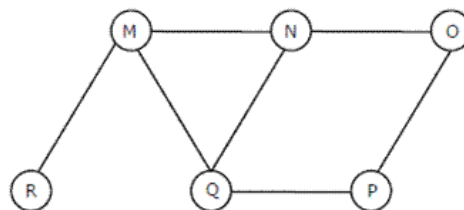


Figura 4

- 3) ¿Cuál de los siguientes es un recorrido BFS válido para el grafo de la figura?



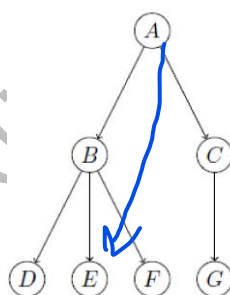
(a) MNOPQR

(b) NQMPOR

(c) QMNPRO

(d) QMNPOR

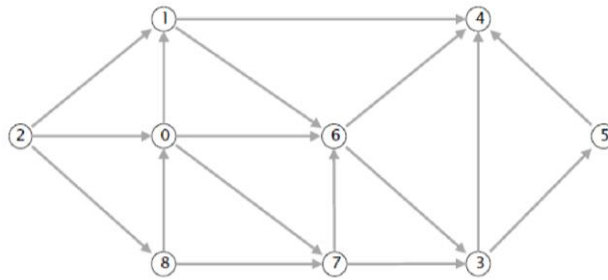
- 4) El siguiente árbol, es el árbol que deriva de un recorrido BFS de un grafo dirigido G, ¿cuál de las siguientes aristas no puede estar en G?



- i) (F,C)
ii) (D,A)
iii) (A,E)
iv) (G,E)

Si estuviera en E estaría en el mismo nivel que B y C

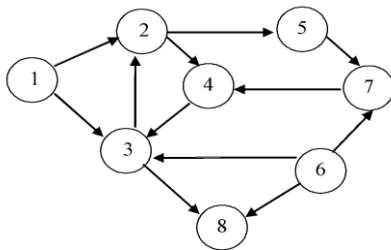
- 5) Se aplicó el recorrido DFS sobre el grafo dirigido de la siguiente figura, comenzando en el vértice 2. Asuma que las listas de adyacencias están ordenadas de menor a mayor.



Cuál de las siguientes opciones corresponde al listado **postorden** de los vértices del grafo:

- (a) 2 0 6 4 3 5 7 1 8
- (b) 4 5 3 6 7 0 1 8 2
- (c) 4 5 3 6 1 7 0 8 2
- (d) 2 0 1 8 6 7 4 3 5

6) Dado el siguiente grafo dirigido, en el siguiente bosque abarcador del DFS realizado a partir del vértice (1): 1, 2, 4, 3, 8, 5, 7, 6, habrá ...



- (a) 1 arco de cruce,
- (b) 2 arcos de cruce,
- (c) más de 2 arcos de cruce
- (d) Ninguna de las opciones

7) Dado el grafo de la Figura 5, indicar cuál de las siguientes posibilidades es una ordenación topológica válida.

- i) e, g, d, f, b, a, c
- ii) e, g, f, b, a, c, d
- iii) Existe más de una posible ordenación topológica válida.
- iv) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

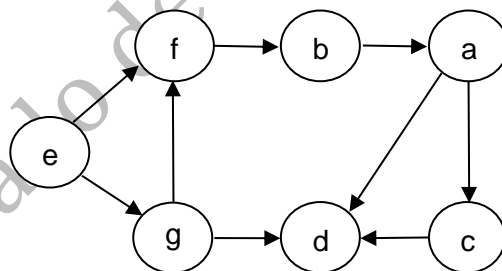


Figura 5

b) Dado el grafo de la Figura 6, indicar cuál de las siguientes posibilidades es una ordenación topológica válida.

- i) e, h, g, d, f, b, a, c
- ii) e, g, f, b, a, c, d, h
- iii) Existe más de una posible ordenación topológica válida.
- iv) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

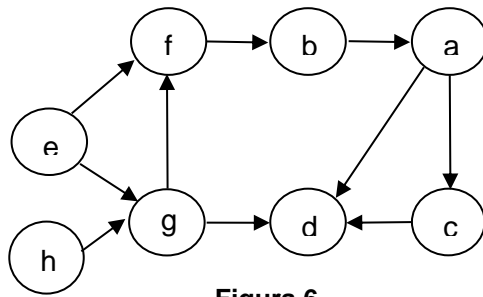


Figura 6

- c) Aplique las versiones 1 (usando arreglo), 2 (usando Cola o Pila) y 3 (usando DFS) del algoritmo que permite obtener la ordenación topológica del DAG de la Figura 7.

