



UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie électrique et génie informatique

CONCEPTION D'ASSERVISSEMENTS ANALOGIQUES

APP 5

Présenté à :

Karina Lebel

Présenté par :

Hubert Dubé - dubh3401

Gabriel Lavoie - lavg2007

Sherbrooke

15 novembre 2019

Table des matières

1	Introduction	1
2	Procédure de conception systématique	1
3	Design du télescope A	1
3.1	Azimut	1
3.1.1	Design initial	1
3.1.2	Design final	3
3.1.3	Conformité	6
3.1.4	Validation de la trajectoire de référence	7
3.2	Élévation	8
3.2.1	Design initial	9
3.2.2	Desing final	10
3.2.3	Conformité	12
3.2.4	Validation de la trajectoire de référence	14
4	Design du télescope B	15
4.1	Azimut	15
4.1.1	Design initial	15
4.1.2	Iterations	18
4.1.3	Conformité	18
4.1.4	Validation de la trajectoire de référence	18
4.2	Élévation	18
4.2.1	Design initial	18
4.2.2	Iterations	18
4.2.3	Conformité	18
4.2.4	Validation de la trajectoire de référence	18
5	Conclusion	18

Table des figures

1	Réponse à l'échelon de l'azimut original	1
2	Marges de l'azimut original	1
3	Lieu de bode de l'azimut corrigé avec un AvPh	2
4	Comparaison des réponses à l'échelon	4
5	Marges à la suite de tous les compensateurs et le filtre	4
6	Comparaison des réponses à l'échelon finale en azimut	5
7	Marges à la suite du correctif de $\Delta\phi$	5
8	Comparaison des lieux de bode	7
9	Agrandissement sur les vibrations	7
10	Différence de réponse à la rampe unitaire et la rampe	7
11	Validation de la trajectoire de référence	8
12	Réponse à l'échelon de l'élévation sans correction	9
13	Marges de l'élévation sans correction	9
14	Lieu de bode de l'élévation corrigé avec un AvPh	10
15	Comparaison des réponses à l'échelon finale en élévation	11
16	Marges finales	11
17	Comparaison des lieux de bode	13
18	Agrandissement sur les vibrations	13
19	Différence de réponse à la parabole unitaire et la parabole	13
20	Validation de la trajectoire de référence	14
21	Réponse à la rampe unitaire	15
22	Erreur de la réponse à la rampe	15
23	Télescope B en Azimut - Observations initiales	15
24	Lieu de bode de l'azimut avec gain K^*	16
25	Lieu de bode de l'azimut avec compensateur avance de phase	17
26	Lieu de bode de l'azimut avec compensateur avance de phase et retard de phase	18

Liste des tableaux

1	Conformité de l’azimut du télescope A	6
2	Conformité de l’élévation du télescope A	12

1 Introduction

2 Procédure de conception systématique

3 Design du télescope A

3.1 Azimut

Avant de commencer le desing de compensateur, posons un regard sur le la réponse à l'échellon et sur le lieu de bode de la fonction de transfert qui sera à l'étude dans la prochaine partie.

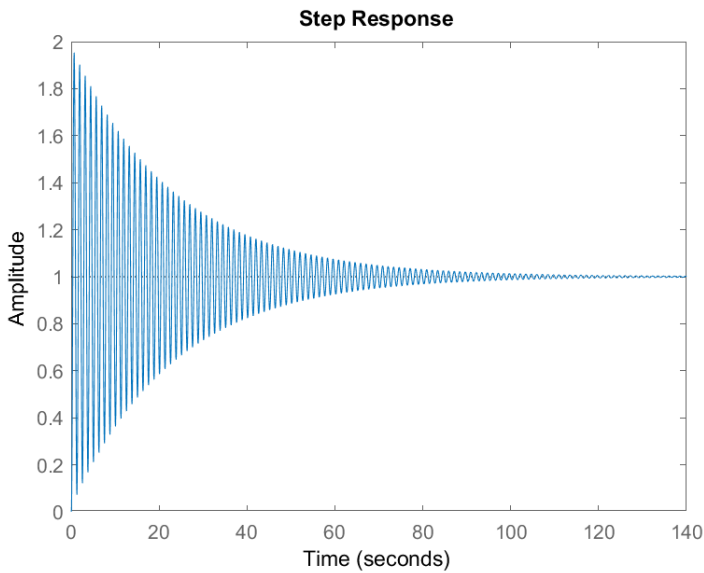


FIGURE 1 – Réponse à l'échellon de l'azimut original

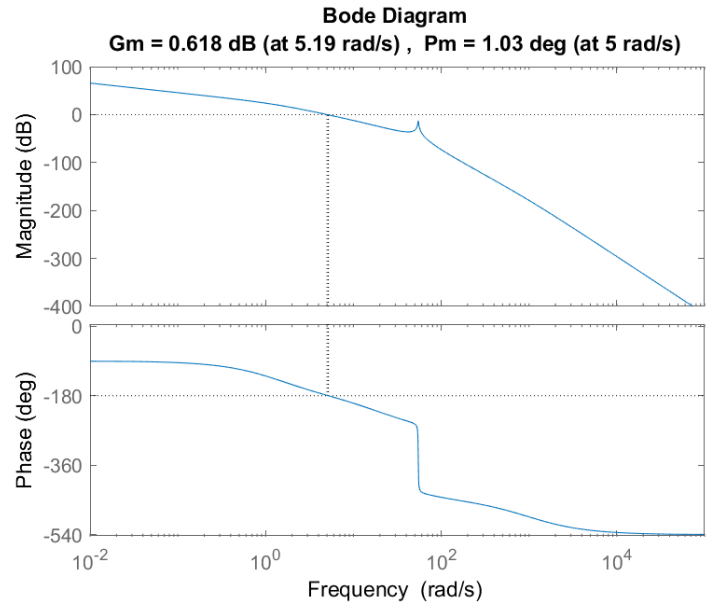


FIGURE 2 – Marges de l'azimut original

3.1.1 Design initial

Le début de la conception est de déterminer la position des pôles désirés. Ceux-ci représentent les emplacements par lesquels le lieu des racines devra passer afin de satisfaire les demandes de design du client. Cette partie est faite dans le document *trad_specs.m*. Les caractéristiques d'équations de système d'ordre 2 standards y sont déterminé, soit ζ et ω_n . À partir du critère de dépassement maximal, ζ est calculé à 0.4037. Il y a par contre plusieurs valeurs de ω_n possibles, ce qui demande de vérifier lequel sera le plus approprié au contexte présent. Dans notre cas, le ω_n de 11.1484 est lui à choisir, car il est le plus grand, ce qui permettra l'atteinte de tous les autres critères de design (prendre le ω_n le plus grand assure de respecter tous les temps de monté). Ainsi, les pôles désirés sont :

$$s^* = -4.5008 \pm 10.1995i$$

Ensuite, il est possible de déterminer le types de compensation désiré. En affichant la réponse à un échellon, il est clair que la réponse transitoire du système doit être amélioré. Pour ce faire, un compensateur par avance

de phase doit être utilisé afin de réduire la réponse en haute fréquence qui correspond à la section transitoire. La technique de la bissectrice sera utilisée de la manière suivante : Avancer la phase implique de stabiliser le système et donc de le tirer vers la droite sur le lieu des racines. Le calcul de $\Delta\phi$ permet de déterminer quel changement doit être appliqué à la phase pour la réduire à celle d'un système à phase minimale.

$$\Delta\phi = -180 - \langle G(s)|_{s=s^*} \rangle$$

$$\Delta\phi = 73.0918^\circ$$

Comme la phase à compenser est positive, il est évident qu'une compensation par avance de phase est à faire. Les valeurs du zéro et du pôle est ensuite déterminé à partir de ce changement à appliquer. Le gain à compenser est calculé en fonction du positionnement du zéro et du pôle sur l'axe réel et du gain de la fonction à compenser.

$$AvPh = k_a \frac{s - z}{s - p}$$

$$k_a = \frac{1}{AvPh|_{s=s^*} \cdot |G(s^*)|}$$

$$AvPh_1 = 11.5353 \cdot \frac{s + 3.8857}{s - 31.9861}$$

Le résultat de l'avance de phase avec $AvPh_1$ est affiché à la figure 3 pour les marges et la réponse à un échelon unitaire à la figure 4.

