静电场中的导体和电介质

避雷针





"法拉第笼"



雷击飞机





为什么飞机遭遇雷击不会影响飞行?

本章研究的问题

讨论导体和介质带电和它周围电场有何关系.

导体 绝缘体 半导体的概念

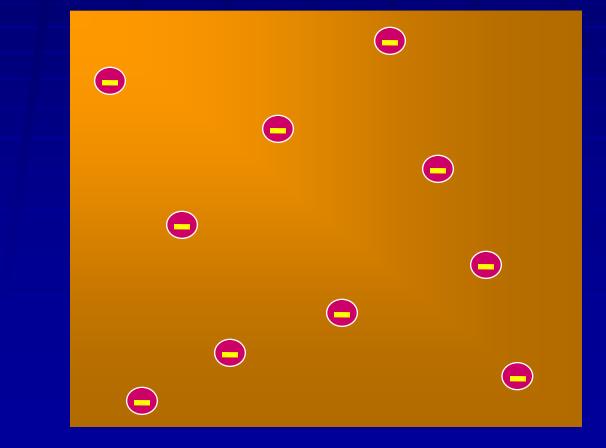
- 1. 导体(Conductor)存在大量的可自由移动的电荷
- 2. 绝缘体(Dielectric) 理论上认为一个自由移动的电荷也没有,
- 绝缘体也称电介质
- 3. 半导体(Semiconductor) 介于上述两者之间

