



UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie électrique et génie informatique

MODÉLISATION ET IDENTIFICATION DE SYSTÈMES DYNAMIQUES

APP 3

Présenté à :

M. Raef Cherif et M. Jean-Samuel Lauzon

Présenté par :

Hubert Dubé - dubh3401

Gabriel Lavoie - lavg2007

Sherbrooke

2 octobre 2019

Table des matières

1	Introduction	1
2	Fonction de transfert en boucle ouverte et fermée	1
2.1	Représentation graphique	1
2.2	Représentation en fonction de transfert	2
3	Réduction	2
3.1	Réduction physique	3
3.2	Réduction numérique	4
4	Identification du moteur	4
5	Linéarisation	5
6	Conclusion	5

Table des figures

1	Schéma bloc du système	1
2	Graphe de fluence du système	2
3	Difference de réponse impulsionelle suite aux réductions	3
4	Difference de réponse impulsionelle suite aux réductions	4

1 Introduction

2 Fonction de transfert en boucle ouverte et fermée

Les équations des parties précédente permette d'obtenir toutes les fonctions de transfert nécessaire pour représenter le système en utilisant uniquement des système d'ordre 1. De manière analytique, en reprenant l'équation (XXXXX) :

$$G0 = \frac{e_a}{e_{in}} = \frac{K}{Ts + 1}$$

avec l'équation (XXXXX) :

$$G1 = \frac{I_a}{e_a - \frac{k_b \omega_L}{N}} = \frac{1}{L_a s + R_a}$$

avec l'équation (XXXXX) :

$$G2 = \frac{\omega_L}{I_a} = \frac{\frac{k_i}{\frac{J_m}{N} + N J_L}}{s + \frac{\frac{B_m}{N} + N B_L}{\frac{J_m}{N} + N J_L}}$$

adin d'obtenir θ_L comme sortie il suffit d'ajouter un intégrateur à la suite de $G2$:

$$G4 = \frac{\theta_L}{\omega_L} = \frac{1}{s}$$

2.1 Représentation graphique

Sous forme de schéma bloc, le système peut être représenté à la figure 1.

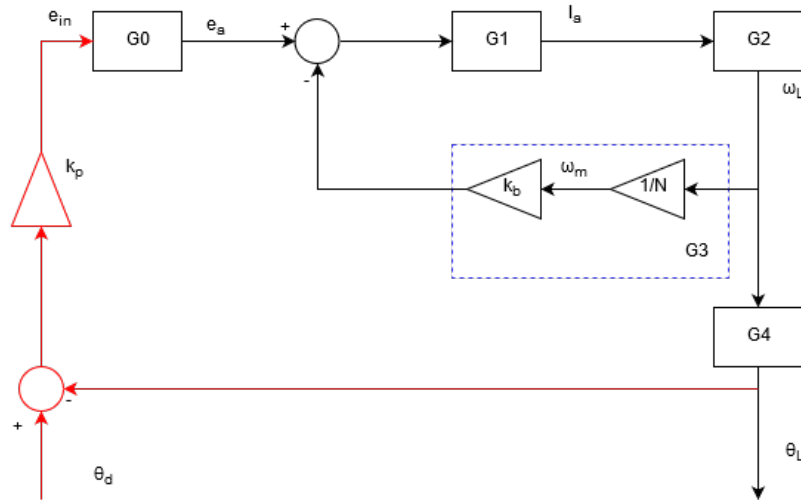


FIGURE 1 – Schéma bloc du système

La partie en noire correspond au circuit en boucle ouverte et avec l'ajout de la partie en rouge, il s'agit du circuit en boucle fermé. Le même schéma peut être obtenu sous forme de graphe de fluence à la figure 2.