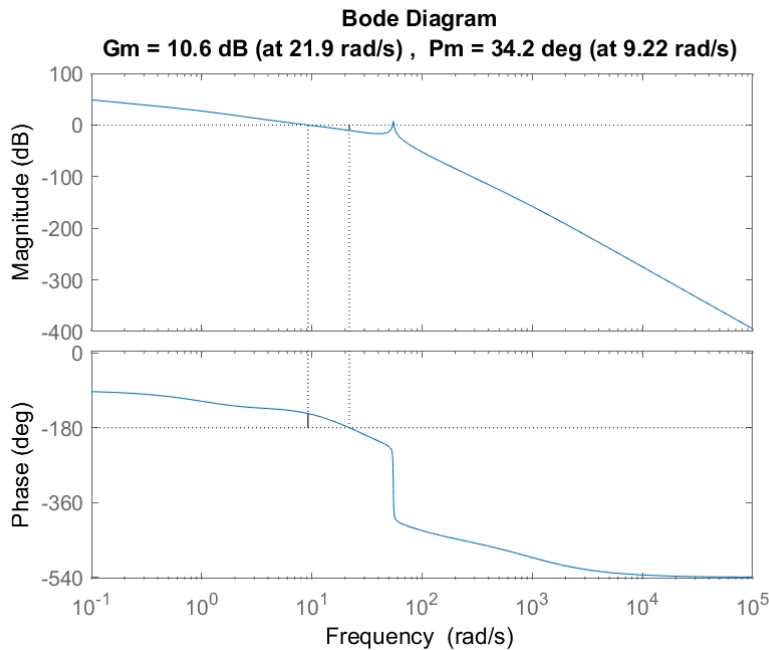


FIGURE 3 – Lieu de bode de l'azimut corrigé avec un AvPh

Un avance de phase a été utilisé afin de ne pas amplifier le bruit que pourrait engendrer un PD. En effet, le très grand gain causé par le PD sur les hautes fréquences viendrait nuire au respect de la demande du client de *minimiser l'amplification du bruit des capteurs pour le Télescope A*. Il en sera de même pour la fonction de transfert en élévation, si une compensation en avance de phase est nécessaire.

3.1.2 Design final

L'ajout de ce dernier compensateur améliore le régime transitoire, mais ne permet pas de répondre aux spécifications de sécurité. Un autre compensateur d'avancement de phase est donc nécessaire pour respecter la marge de retard acceptable. Une approche par la méthode de bode doit être utilisée, car les spécifications sont dans le domaine fréquentiel. La marge de phase désirée est calculée à la fréquence de traverse en gain afin de déterminer par combien la phase du système doit être augmentée. Le gain permettant la traverse en fréquence doit rester le même parce que les caractéristiques ζ et ω_n doivent être conservés. Le K^* est donc de 1. La marge de phase nécessaire est

$$TM = \frac{PM^*}{\omega_n} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$PM^* = 52.8378^\circ$$

On obtient donc la phase à compenser

$$\Delta\phi = PM^* - PM$$

$$\Delta\phi = 20.6660^\circ$$

Où PM est la marge de phase du système à corriger (système corrigé seulement par le premier AvPh). En utilisant les formules de la page 28 du chapitre 7 des notes de Jean de LaFontaine, le compensateur suivant est obtenu

$$AvPh = k_a \frac{s - z}{s - p}$$

$$k_a = \frac{K^*}{\left| \frac{s - z}{s - p} \right|}$$

$$AvPh_2 = 1.3933 \cdot \frac{s + 6.6186}{s + 12.8493}$$

Où k_a est le gain à appliquer au filtre pour enlever l'impacte qu'il aurait sur la fréquence de traverse en fréquence.

Comme il est possible de le voir sur la figure 4, il reste une bonne quantité de raie dans le système en azimut après l'ajout de $AvPh_2$. Pour réduire, voir éliminer, ce phénomène, un filtre coupe bande est utilisé directement dans la boucle ouverte. La fréquence de coupure de celui-ci est déterminée par la fréquence du pic dans le lieu de bode () et une largeur de 12 rad par seconde est utilisée afin de minimiser l'impacte général du coupe bande sur le reste du système. Le coupe bande obtenu est donc :

$$H(s) = \frac{s^2 - 54.8^2}{s^2 + 12s + 54.8^2}$$

Et l'application de celui-ci résulte à la réponse à l'échelon de la figure 4.

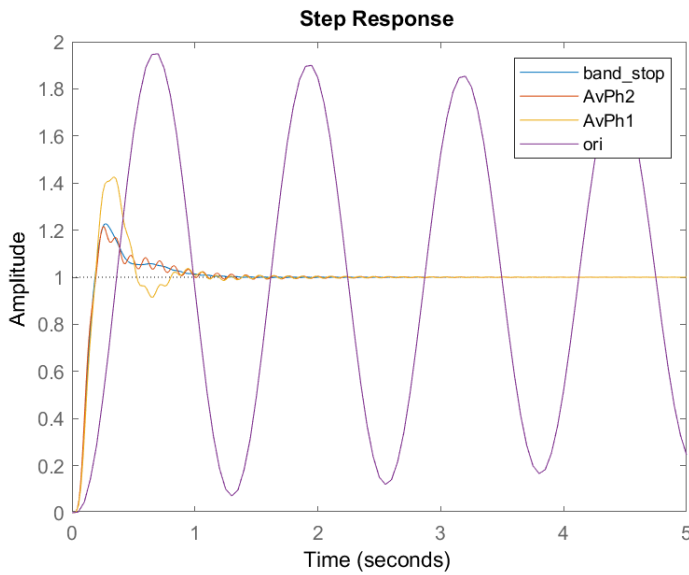


FIGURE 4 – Comparaison des réponses à l'échelon

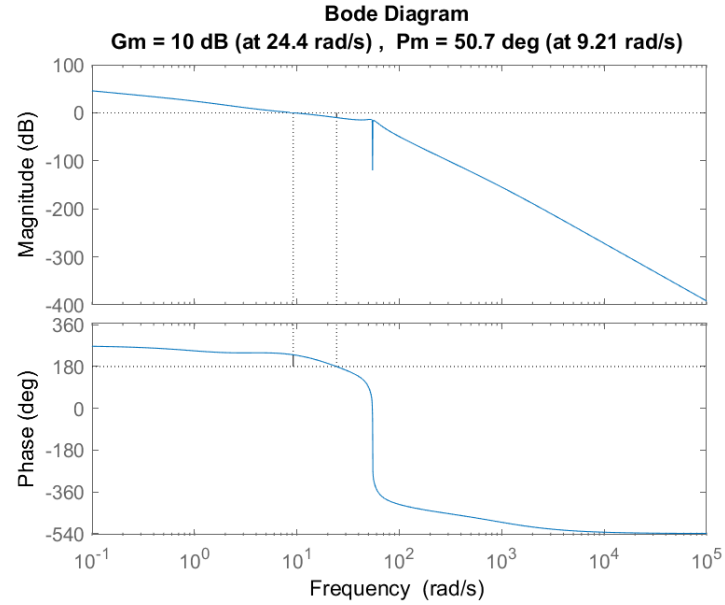


FIGURE 5 – Marges à la suite de tous les compensateurs et le filt.