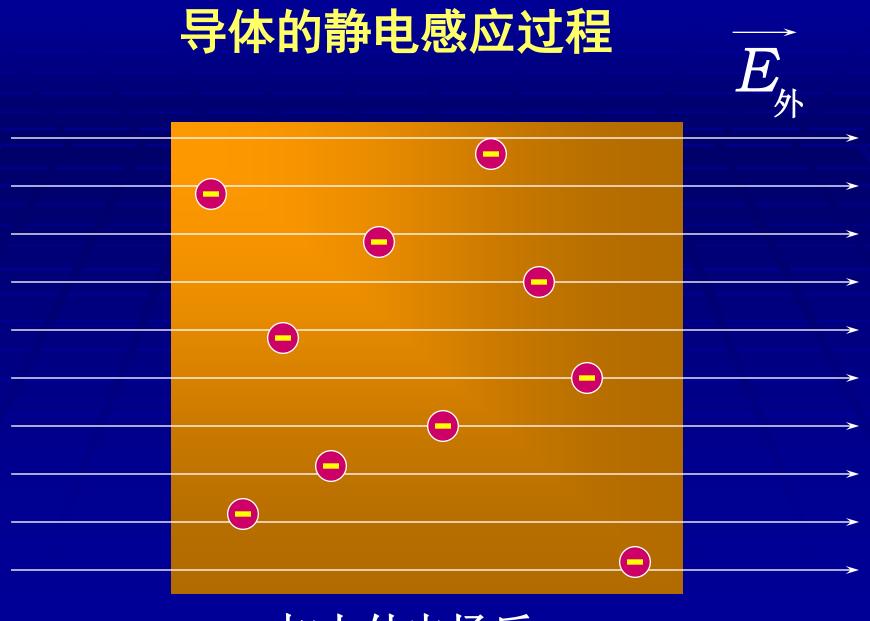
导体的静电平衡条件

一. 静电感应

无外电场时

金属导体特征: 存在大量的自由电子

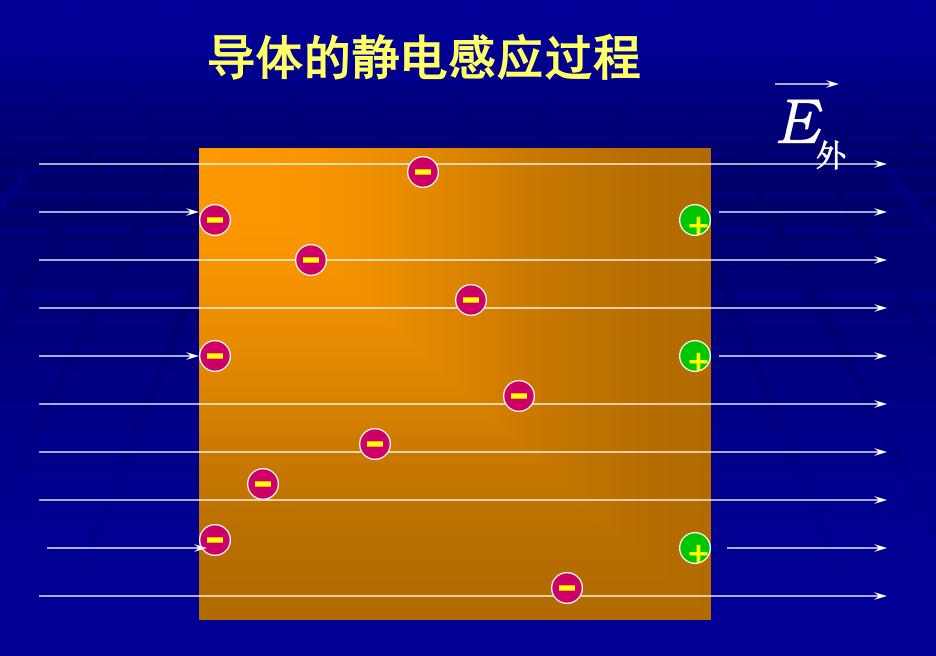




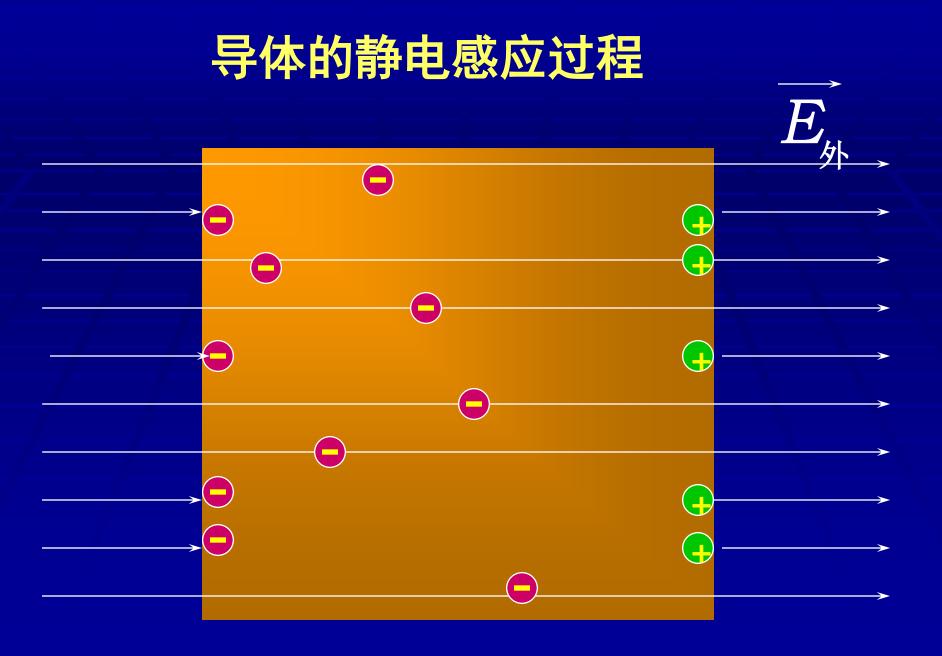
加上外电场后

加上外电场后

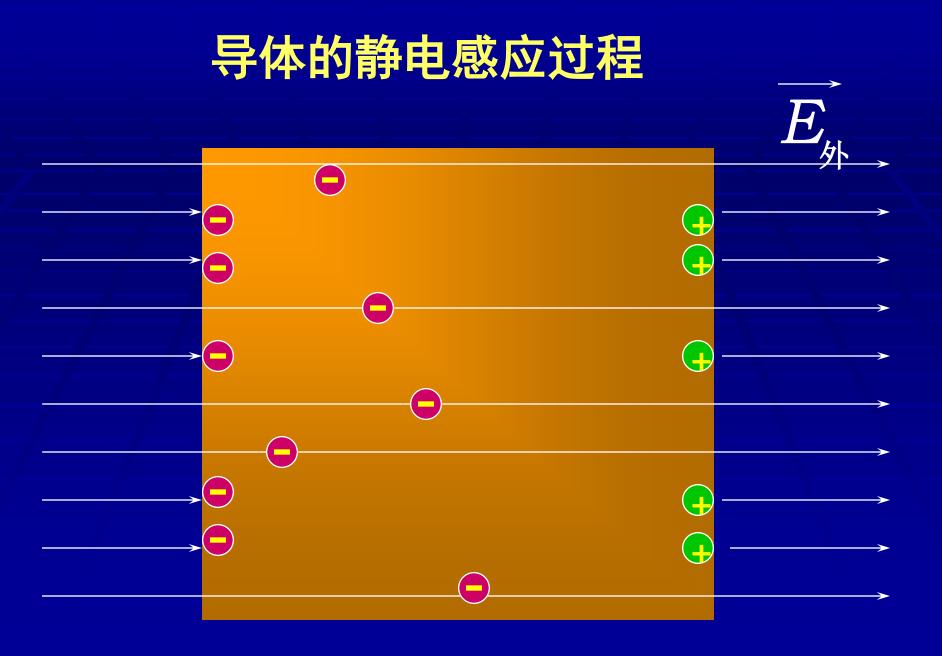
加上外电场后



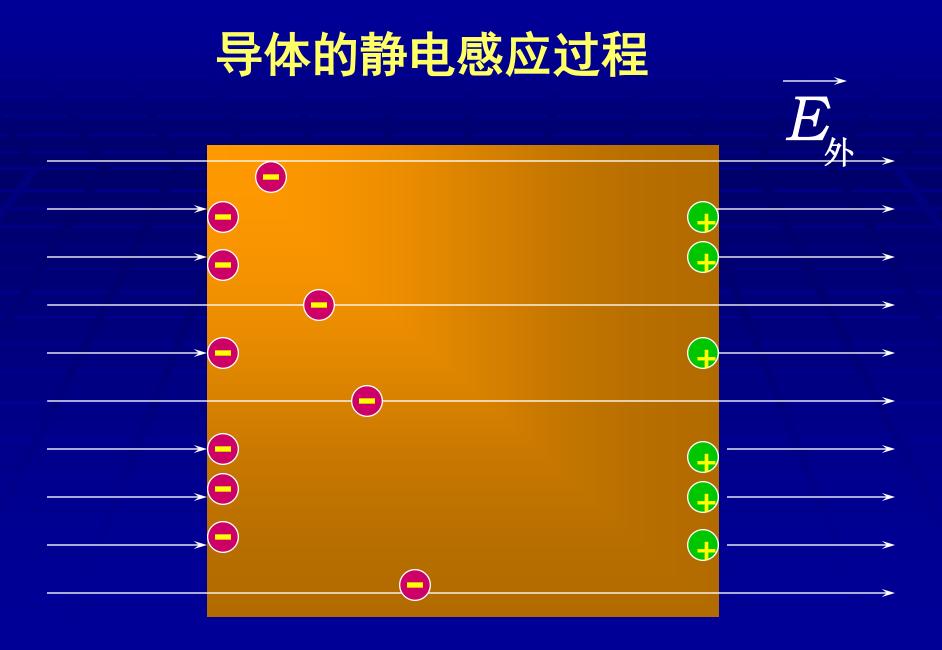