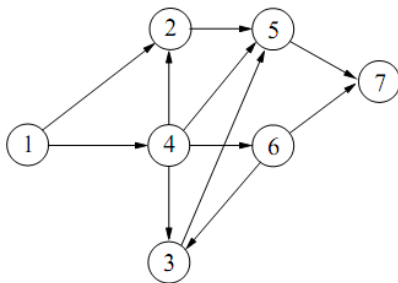
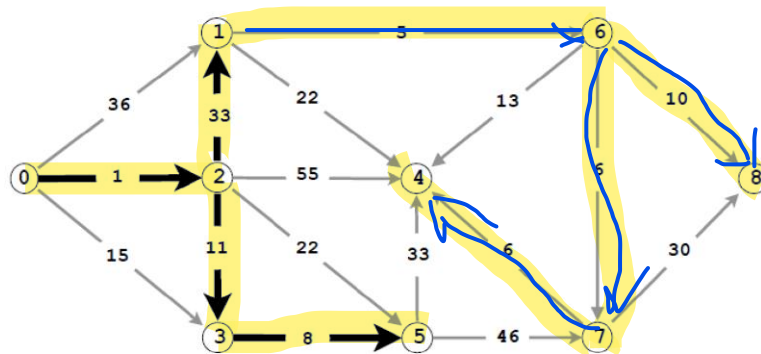


Figura 7

- 8) Se ejecuta el algoritmo de **Dijkstra** sobre el siguiente dígrafo pesado.



- a) La siguiente tabla contiene los valores luego de haberse procesado los vértices: 0, 2, 3, 5 y 1. Continúe la ejecución del algoritmo completando la tabla con los valores correspondientes.

Nro. de iteración del algoritmo	Vértices	Distancia (0,v)	Vért. Previo	Visitado
1º	0	0	-	1
5º	1	∞ 36 34	0 2	1

2°	2	∞ 1	0	1
3°	3	∞ 15 12	0 2	1
9°	4	∞ 56 53	2 5	0
4°	5	∞ 22 20	0 2 3	1
6°	6	∞ 39	1	0
7°	7	∞ 66	5	0
8°	8	∞	-	0

b) Complete la secuencia de vértices según el orden en el que el algoritmo de Dijkstra los toma (es decir, los considera "visitados"). Recuerde que la ejecución del algoritmo comenzó por el vértice "0".

0 2 3 5 1 6 7 8 4

c) Dibuje sobre el grafo, los arcos (con trazo más grueso) del árbol abarcador resultante.

d) Recupere los vértices que componen los caminos de costo mínimo obtenidos con el algoritmo de Dijkstra, para los siguientes pares:

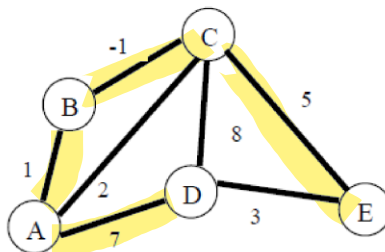
(0,5)
0,2,3,5

(0,7) 0,2,1,6,7

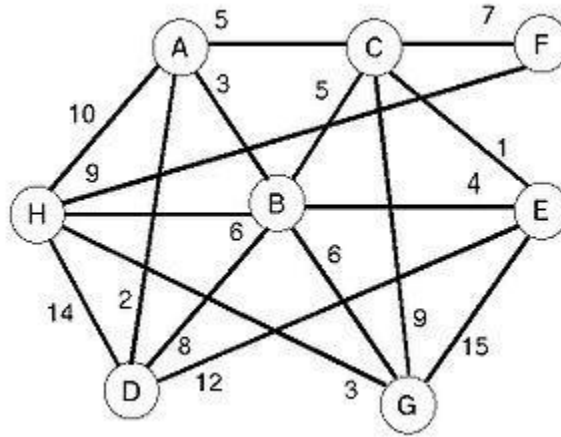
9) Dado el grafo pesado de la figura.

a.- ¿El algoritmo de Dijkstra funciona correctamente en este caso en particular, tomando como vértice origen a A?

b.- Si la respuesta es afirmativa, aplíquelo. Si la respuesta es negativa fundamente por qué no funciona el algoritmo.



10) Dado el siguiente grafo, ejecute el algoritmo de Dijkstra, partiendo del vértice H



a) ¿Cuáles fueron los costos intermedios encontrados por el algoritmo para encontrar el camino mínimo a E?

- 14, 11
- **18, 10**
- 18, 11, 10
- 12, 11, 10
- Ninguna de las anteriores

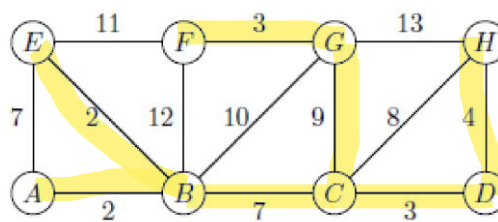
b) ¿Cuáles fueron los vértices intermedios encontrados por el algoritmo para encontrar el camino mínimo a E?