La figure 6 montre bien l'effet de l'ajout des compensateurs d'avance de phase et du coupe bande, mais les calculs de temps de montée, de dépassement maximal et de stabilisation montrent les défauts restants après toutes les corrections ajoutées précédemment. En effet, la marge de retard n'est pas plus grande que 0.1, comme la marge de phase de la figure 5 le fait remarquer. Pour rectifier cette situation, il a suffi d'ajouter une petite surcompensation, trouvée par itération, initialement au $\Delta\phi$ du premier compensateur afin de prévenir le retard de phase créé par l'ajout du coupe bande. Une fois cette dernière modification faite, les résultats finaux sont obtenus et seront évalués dans la section 3.1.4. Comme il y a beaucoup d'ajout de compensateur et de filtre entre les spécifications initiales et le résultat final, il est normal d'avoir à faire un ajustement itératif à la fin du processus de design. L'ajout de plusieurs filtres en cascade vient modifier légèrement les résultats obtenus précédemment et les calculs pour prédire chacun des changements prendrait beaucoup plus de temps que de seulement itérer sur quelques valeurs précises. Une fois les itérations faites, voici la fonction de transfert du deuxième compensateur d'avance de phase.

$$AvPh_2 = 1.4459 \cdot \frac{s + 6.3777}{s + 13.3346}$$

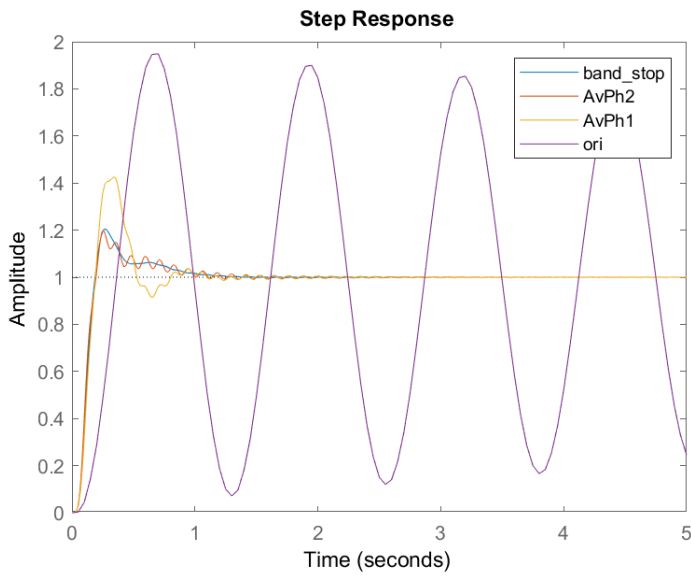


FIGURE 6 – Comparaison des réponses à l'échelon finale en azimuth

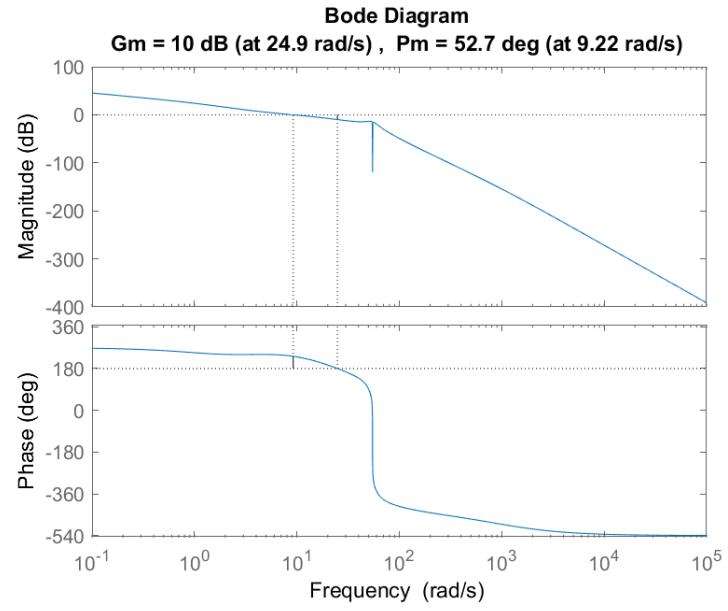


FIGURE 7 – Marges à la suite du correctif de $\Delta\phi$

3.1.3 Conformité

TABLE 1 – Conformité de l'azimut du télescope A

CRITÈRE	VALEUR DÉSIRÉE	VALEUR OBTENUE	CONFORME?	DISCUSSION
DESIGN				
A-1 Minimisation bruit hautes fréq.			O	
A-2 Réponse échelon unit.				
• Mp	25%	20.46%	O	
• Ts (2%)	1.00s	0.9246s	O	
• Tr10-90%	≤0.15s	0.0998s	O	
• Tr0-100%	≤0.25s	0.1948s	O	
A-3 Réponse rampe unitaire				
• Err _{RP_ramp}	0.05deg	0.0537deg	O	Étant donné le peu d'écart, cela est considéré acceptable
A-4 Réponse parabole unitaire				
• Err _{RP_parabole}	S/O	S/O	-	
SÉCURITÉ				
A-5 Marge de stabilité				
• Marge de gain (GM)	≥10dB	10dB	O	
• Marge de retard (DM)	≥0.10s	0.0998	O	Étant donné le peu d'écart, cela est considéré acceptable
• Atténuation de vibration	≤15dB	≤18dB	O	
ACCEPTATION				
FA-1 Dépassement max	≤30%	20.46%	O	
FA-2 Temps stabilisation				
• Entrée échelon unitaire	≤1.25s	0.9246s	O	
• Entrée rampe unitaire	≤20s	1.1170s	O	
• Entrée parabole unit.	S/O	-	-	

Le tableau 1 présentes les différents critères du clients et les caractéristiques rencontrés par le système de compensation développé plus haut. La majorité des spécificaitons sont rencontrées.

La minimisation de l'amplification des hautes fréquences est évaluer de manière qualitative à l'aide de la figure 8. Comme il est possible de le voir, il n'y a que très peu de gain appliqué entre la finale et l'originale dans les hautes fréquence. Deplus, l'orde du gain de cette zone est plus petit que -100 dB, il est donc possible de considérer que les hautes fréquences (le bruit) a été augmenté de manière minimale. Sur l'agrandissement 9 il est mis en évidence que le gain des vibrations est inférieure à -15dB.

