

Jocs

- Fins ara en els nostres problemes de cerca, l'entorn era determinista i totalment observable.
 - Solament calia planificar una seqüència d'accions per arribar a l'estat objectiu.
- En els jocs hi ha adversaris: Cada jugador té un objectiu diferent.
 - o Els jugadors modifiquen l'estat de l'entorn en benefici propi.
 - La cooperació pot ocórrer, però solament si és beneficiosa per a tots els jugadors.
- Els jocs són un domini molt important en la intel·ligència artificial.
 - o Són un domini molt comú, complexe i útil per a la investigació.

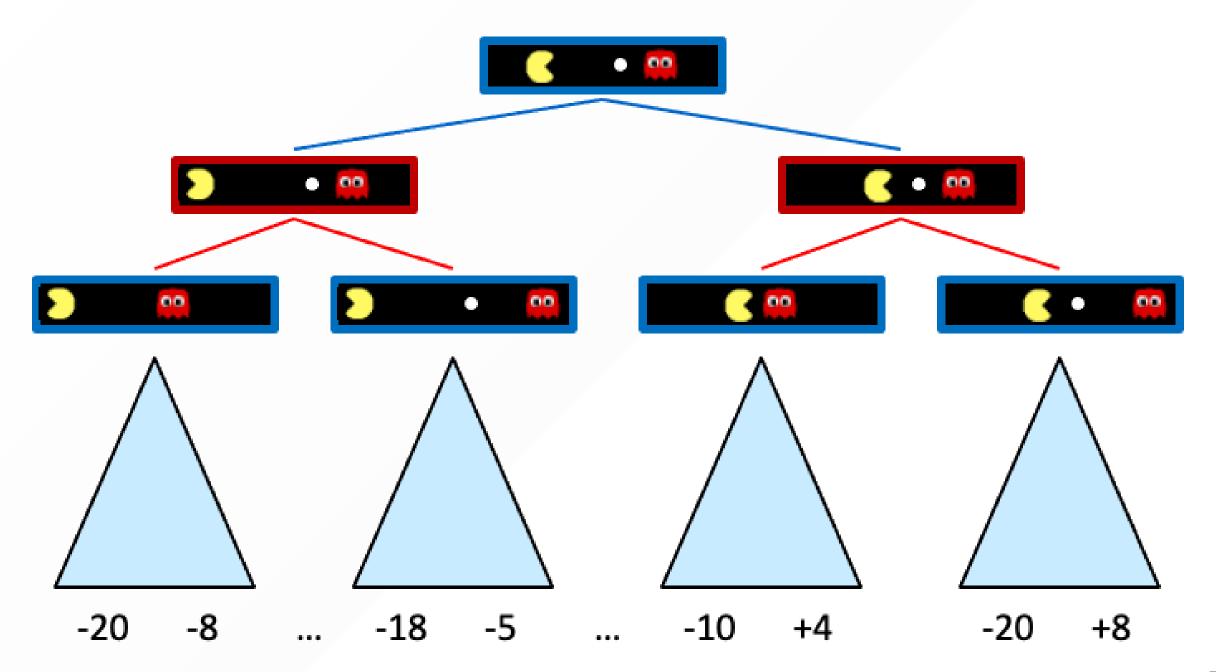
Propietats

Tindrem en compte les següents propietats:

- Dos jugadors: Un pot ser la màquina i l'altre un humà.
- Finit: nombre finit d'estats. Si el nombre d'estats és molt gran es poden utilitzar aproximacions.
- Suma zero: el guany d'un jugador és la pèrdua de l'altre.
- Determinista: no hi ha aleatorietat.
- Informació **perfecta**: els jugadors coneixen l'estat del joc en tot moment. (Escacs, Go, etc.)