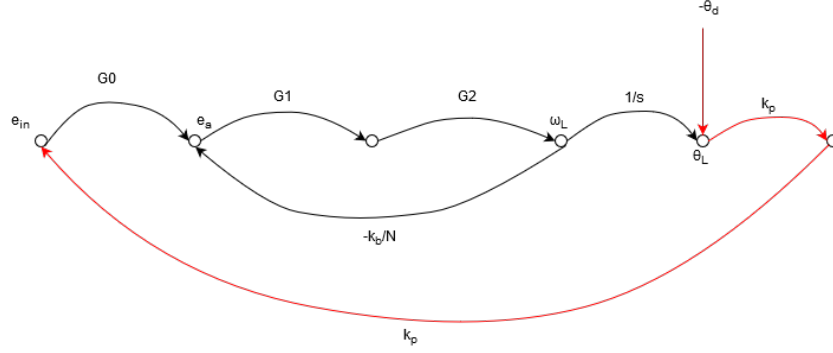


FIGURE 2 – Graphe de fluence du système

Encore une fois, la boucle ouverte est en noir et la boucle fermée est en rouge. Dans les deux figures, les fonctions G représentent les fonctions d'ordre 1 déclarées au début de cette section.

2.2 Représentation en fonction de transfert

Afin d'obtenir la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) la loi de Masson est appliqué sur la partie noire de la figure 1. De manière analytique, la FTBO peut être représentée comme :

$$M = \frac{\theta_L}{e_{in}} = \frac{G_0 G_1 G_2 G_4}{1 + G_1 G_2 G_3} \quad (1)$$

Comme les paramètres de la FTBO sont connues, elle peut être exprimée par :

$$M = \frac{\theta_L}{e_{in}} = \frac{2.083e06}{s^4 + 1101s^3 + 1.018e05s^2 + 1.708e05s} \quad (2)$$

L'équation caractéristique est les cas où le dénominateur de la fonction est égale à 0, ce qui permet d'obtenir les pôles de la fonction. Donc celle-ci est :

$$0 = s^4 + 1101s^3 + 1.018e05s^2 + 1.708e05s \quad (3)$$

Pour obtenir la fonction de transfert en boucle fermé (FTBF) il faut inclure l'équation (XXXX) dans (1), car elle permet de lier l'entrée de la consigne à la sortie du système. En effet,

$$M = \frac{\theta_L}{k_p(\theta_L - \theta_d)}$$

En manipulant l'équation on obtient donc

$$H = \frac{\theta_L}{\theta_d} = \frac{M \cdot k_p}{1 + M \cdot k_p} \quad (4)$$

En remplaçant les paramètres de (1) et (3) et en normalisant la FTBF peut être écrite comme :

$$H = \frac{\theta_L}{\theta_d} = \frac{6.625e05}{s^4 + 1101s^3 + 1.018e05s^2 + 1.708e05s + 6.625e05} \quad (5)$$

Ces solutions sont obtenues à l'aide de Matlab vue la complexité des équations.

3 Réduction

La réduction de l'ordre d'un système consiste à retirer les modes les moins importants à l'allure générale du système pour ne conserver que ceux les plus importants, simplifiant les équations de représentation.

3.1 Réduction physique

En regardant le modèle établie à la figure 1 il est possible de conclure que le système peut être réduit à un ordre 3 sans problème. En effet, en considérant l'hypothèse que la valeur de l'inductance est beaucoup plus petite que la valeur de la résistance dans le modèle du moteur, $G0$ ne fait qu'être un gain d'environ $\frac{1}{R_a}$. Posant $L_a = 0$, la FTBO devient alors :

$$M_3 = \frac{\theta_L}{e_{in}} = \frac{k_{m3}G_0G_2G_4}{1 + k_{m3}G_2G_3} \quad (6)$$

où k_{m3} est un gain correspondant à $G1$ avec $L_a = 0$. Il est aussi possible d'obtenir un système d'ordre 2 en réduisant aussi $G0$ à un simple gain. Ceci peut aussi être fait, car la valeur de T est très petite en comparaison aux autres termes multipliant s des autres fonctions de transfert. Ainsi, la faible constante de temps de $G0$ réduit l'impact de cette fonction sur la réponse globale du système. La FTBO d'ordre 2 est donc