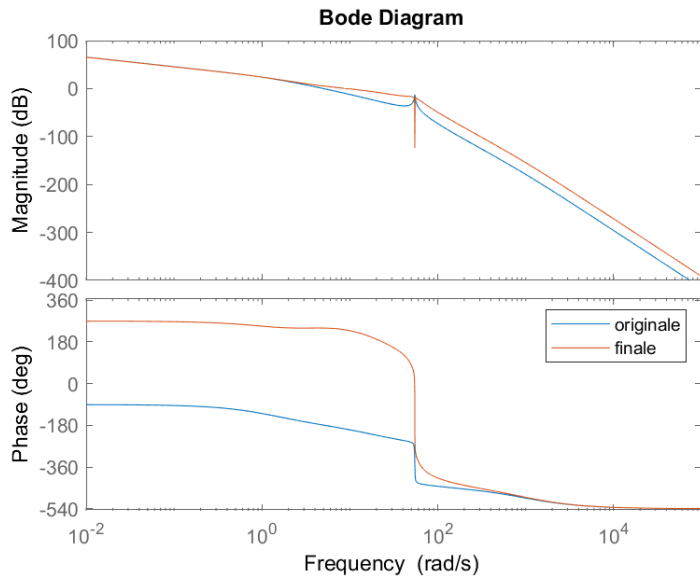


FIGURE 8 – Comparaison des lieux de bode

La différence de réponse à la rampe unitaire et la rampe permet de confirmer le temps de stabilisation. Il est illustrer à la figure 10 ce qui confirme l'atteinte de la spécification associée.

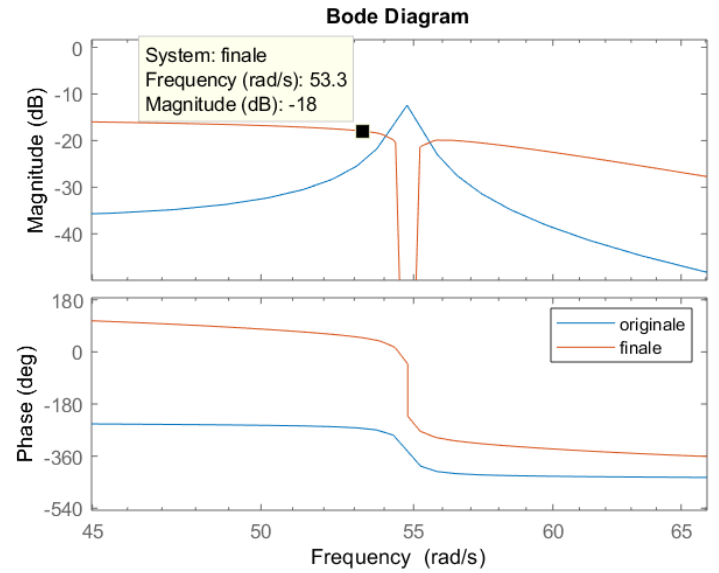


FIGURE 9 – Agrandissement sur les vibrations

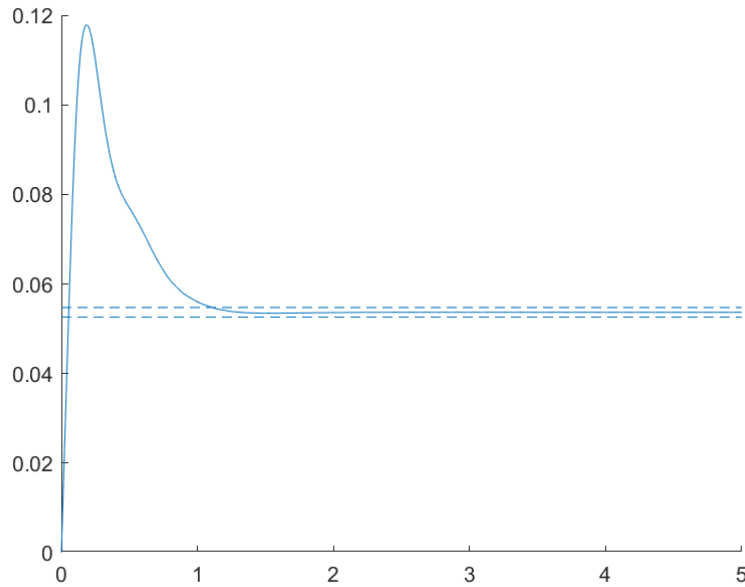


FIGURE 10 – Différence de réponse à la rampe unitaire et la rampe

3.1.4 Validation de la trajectoire de référence

En conclusion de la figure 11, le système répond très bien aux consignes demandées par la trajectoire. Certains petits pic ou renflement sont visible, mais les valeurs de ceux-ci sont cohérente avec les valeurs d'erreur en

régime permanent et en fonction des disparités dans les régimes transitoires. Comme l'allure générales de la trajectoire obtenue est bonne, il est acceptable de regarder la valeur du coefficient de corrélation. Celui-ci est de 0.9998, ce qui indique que la réponse représente très bien la consigne.

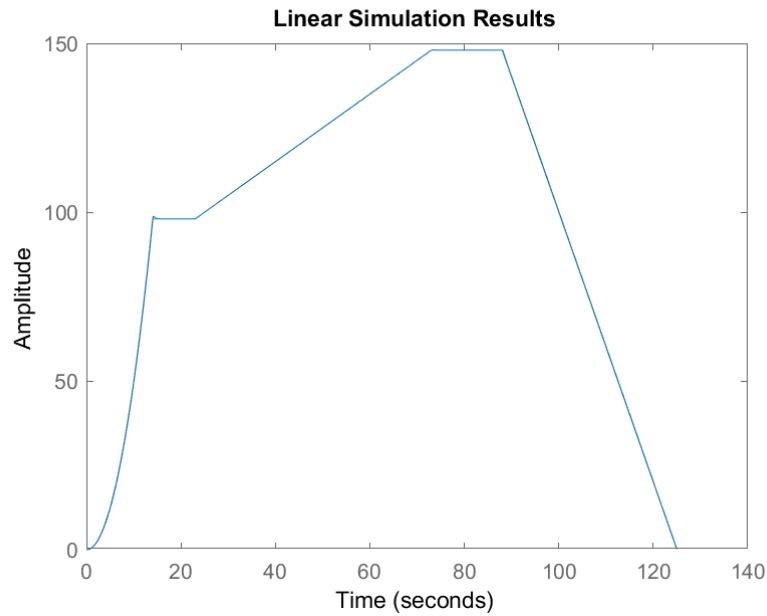


FIGURE 11 – Validation de la trajectoire de référence

3.2 Élévation

Avant de commencer le desing de compensateur, posons un regard sur le la réponse à l'échellon et sur le lieu de bode de la fonction de transfert qui sera à l'étude dans la prochaine partie.