加上外电场后



加上外电场后



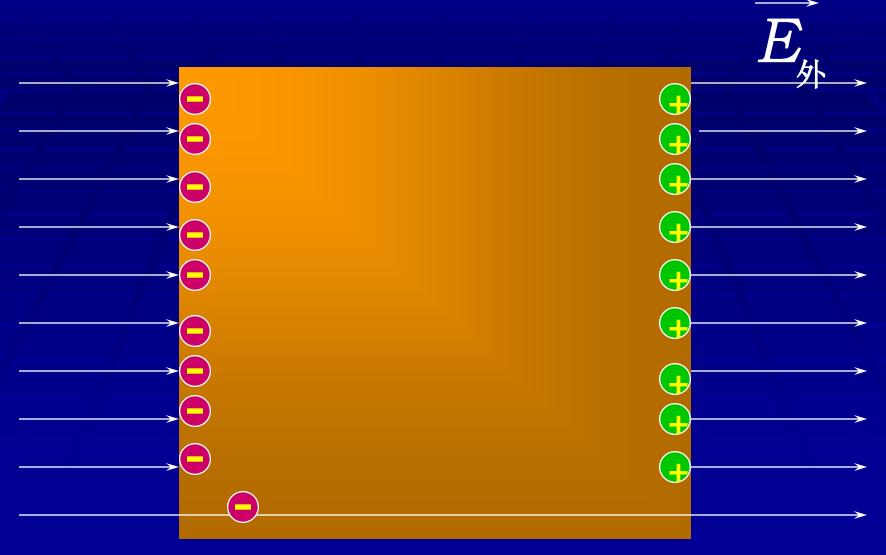
加上外电场后



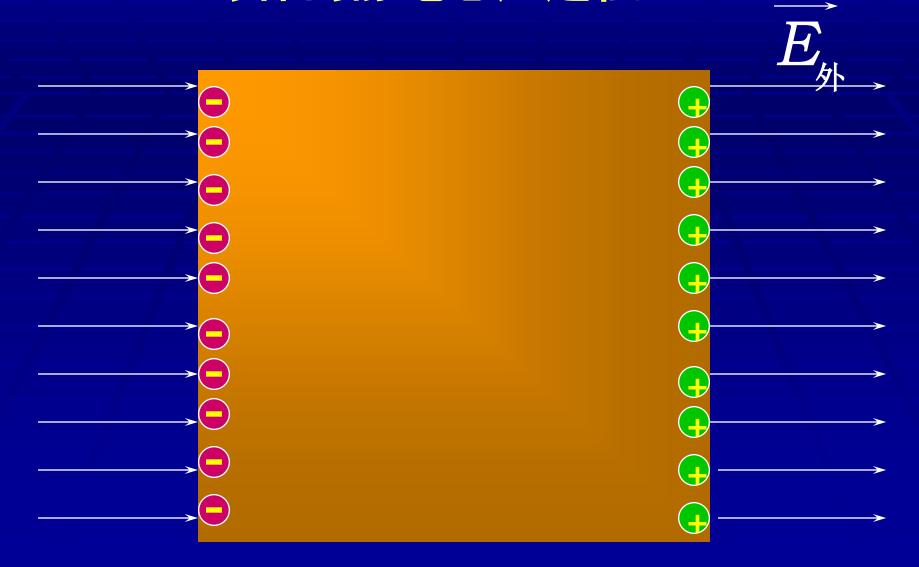
加上外电场后

加上外电场后

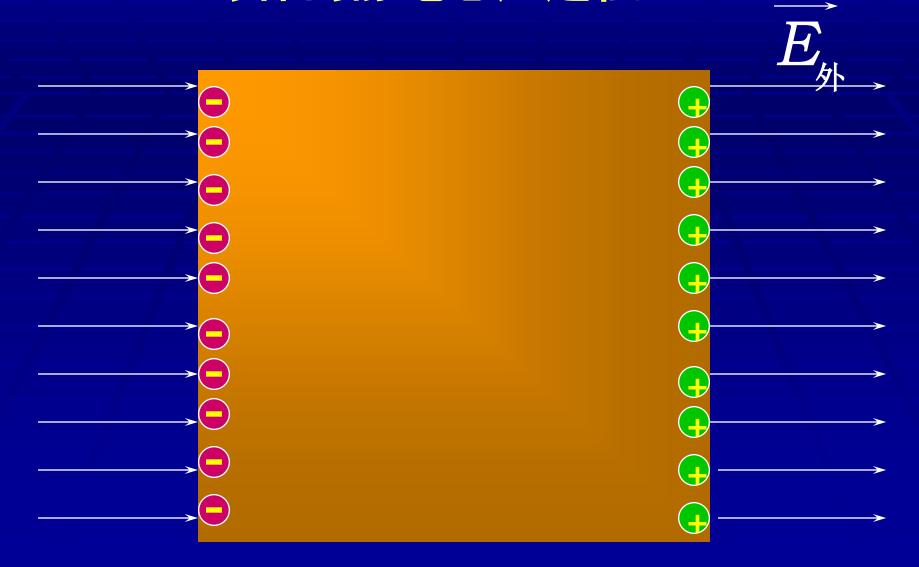
加上外电场后



加上外电场后

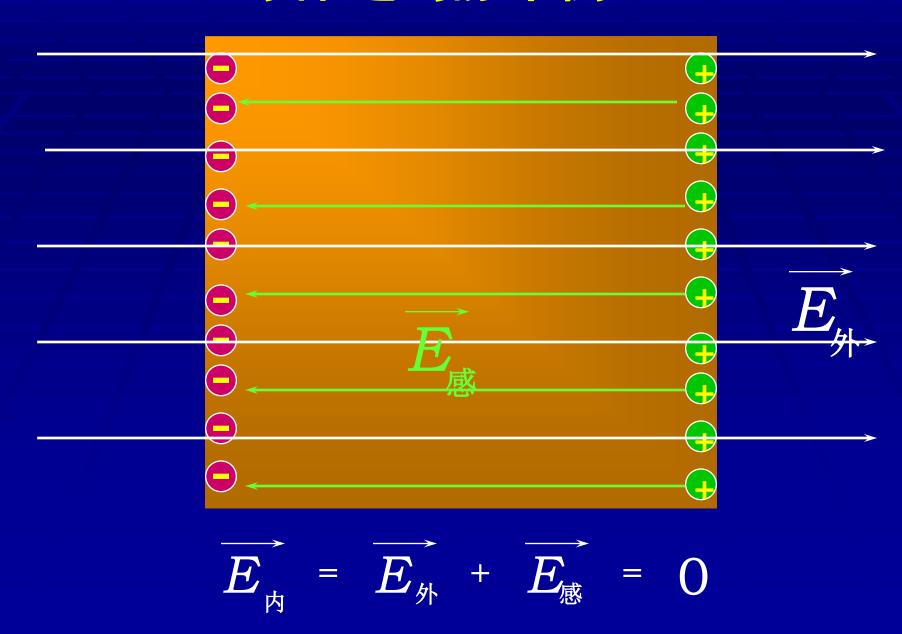


加上外电场后



加上外电场后

导体达到静平衡