$$M_2 = \frac{\theta_L}{e_{in}} = \frac{k_{m3}k_{m2}G_2G_4}{1 + k_{m3}G_2G_3} \quad (7)$$

où k_{m3} est un gain correspondant à $G0$ avec $T = 0$. L'impact de ces réductions sur la réponse impulsionnelle peut être observé à la figure 3. Comme tracé, la différence de la réduction M_3 est moins importante que celle de M_2 , car la constante de temps de $G1$ (L_a) était encore plus faible que T . Dans les deux cas, les fonctions représentent tout de même très bien le système en boucle ouvert et pourraient être utilisé afin de simplifier l'expression du système.

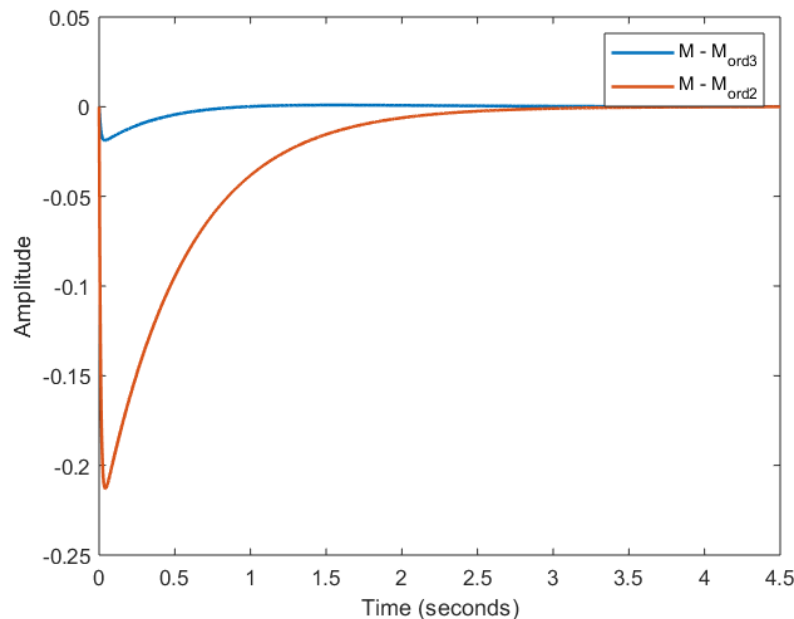


FIGURE 3 – Difference de réponse impulsionnelle suite aux réductions

3.2 Réduction numérique

La réduction numérique correspond à utiliser une stratégie semblable à la méthode physique, mais au lieu de réduire la complexité en regardant les paramètres physiques, il suffit de supprimer les pôles les moins importants de la FTBO originale (1). Pour se faire, il faut utiliser la fonction *residue* de Matlab. Celle-ci retourne les pôles de FTBO. Ceux-ci sont :

$$P_0 = -998.9565$$

$$P_1 = -100.0000$$

$$P_2 = -1.7101$$

$$P_3 = 0$$

en utilisant la forme standard d'un filtre d'ordre 1, il est possible de reconstruire 2 filtre d'ordre 1 avec les deux filtres les plus lents (P_2 et P_3). En les combinant en un seul, on obtient la fonction de transfert suivante :

$$h_2 = \frac{-0.2335s + 20.86}{s^2 + 1.71s} \quad (8)$$

La différence à la réponse impulsionnelle originale est représentée à la figure 4. Comme la différence est que très petite, il est correct de dire que cette fonction (h_2) représente bien le système. Ceci était attendu puisque qu'elle a été construite à partir des pôles les moins négatifs et ceux-ci sont très éloignés des deux autres pôles qui ont moins d'impact sur l'allure de la réponse.