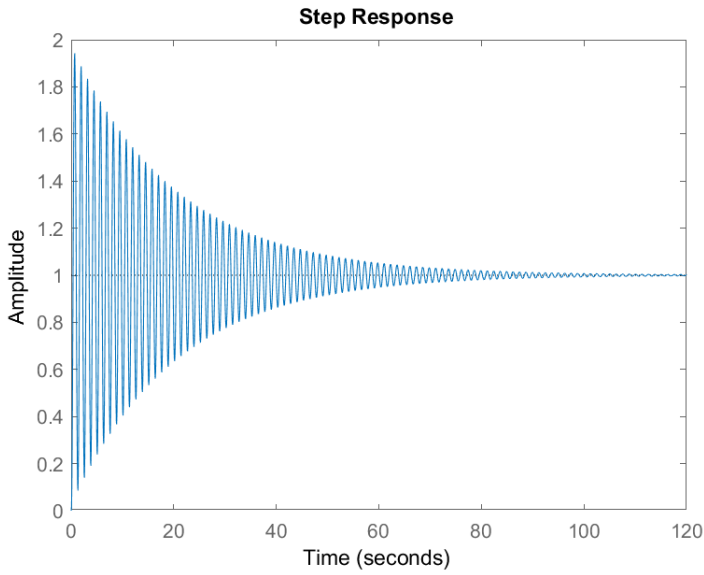


FIGURE 12 – Réponse à l'échelon de l'élévation sans correction

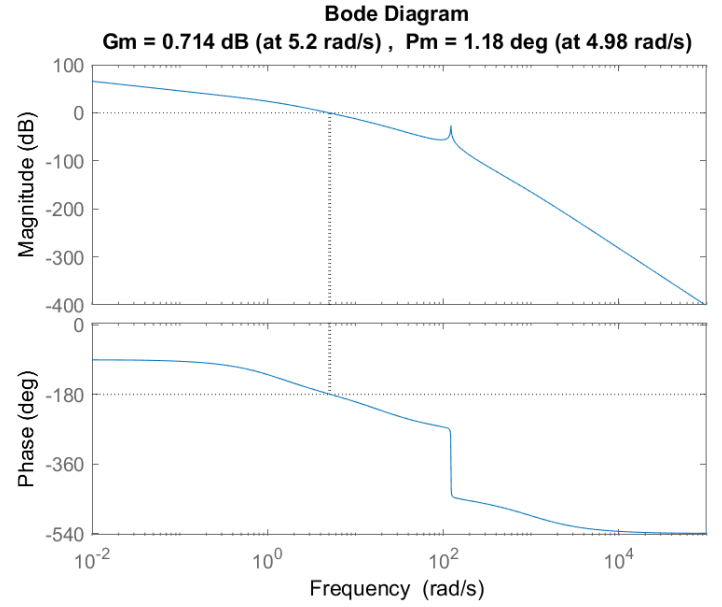


FIGURE 13 – Marges de l'élévation sans correction

3.2.1 Design initial

La réponse à l'échelon du système en élévation répond sensiblement de la même façon que lui en azimut, comme le montre la figure 12. Encore une fois, le régime transitoire est à corriger étant donné la très longue oscillation. Pour ce faire, un compensateur en avance de phase sera utilisé, de manière à tirer le lieu des racines vers la gauche, et donc de stabiliser la fonction de transfert. La technique de la bissectrice est encore une fois utilisée et les pôles désirés sont les mêmes que le système en azimut, car les mêmes spécifications de design sont utilisés. En appliquant le même calcul que pour le $\Delta\phi$ en azimut, les résultats suivants sont obtenus et les changements sur la réponse à l'échelon et sur le lieu de bode sont observable sur les figure 15 et 14 respectivement.

$$\Delta\phi = 74.4336^\circ$$

et la fonction de transfert résultante est :

$$AvPh_{EL} = 12.1850 \cdot \frac{s + 3.7657}{s + 33.0051}$$

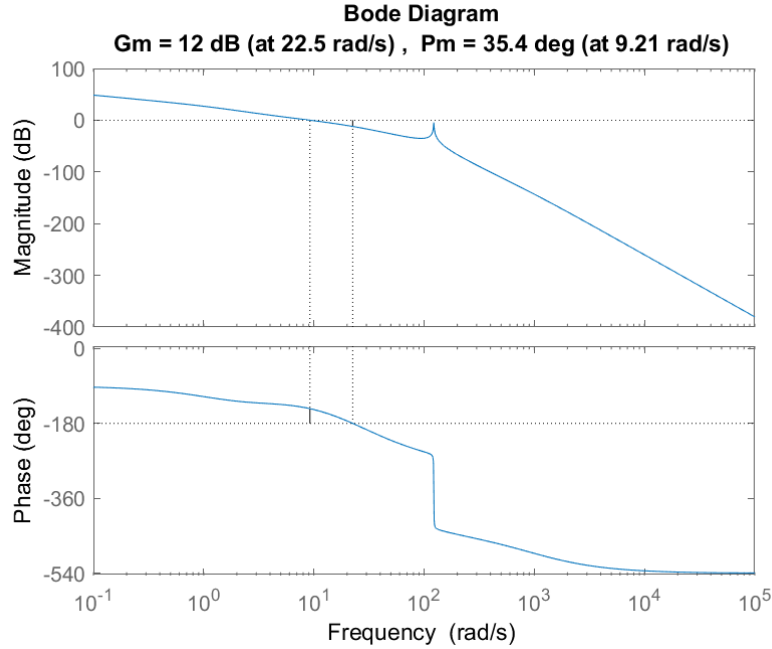


FIGURE 14 – Lieu de bode de l'élévation corrigé avec un AvPh

Bien que le régime transitoire soit très bien, il est impossible pour l'instant de satisfaire les normes d'erreur à une parabole unitaire, car le système présent n'est qu'une classe 1 et donc avec une erreur infinie. Pour régler ce problème, un autre compensateur devra être utilisé.

3.2.2 Desing final

Afin de respecter l'erreur à la parabole, une augmentation de la classe est nécessaire. Ceci peut être fait avec un PI, car le pôle de ce compensateur sera situé sur l'intersection entre l'axe réel et imaginaire. L'utilisation de la règle du pouce place le zéro un peu trop à droite sur l'axe réel, il a donc été déplacé par des tests jusqu'à obtenir un point satisfaisant les critères d'acceptation. Le compensateur PI est :

$$PI_{EL} = 1 \cdot \frac{s + 0.4501}{s}$$

Le gain de ce filtre n'est pas modifié, afin d'éviter l'amplification des hautes fréquences.

De plus, un filtre coupe-bande est aussi nécessaire dans ce cas afin de réduire la réponse aux vibrations. La fréquence de coupure de ce filtre est déterminée, comme en azimuth, sur le lieu de Bode. La fréquence du pic (voir la figure 14) nécessite d'avoir un gain de moins de -15dB pour satisfaire les demandes du client. Un filtre coupe-bande est créé à l'aide de MatLab (voir le script) pour simplifier l'utilisation. Par contre, comme le coupe-bande réduit un peu la phase, il est nécessaire d'ajouter une légère augmentation à la marge $\Delta\phi$ pour la création du AvPh, pour compenser le retard. Après les ajustements de l'ajout des deux derniers filtres, la réponse finale est obtenue à la figure 16.