Dos jugadors i suma zero

- ullet Dos jugadors: MAX i MIN.
- ullet Un conjunt de **posicions** P (estats)
- ullet Una posició inicial $p_0 \in P$
- ullet Un conjunt de **posicions terminals** $T\subseteq P$
- ullet Un conjunt d'eixos dirigits E_{Max} i E_{Min} entre les posicions.
 - o Representaran els moviments possibles de cada jugador.
- ullet Una funció d'utilitat $u:T o\mathbb{R}$ que
 - \circ el valor de cada posició terminal per a MAX.

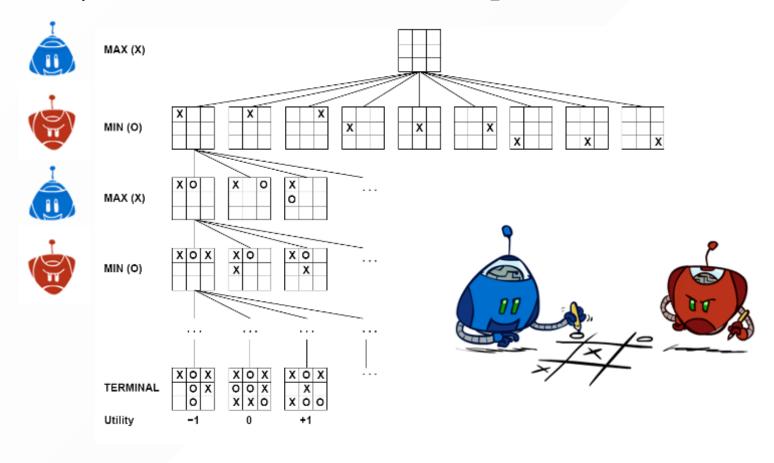


Arbre de joc (I)

Característiques:

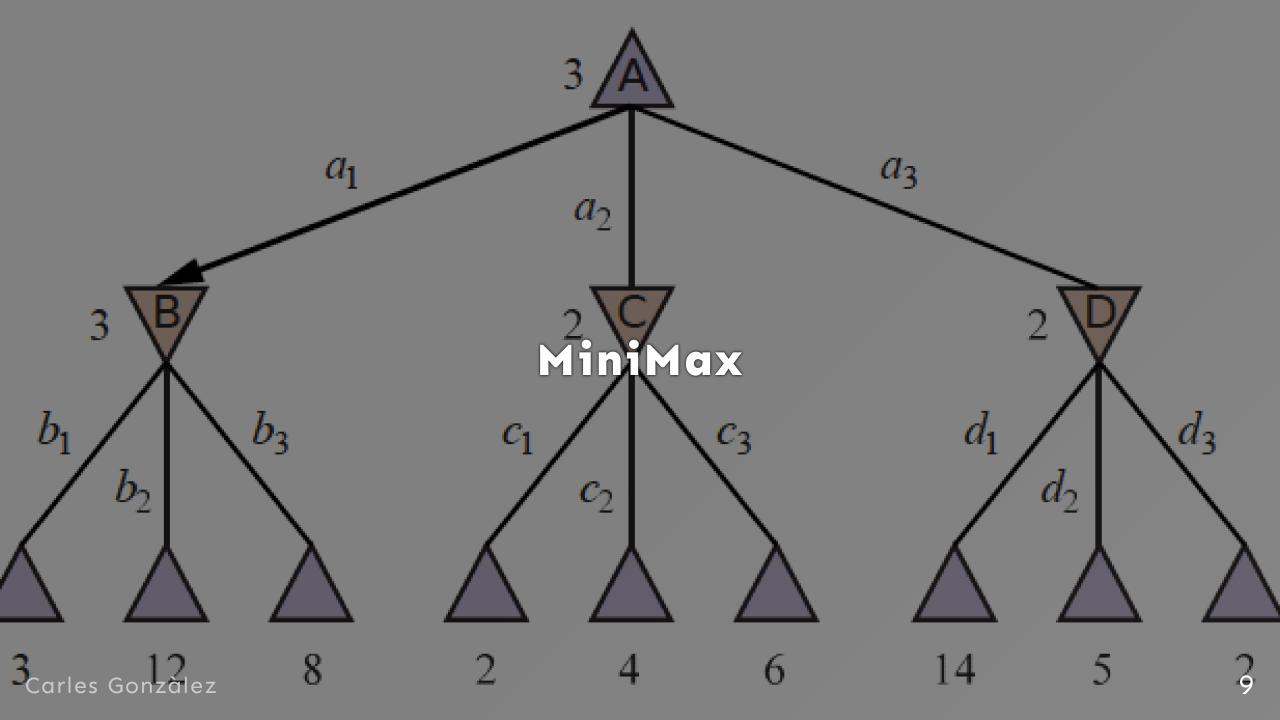
- Arbre de joc: capes d'estats alternant entre els jugadors.
- Arrel: Estat inicial.
- Estat del joc: posició i jugador a moure.
- Final del joc: Quan un jugador arriba a una posició terminal.
- Funció d'utilitat: Junt als terminals substitueix els objectius
 - \circ Cada node **terminal** t s'etiqueta segons la seva **utilitat** U(t).
 - \circ Per a MAX serà U(t), per a MIN-U(t).
 - \circ En la majoria de jocs que veurem, $U(t) \in \{-1,0,1\}.$