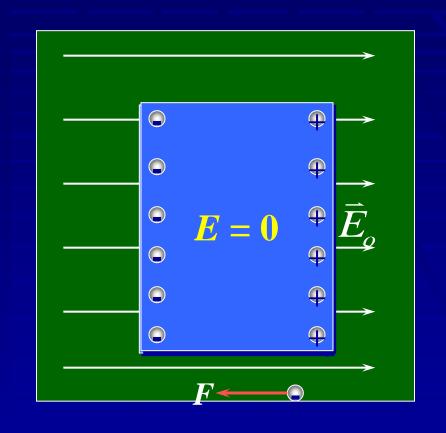
静电感应: 在外电场影响下, 导体表面不同部分出现正负电荷的现象。

静电平衡:

导体内部和表面没有电荷的宏观定向运动。

感应电荷:

因静电感应而在导体两侧表面上出现的电荷。



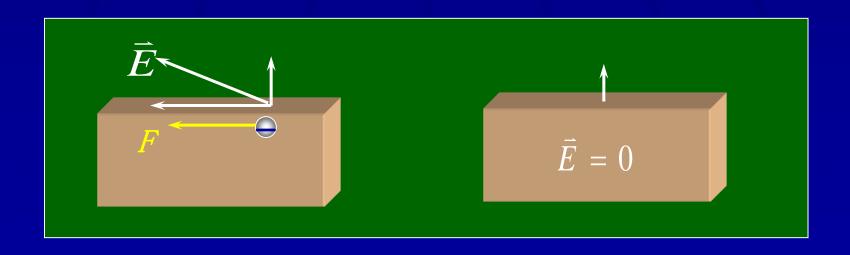
静电平衡时导体中的电场特性

用场强来描写:

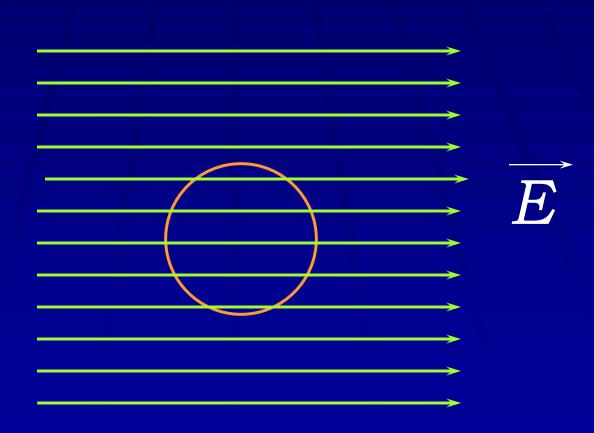
- 1. 导体内部场强处处为零;
- 2. 表面场强垂直于导体表面。

用电势来描写:

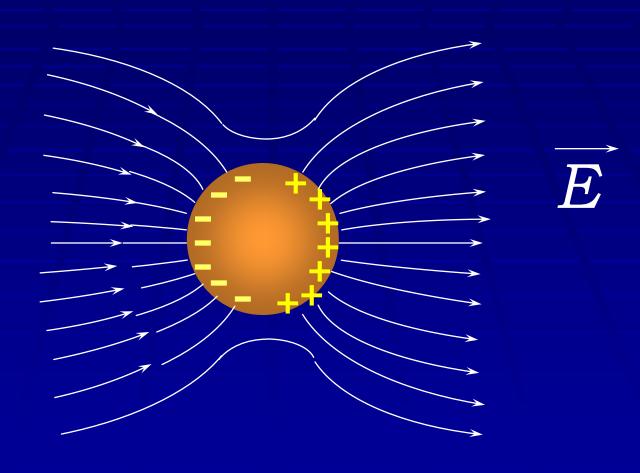
- 1. 导体为一等势体;
- 2. 导体表面是一个等势面。



金属球放入前电场为一均匀场



金属球放入后电力线发生弯曲电场为一非均匀场



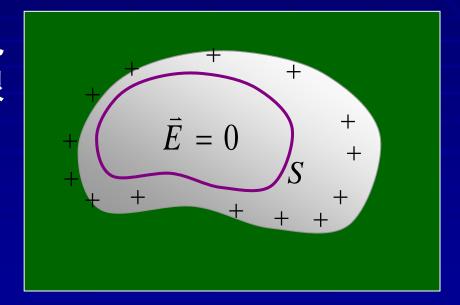
二. 静电平衡时导体上的电荷分布

1. 在静电平衡下,导体所带的电荷只能分布在导体的表面,导体内部没有净电荷。

证明:假设导体内部某区域内有净电荷,作一个包围该电荷的高斯面S,根据高斯定理有:

$$\int_{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_{o}} \sum_{i} q_{i}$$

$$\vec{E} = 0 \quad \therefore \Rightarrow \sum q_i = 0$$



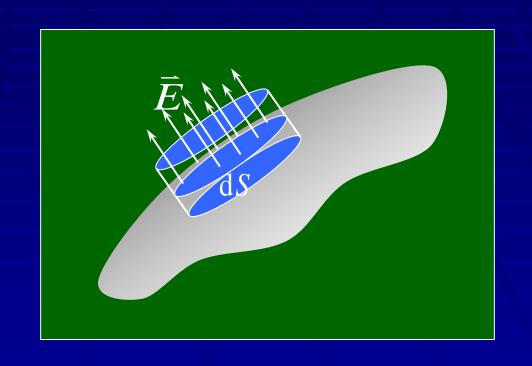
<mark>结论:</mark> 导体内部没有净电荷,电荷只能分布在导体表面。

2. 处于静电平衡的导体, 其表面上各点的电荷密度与表面邻近处场强的大小成正比。

证明:由高斯定理:

$$\oint_{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = EdS = \frac{\sigma dS}{\varepsilon_{o}}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{o}}$$



3. 静电平衡下的孤立导体,其表面处电荷密度 σ 与该表面曲率有关,曲率(1/R)越大的地方电荷密度也越大,曲率越小的地方电荷密度也越小。

两个半径分别为 R 和 r 的球形导体(R>r),用一根很长的细导线连接起来,使这个导体组带电,电势为U,求两球表面电荷与曲率的关系?



解:由于两球由导线连接,两球电势相等:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

得:

$$\frac{Q}{q} = \frac{R}{r}$$

可见,大球所带电量Q 比小球q多。两球的面电荷密度分别为:

可见,大球所带电量Q 比小球q多。两球的面电荷密度分别为:

$$\sigma_R = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$\sigma_r = \frac{q}{4\pi r^2}$$

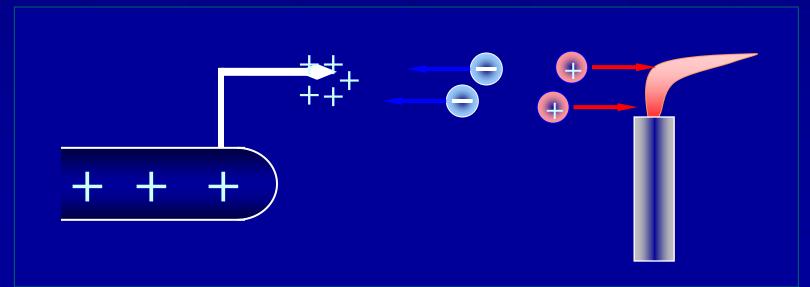
$$\frac{\sigma_R}{\sigma_r} = \frac{Qr^2}{qR^2} = \frac{r}{R}$$