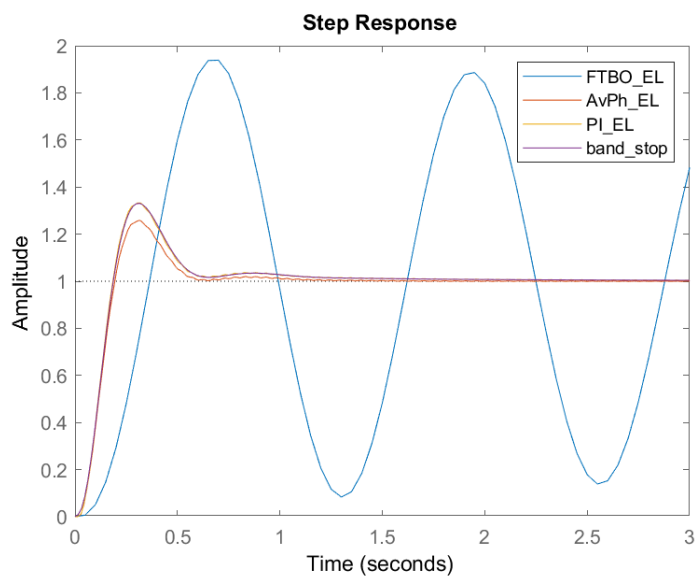


FIGURE 15 – Comparaison des réponses à l'échelon finale en élévation

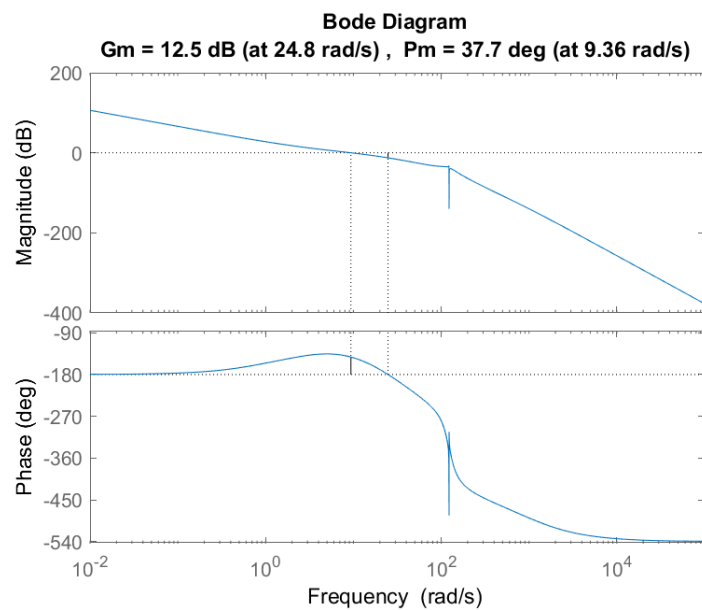


FIGURE 16 – Marges finales

3.2.3 Conformité

TABLE 2 – Conformité de l'élévation du télescope A

CRITÈRE	VALEUR DÉSIRÉE	VALEUR OBTENUE	CONFORME?	DISCUSSION
DESIGN				
A-1 Minimisation bruit hautes fréq.			O	
A-2 Réponse échelon unit.				
• Mp	25%	29.4516%	N	Il s'agit ici de spécifications sur lesquels baser le design. Comme les spécifications d'acceptation sont respectés, le non respect de ces valeurs est toléré.
• Ts (2%)	1.00s	1.2909s	N	
• Tr10-90%	≤0.15s	0.1136s	O	
• Tr0-100%	≤0.25s	0.1948s	O	
A-3 Réponse rampe unitaire				
• Err _{RP_ramp}	0.00deg	0deg	O	
A-4 Réponse parabole unitaire				
• Err _{RP_parabole}	0.10deg	0.0688deg	O	
SÉCURITÉ				
A-5 Marge de stabilité				
• Marge de gain (GM)	≥10dB	14.6dB	O	
• Marge de retard (DM)	≥0.08s	0.0850s	O	
• Atténuation de vibration	≤15dB	≤30dB	O	
ACCEPTATION				
FA-1 Dépassement max	≤35%	29.4516%	O	
FA-2 Temps stabilisation				
• Entrée échelon unitaire	≤1.5s	1.2909s	O	
• Entrée rampe unitaire	S/O	-	-	
• Entrée parabole unit.	≤3s	2.89s	O	

Le tableau 2 présentes les différents critères du clients et les caractéristiques rencontrés par le système de compensation développé plus haut. La majorité des spécificaitons sont rencontrées.

La minimisation de l'amplification des hautes fréquences est évaluer de manière qualitative à l'aide de la

figure 17. Comme il est possible de le voir, il n'y a que très peu de gain appliqué entre la finale et l'originale dans les hautes fréquence. Deplus, l'ordre du gain de cette zone est plus petit que -100 dB, il est donc possible de considérer que les hautes fréquences (le bruit) a été augmenté de manière minimale. Sur l'agrandissement 18 il est mis en évidence que le gain des vibrations est inférieure à -15dB.

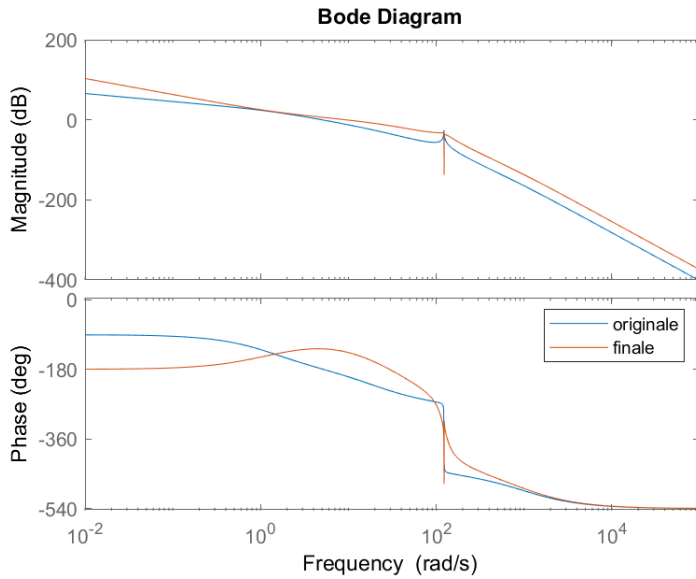


FIGURE 17 – Comparaison des lieux de bode

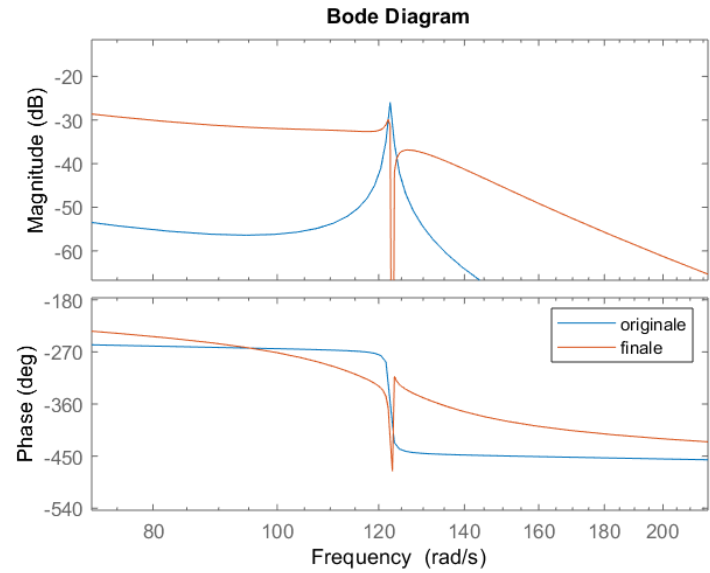


FIGURE 18 – Agrandissement sur les vibrations

La différence de réponse à la parabole unitaire et la parabole permet de confirmer le temps de stabilisation.

Il est illustrer à la figure 19 ce qui confirme l'atteinte de la spécification associée.