Arbre de joc (II) - Exemple



Estratègies

- MAX vol maximitzar la seva utilitat.
- MIN vol **minimitzar** la utilitat de MAX.
- ullet MAX no decideix sol a quin estat terminal arribarà.
 - \circ Quan MAX mou, MIN decideix a quin estat subseqüent es mourà.
- MAX ha de tindre una **estratègia**:
 - \circ Ha de decidir que fer **per a cada possible moviment** de MIN.
 - \circ No hi ha prou en una seqüència d'accions predefinida, dependrà de les accions de MIN.



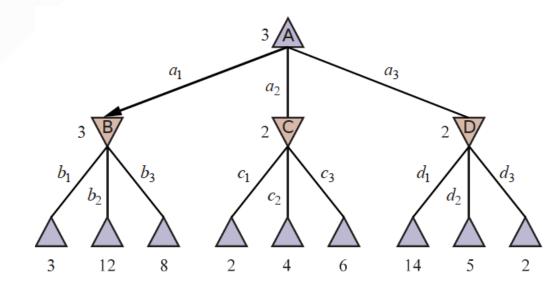
MiniMax

- Estratègia recursiva.
- ullet Assumint que MIN juga sempre **el seu millor moviment**,
 - \circ quin moviment s'ha de fer per minimitzar la utilitat de MIN?.
- Cada node tindrà una puntuació minimax.
 - Serà la utilitat mínima que MAX pot obtenir si MIN juga òptimament.

Minimitzant el guany de MIN estem maximitzant el nostre guany.

Exemple

- ullet En l'exemple de la dreta els nodes \triangle són MAX i els igtriangledown MIN.
- Els nodes terminals mostren la **utilitat** per a MAX.
- La resta de nodes mostren la seva puntuació minimax
- En l'arrel la millor opció per a MAX és a_1 , ja que porta al node en millor puntuació minimax
- ullet En el segon nivell la millor opció per a MIN és b_1 per dur al node en menos puntuació



Algorisme

- ullet Entrada: Un arbre de joc A, un node n, un jugador j.
- ullet Sortida: La puntuació minimax del node n.
- Algorisme: Algorisme recursiu.
 - \circ Si n és un node terminal, retornar la seva utilitat.
 - \circ Si j és MAX: Retornar el màxim de les puntuacions dels fills.
 - \circ Si j és MIN: Retornar el mínim de les puntuacions dels fills.