结论: 两球电荷面密度与曲率半径成反比, 即与曲率成正比。

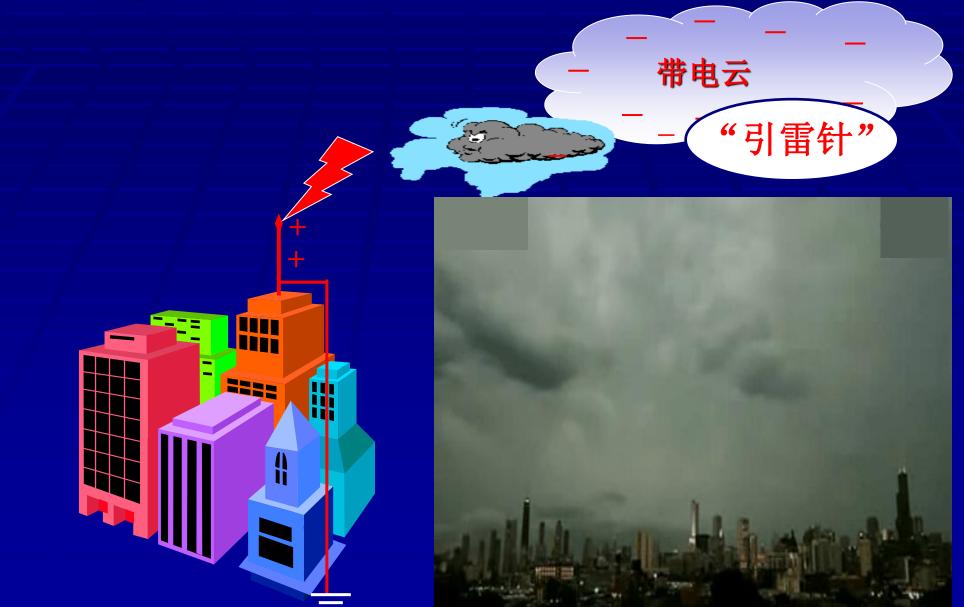
> 尖端放电

导体尖端处由于大量电 荷积聚产生强电场,致 使附近空气电离从而产 生的一种放电现象。





> 避雷针原理



应用

避雷针:Lightning Mast或Lightning Rod

一个柱子或基础结构,由它的顶到地有一垂直导体或它本身就是一到地的导体,其目的通过引导与疏导,把接闪的雷电流释放到大地, 拦截雷击使不落在其保护范围内的物体上, 保护建筑物免遭直接雷击的破坏。



三.有导体存在时静电场的分析与计算

空腔导体



导体静电平衡特性:

导体内部场强处处为零; 电荷只分布在导体表面

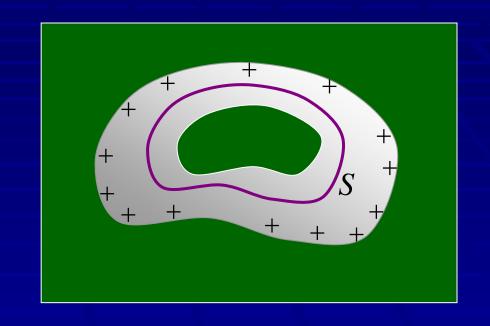
问题:

- 内表面、外表面电荷如何分布?
- 腔内、腔外空间电场如何分布?

1. 腔内无带电体

$$\int_{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_{o}} \sum_{i} q_{i}$$

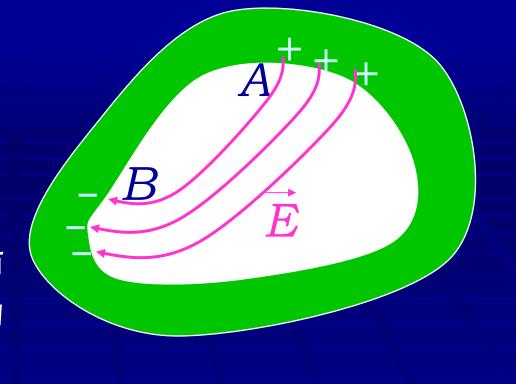
$$\vec{E} = 0 \quad \therefore \Rightarrow \sum q_i = 0$$



结论: 电荷分布在导体外表面,导体内部和内表面没净电荷。

• 设内表面存在净电荷,画出电场线,如图。

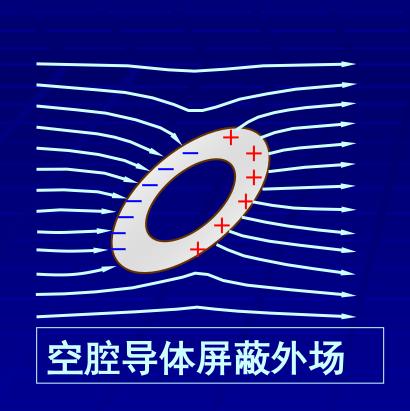
• 将单位正电荷从导体上的A点沿 着电场线移到B点,电场力的功 为:

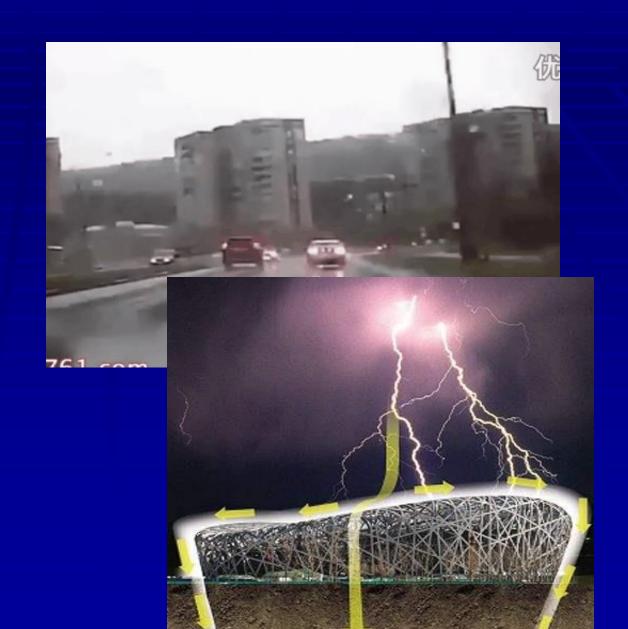


$$V_A - V_B = \int_A^B \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} \neq 0$$
 \mathbb{D} : $V_A \neq V_B$

这说明导体还没有达到静电平衡,和静电平衡的前提导体为等势体相矛盾。所以这种电荷分布是不可能出现的。

电场中的空腔导体









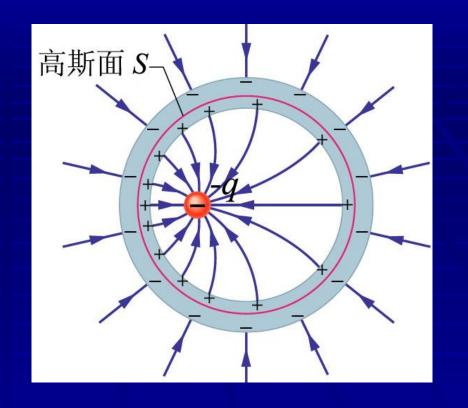


2. 腔内有带电体

根据高斯定理:

$$\vec{E} = 0 \quad \therefore \Rightarrow \sum q_i = 0$$

$$q' = -q$$



结论:

在静电平衡下, 电荷分布在导体内、外两个表面, 其中内表面的电荷是空腔内带电体的感应电荷, 与腔内带电体的电荷等量异号。

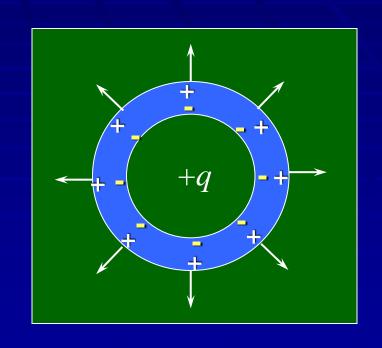
四. 静电屏蔽

静电屏蔽: 一个接地的空腔导体可以隔离内外电场的影响。

1、空腔导体,腔内没有电荷

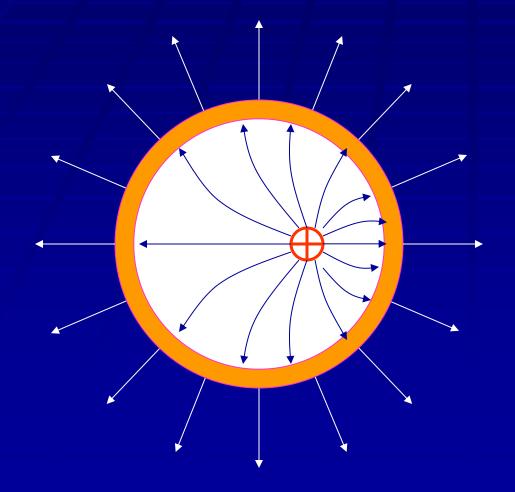
空腔导体起到屏蔽外电场的作用。

2、空腔导体,腔内存在电荷

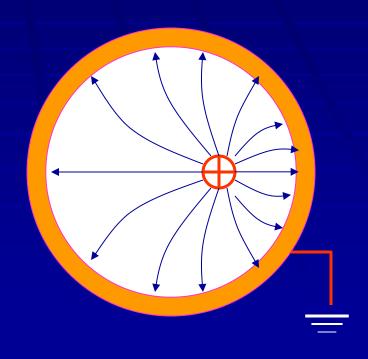


接地的空腔导体可以屏蔽内、外电场的影响。

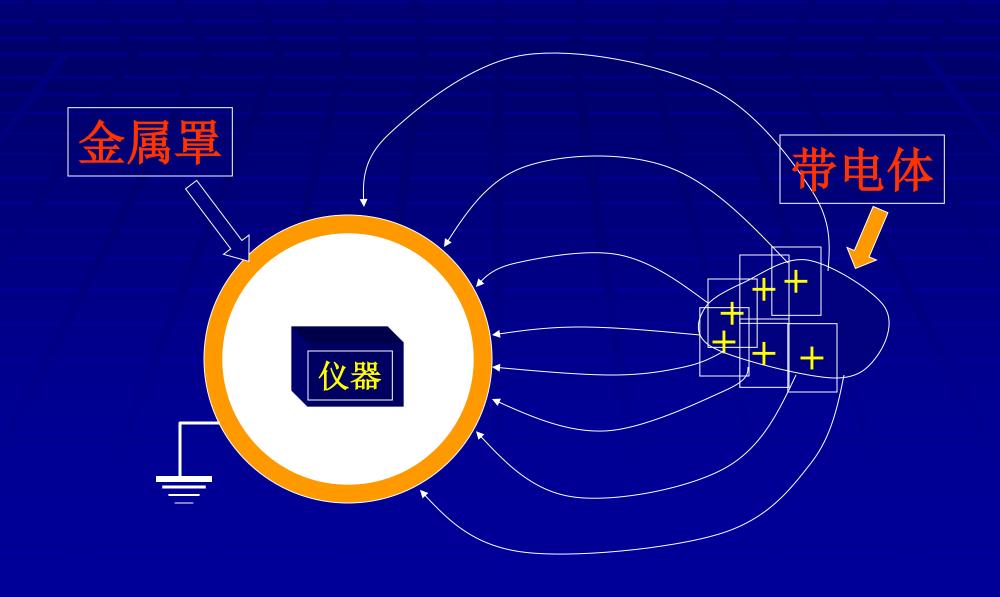
不接地的导体腔



接地的导体腔



静电屏蔽



处在"法拉第笼"内的人为何安然无恙?