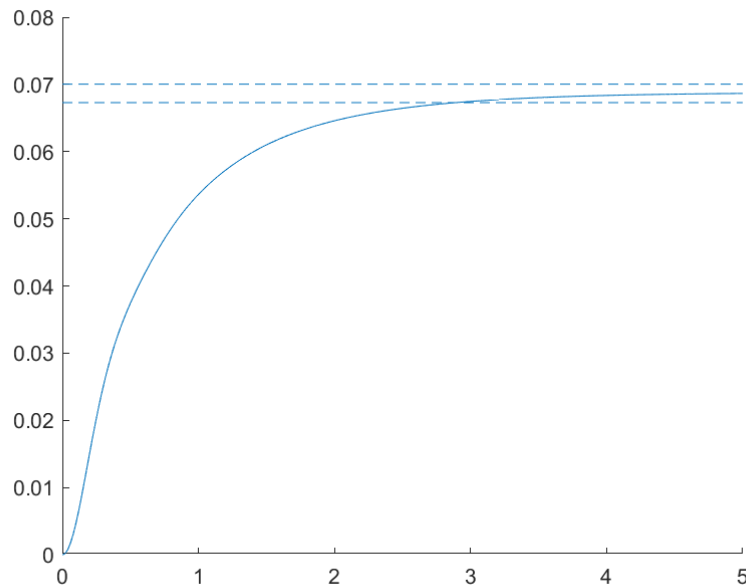


FIGURE 19 – Différence de réponse à la parabole unitaire et la parabole

3.2.4 Validation de la trajectoire de référence

Comme pour l'azimut, la trajectoire est très semblable à la consigne mise à part quelque *overshoot* et renflement qui pouvaient être attendu, car le système final comporte des erreurs en régime permanent et en régime transitoire. Les résultats obtenus sont tout de même acceptable vue que l'allure générale de la courbe n'est que peu différente de la consigne. Le coefficient de corrélation confirme aussi ce analyse visuel, il est de 0.9994, soit très près de la perfection.

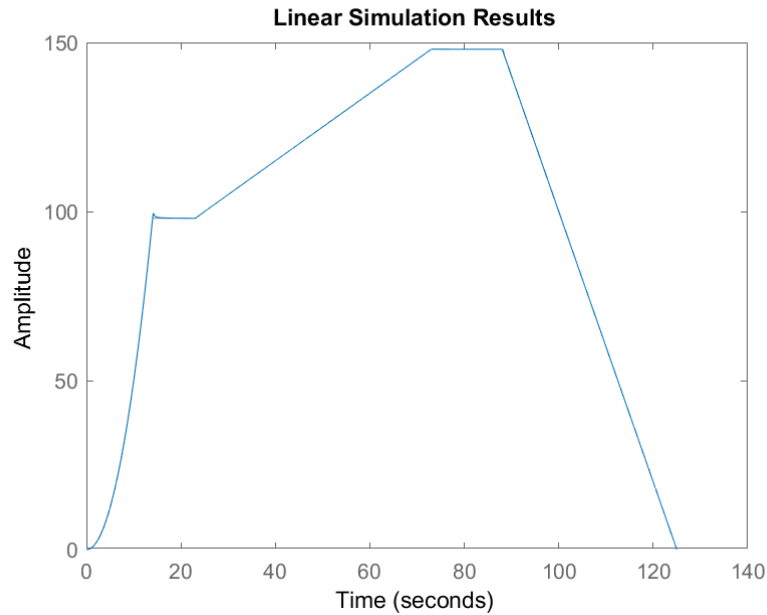


FIGURE 20 – Validation de la trajectoire de référence

4 Design du télescope B

4.1 Azimut

La section 3.1 de ce rapport présente les caractéristiques du système azimutal avant sa compensation. Rappe-

lons qu'il offre une marge de phase de 1.03 degrés à 5 rad/s.

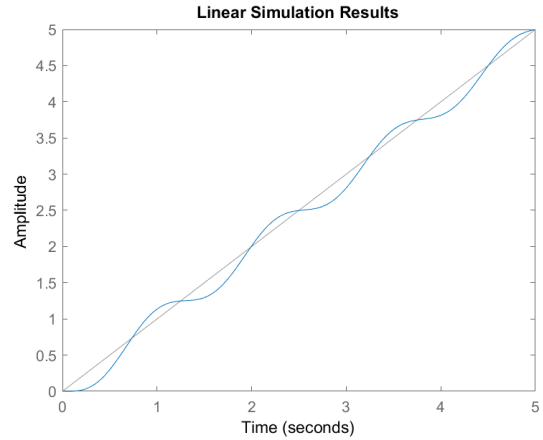


FIGURE 21 – Réponse à la rampe unitaire

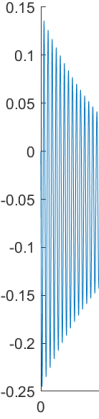


FIGURE 23 – Téléscope B en Azimut - Obs

On observe dans ces deux graphiques que le système original en azimut répond à la rampe unitaire avec une forte oscillation, qui prend environs 122 secondes à se stabiliser à 2%.

4.1.1 Design initial

La marge de phase du système initiale est largement insatisfaisante, considérant le requis de 50 degrés. On doit donc débiter par la conception d'un compensateur avance de phase. D'ailleurs, puisque le client impose un critère de design sur l'erreur en régime permanent, un compensateur retard de phase devra aussi être ajouté au système. On assouplit donc le critère de phase à 55 degrés pour la conception du premier.

On débute donc en traduisant les critères en paramètres standards. Dans ce cas, la marge de phase nous donne l'amortissement ζ par l'équation suivante.

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\tan(PM) \sin(PM)} = 0.5408$$

À partir de cette valeur et du critère sur la bande passante, on utilise l'équation suivante pour calculer la fréquence de traverse en gain.

$$\omega_g = \frac{BW \sqrt{\sqrt{1 + 4\zeta^4} - 2\zeta^2}}{\sqrt{1 - 2\zeta^2 + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}} = 6.188$$

On remarque, en se référant à la figure ??, que la marge de phase est trop petite, et que la fréquence de traverse en gain est trop basse. Il faut donc déterminer le gain K^* qu'il faut appliquer à ω_g .

$$K^* = \frac{1}{|G(s)|_{s=j\omega_g}} = 1.528$$

Le lieu de Bode suivant montre la réponse en fréquence du système avec le gain K^* mais sans compensation. On remarque que le tracé passe par 0 dB à la fréquence ω_g calculée. De plus, comme le critère de design en marge de phase n'est toujours pas respecté, on doit poursuivre la conception.

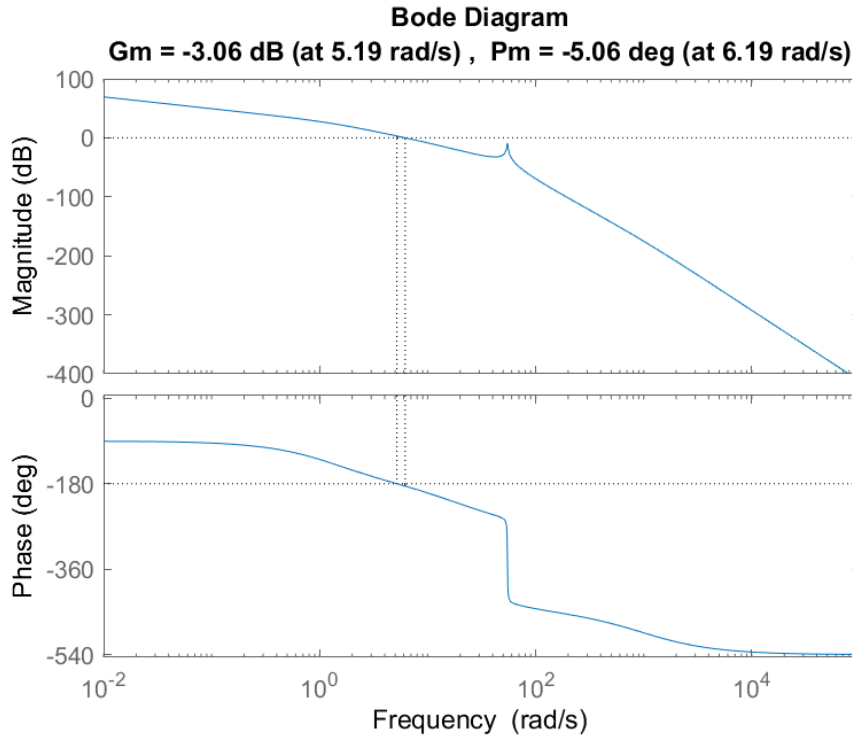


FIGURE 24 – Lieu de bode de l'azimut avec gain K^*

La figure 14 nous indique l'avance de phase que doit fournir le compensateur, qu'on peut calculer ainsi.