- A, C, B
- A, B, G
- **G, B**
- D, B
- A, C
- B

c) ¿En qué iteración del algoritmo fue tomado el vértice C?

- 4°
- 5°
- 6°
- **7°**
- 8°

11) Ejecute el algoritmo de Prim en el siguiente grafo, partiendo del vértice A. ¿Cuál es la suma de los pesos de la primera, tercera y quinta arista seleccionadas según el algoritmo?



(a) 9

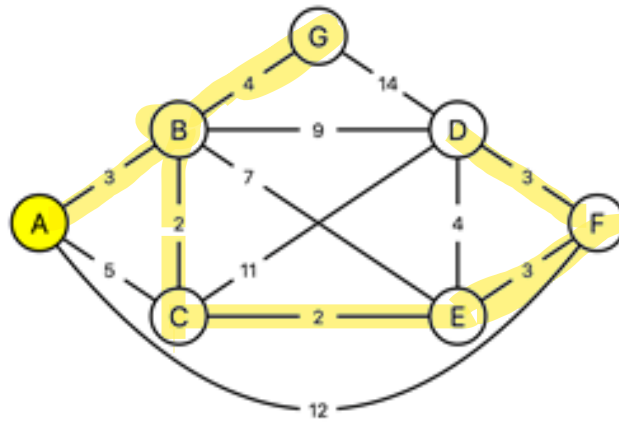
(b) 10

(c) 11

(d) 12

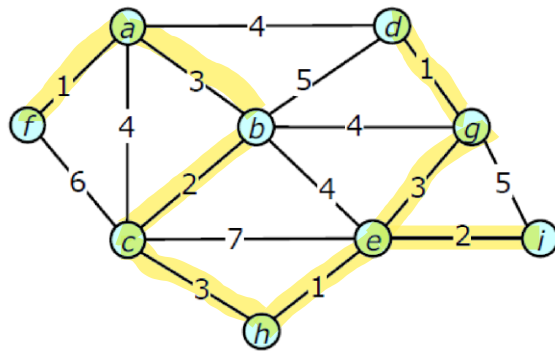
(e) 13

- 12) Obtener el árbol de expansión mínima utilizando el algoritmo de PRIM en el siguiente grafo comenzando del vértice A.
- Dibuje cómo evoluciona la construcción del árbol en cada paso.
 - Muestre la ejecución del algoritmo en la tabla que aparece más abajo.
 - Expresar el orden de ejecución del algoritmo (en cuanto a su eficiencia). Justifique su respuesta.

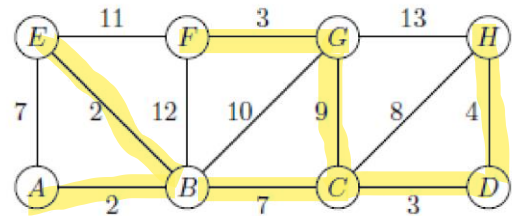


Iteración en que se toma Arista (v,w)	Vértice "v"	Costo (v,w)	Vértice "w"	Visitado
1°	A	0	-	0 1
2°	B	∞ 3	A	0 1
3°	C	∞ 5, 2	B	0 1
6°	D	∞ 9, 4, 3	F	0 1
4°	E	∞ 7, 2	C	0 1
5°	F	∞ 12, 3	E	0 1
7°	G	∞ 4	B	0 1

- 13) Obtener el árbol de expansión mínima utilizando el algoritmo de Kruskal en los siguientes grafos, dibujando cómo evoluciona la construcción del árbol en cada paso.
- Expresar el orden de ejecución del algoritmo (en cuanto a su eficiencia). Justifique su respuesta.



Grafo 1



Grafo 2

a) Complete la secuencia de arcos del árbol abarcador mínimo, según el orden en que el algoritmo los incluye en el árbol

Grafo 1: (a,f):1 (d,g):1 (e,h):1 (e,i):2 (b,c):2 (g,b):3 (c,h):3 (e,g):3

Grafo 2: (A,B):2 (B,E):2 (C,D):3 (F,G):3 (D,H):4 (B,C):7 (C,G):9

b) ¿Cuál es el costo del árbol abarcador resultante?

Grafo 1: 16

Grafo 2: 30

12)c_ Se hace las mismas consideraciones que para el algoritmo de Dijkstra:

_Si se implementa con una tabla secuencial:

.el costo total del algoritmo es $O(|V|^2)$ porque hay que recorrer V veces los vértices para sacar el mínimo y las actualizaciones se realizan E veces.

_Si se implementa con heap:

.el costo total del algoritmo es $O(|E| \log |V|)$ porque hay que hacer un deleteMin V veces que sería $\log |V|$ y las actualizaciones se realizan E veces (actualizar es de $\log V$, entonces sería $(E * \log |V|)$)