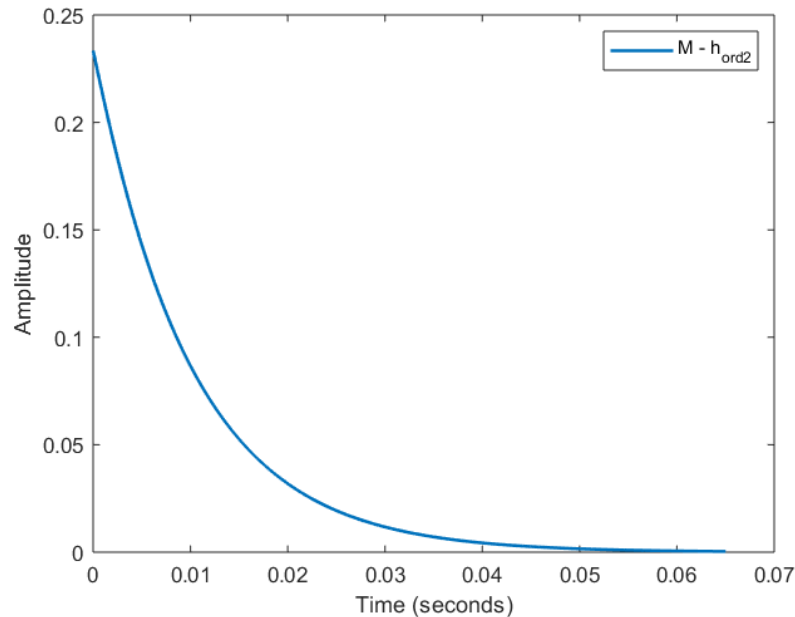


FIGURE 4 – Difference de réponse impulsionnelle suite aux réductions

4 Identification du moteur

Les résultats de l'expérience à rotor bloqué permettent d'identifier les valeurs de R_A , k_i et k_b . Durant cet expérience, la force contre électromotrice est nulle (il n'y a pas de rotation) et l'hypothèse est tel que l'inductance est beaucoup plus petite que la résistance. Ceci nous permet d'obtenir :

$$\begin{aligned}R_a &= \frac{e_a}{I_a} = 7.34\Omega \\k_i &= \frac{T_m}{I_a} = 0.48 \\k_b &= k_i\end{aligned}$$

Ensuite, afin de trouver les deux dernières variables, B_m et J_m , il est possible de passer par la fonction de transfert qu'on obtient par l'équation physique du couple exercé par le moteur. Partant de

$$k_i I_a = J_m \dot{\omega}_m + B_m \omega_m \quad (9)$$

et en utilisant la même hypothèse que dans la partie précédente, la fonction qui sera obtenue sera d'ordre 1 seulement. Avec l'équation de I_a obtenue précédemment, où l'hypothèse permet d'éliminer son élément différentiel, la fonction de transfert de la vitesse de rotation du moteur en fonction de la tension de l'armature est :

$$\frac{\omega_m}{e_a} = \frac{k_i / R_a}{J_m s + B_m + \frac{k_i k_b}{R_a}} \quad (10)$$

Comme il est maintenant possible d'évaluer le rapport entre la vitesse angulaire et la tension du moteur par un système d'ordre 1. L'équation d'un tel système peut être représenté par l'équation générale suivante :

$$tf = \frac{\omega_m}{e_a} = \frac{K}{1 + Ts} \quad (11)$$

En utilisant la méthode des moindres carrée et les données fournies, les valeurs du gain et de la constante de temps peuvent être obtenue pour le modèle simplifié. Les valeurs suivantes sont ressorties en utilisant Matlab :

$$K = 1.4121$$

$$T = 0.4984$$

Réutilisant les équations (10) et (9) avec les résultats pour K et T, il est possible de trouver les valeurs de J_m et B_m pour finaliser l'identification du moteur.

$$B_m = 0.0150$$

$$J_m = 0.0229$$

5 Linéarisation

6 Conclusion