$$\Delta\phi = PM^* - \langle K^*G(s) \rangle_{s=j\omega_g^*} - (-180) = 60.06$$

La phase positive confirme qu'on doit effectivement ajouter un compensateur avance de phase au système. Celui-ci a la forme standard suivante.

$$G_a(s) = K_a \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}, \quad \alpha = \frac{1 - \sin\Delta\phi}{1 + \sin\Delta\phi}, \quad T = \frac{1}{\omega_g^* \sqrt{\alpha}}$$

À partir de ces paramètres, on retrouve le pôle et le zéro ajoutés au système par le compensateur. On calcule finalement son gain de façon à ce qu'il fournisse un gain de K^* à la fréquence ω_g^* . L'équation se simplifie ainsi.

$$K_a = \frac{K^*}{\sqrt{\alpha}}$$

On peut maintenant construire la fonction de transfert en boucle ouverte du compensateur avance de phase.

$$G_a(s) = 5.714 \frac{s + 1.655}{s + 23.14} = \frac{5.71s + 9.46}{s + 23.1}$$

On remarque sur la figure 15 que le critère de marge de phase est respecté, à la fréquence de traverse voulue.

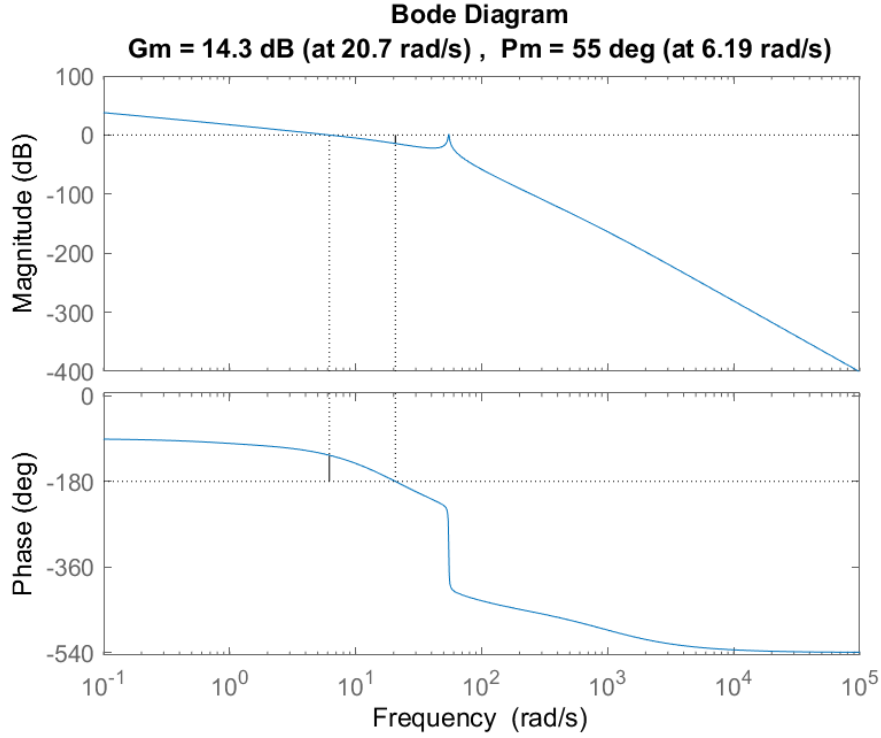


FIGURE 25 – Lieu de bode de l'azimut avec compensateur avance de phase

Cependant, l'erreur en régime permanent sur la rampe unitaire du nouveau système ne respecte pas le critère de design.

$$e_{rp} = \frac{1}{K_{vel}} = \frac{1}{|sG_a(s)G(s)|_{s=0}} = 0.127$$

On doit donc ajouter un compensateur retard de phase au système. Premièrement, le gain aux basse fréquences requis est calculé ainsi.

$$K^* = \frac{K_{vel}^*}{K_{vel}} = \frac{1/e_{rp}^*}{|sG_a(s)G(s)|_{s=0}} = 25.19$$

Le compensateur retard de phase a la forme standard suivante.

$$G_r(s) = K_r \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}, \quad \beta = K^*, \quad T = \frac{10}{\omega_g^*}$$

Le gain K_r sera ajusté par la suite pour respecter les critères d'acceptation finaux. On peut donc le fixer à l'unité pour l'instant. Après le calcul des paramètres, on obtiens la fonction de transfert suivante.

$$G_r(s) = \frac{s + 0.619}{s + 0.024}$$

Finalement, on veut atténuer la résonance du système à environ 55 rad/s. Un coupe bande est donc ajouté, avec la forme de Chebychev, ce qui complète le design initial.

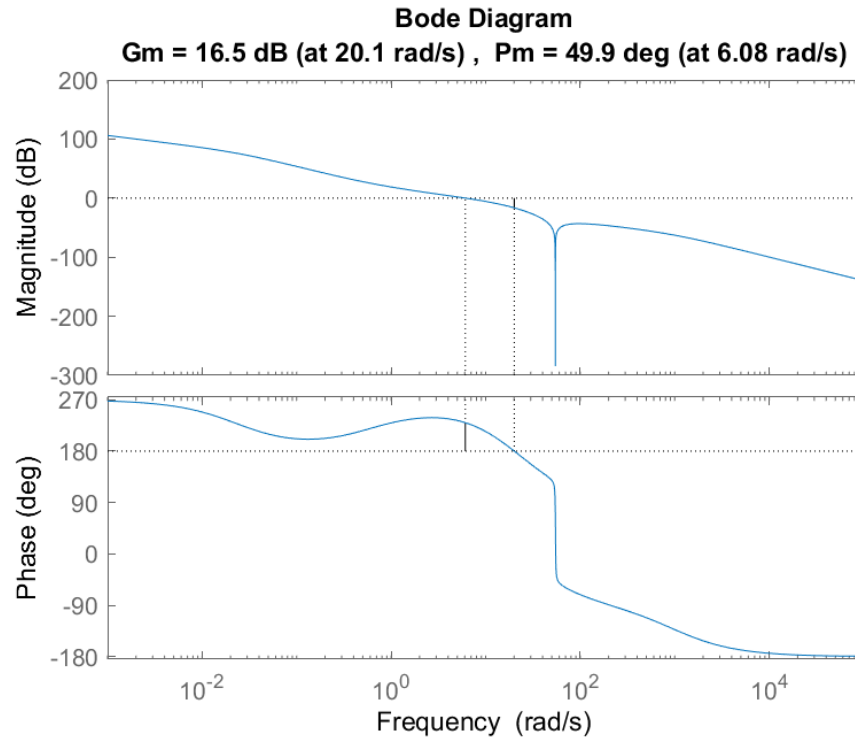


FIGURE 26 – Design initial de la compensation en azimuth

4.1.2 Iterations

4.1.3 Conformité

4.1.4 Validation de la trajectoire de référence

4.2 Élévation

4.2.1 Design initial

4.2.2 Iterations

4.2.3 Conformité

4.2.4 Validation de la trajectoire de référence

5 Conclusion