应用: 防雷小知识



有导体存在时静电场场量的计算原则

1. 静电平衡的条件

$$E_{\bowtie} = 0$$

或
$$V = c$$

2. 基本性质方程

$$\oint_{S} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum_{i} q_{i}}{\varepsilon_{0}}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

3. 电荷守恒定律

$$\sum_{i} Q_{i} = const.$$

例1. 有一外半径 R_1 ,内半径为 R_2 的金属球壳。在球壳中放一半径为 R_3 的金属球,球壳和球均带有电量 $q=10^{-8}$ C的正电荷。问: (1) 两球电荷分布。 (2) 球心的电势。 (3) 球壳电势。

解: (1) 1、电荷+q分布在内球表面。

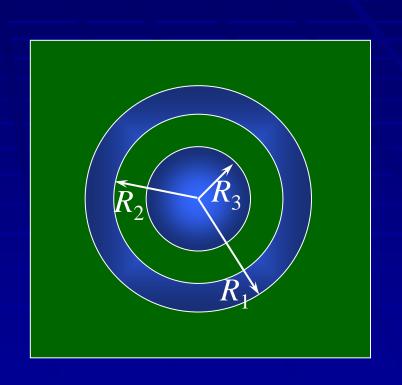
- 2、球壳内表面带电-q。
- 3、球壳外表面带电<math>2q。

(2)
$$\vec{E}_3 = 0$$
 $(r < R_3)$

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad (R_3 < R_2)$$

$$E_1 = 0 \qquad (R_2 < R_1)$$

$$E_0 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad (r > R_1)$$



$$V_o = \int_0^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^{R_3} + \int_{R_3}^{R_2} + \int_{R_2}^{R_1} + \int_{R_1}^\infty$$

$$V_{o} = \int_{R_{3}}^{R_{2}} E_{2} dr + \int_{R_{1}}^{\infty} E_{o} dr = \int_{R_{3}}^{R_{2}} \frac{q dr}{4\pi \varepsilon_{o} r^{2}} + \int \frac{2q dr}{4\pi \varepsilon_{o} r^{2}}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{2q}{4\pi\varepsilon_o R_1}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}+\frac{2}{R_1}\right)$$

(3)
$$V_1 = \int_{R_1}^{\infty} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o r^2} dr = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o R_1}$$

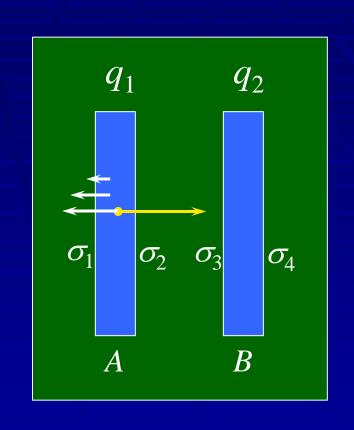
解: 电荷守恒: $\sigma_1 S + \sigma_2 S = q_1$ $\sigma_3 S + \sigma_4 S = q_2$

由静电平衡条件, 导体板内 E=0

$$E_A = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_o} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_o} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_o} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_o} = 0$$

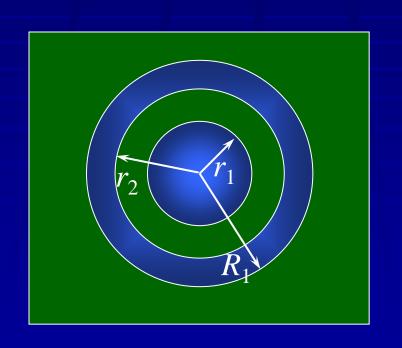
$$E_{B} = \frac{\sigma_{1}}{2\varepsilon_{o}} + \frac{\sigma_{2}}{2\varepsilon_{o}} + \frac{\sigma_{3}}{2\varepsilon_{o}} - \frac{\sigma_{4}}{2\varepsilon_{o}} = 0$$

$$\sigma_{1} + \sigma_{2} = \frac{q_{1}}{S} \qquad \sigma_{3} + \sigma_{4} = \frac{q_{2}}{S}$$



$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_1 + q_2}{2S}$$
 $\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_1 - q_2}{2S}$

- 例3. 半径为 r_1 、 $r_2(r_1 < r_2)$ 的两个同心导体球壳互相绝缘,现把+q 的电荷量给予内球,求:
 - (1) 外球的电荷量及电势;
 - (2) 把外球接地后再重新绝缘,外球的电荷量及电势;
 - (3) 然后把内球接地,内球的电荷量及外球的电势(设内球离地球很远)。

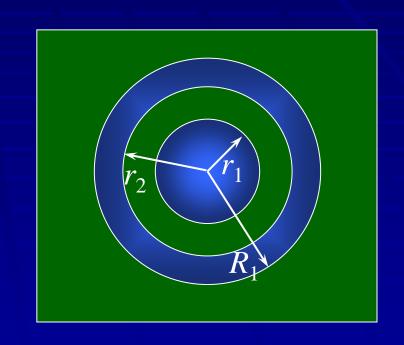


解:

(1)由于静电感应,外球内表面电量为-q,外表面电量为+q

外球的电势为:
$$U_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

(2) 外球内表面电量仍为-q, 外表面电量为零

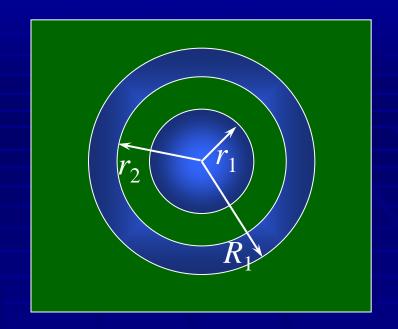


外球的电势为: $U_2=0$

(3) 设内球电量为 q_1 ,内球电势为零

$$U_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = 0$$

$$q_1 = \frac{r_1}{r_2} q$$



外球的电势为:
$$U_{\text{h}} = \frac{q_1 - q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

空腔金属导体总结:

1. 空腔金属导体产生的感应电荷总是出现在表面(内表面或外表面)。

2. 空腔金属导体内部没有电场(线),空腔内部电场和空腔外部电场是各自独立的——静电屏蔽。

3. 空腔金属导体内部和外部的电势是通过金属导体联系在一起的——金属导体是等势体。