Implementació (I)

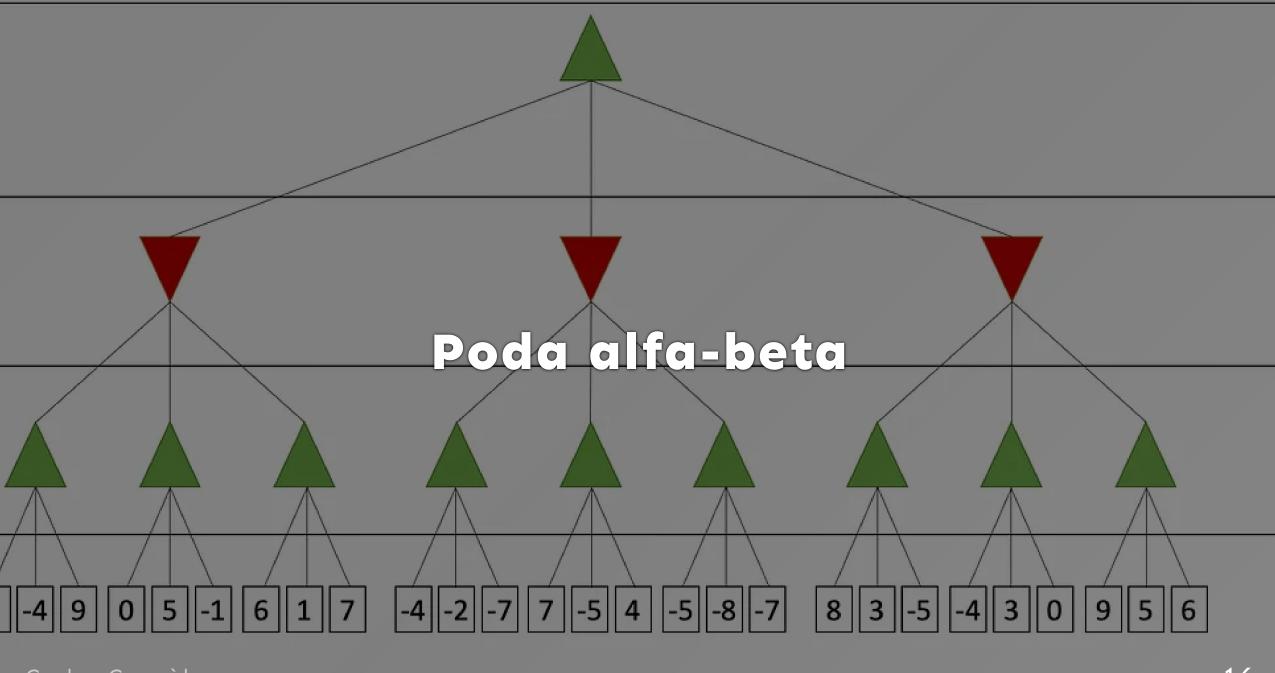
```
def cerca minimax(joc, estat):
    jugador = estat.a moure
    return valor maxim(joc, jugador, estat)
def valor maxim(joc, jugador, estat):
    if joc.es terminal(estat):
        return joc.utilitat(estat, jugador), None
   v, moviment = float('-inf'), None
    for a in joc.accions(estat):
        v2, _ = valor_minim(joc, jugador, joc.resultat(estat, a))
       if v2 > v:
            v, moviment = v2, a
    return v, moviment
```

Implementació (II)

```
def valor_minim(joc, jugador, estat):
    if joc.es_terminal(estat):
        return joc.utilitat(estat, jugador), None
    v, moviment = float('inf'), None
    for a in joc.accions(estat):
        v2, _ = valor_maxim(joc, jugador, joc.resultat(estat, a))
        if v2 < v:
            v, moviment = v2, a
    return v, moviment</pre>
```

Problemes

- Complexitat: $O(b^m)$
 - \circ sent b el nombre de branques per node i m la profunditat de l'arbre.
- La complexitat pot ser massiva.
 - \circ En el joc d'escacs, bpprox 35 i $mpprox 100.\ Nodespprox 10^{54}$
 - \circ En el joc del Go, bpprox 250 i $mpprox 150.\ Nodespprox 10^{360}$
- Això fa que sigui impossible explorar tot l'arbre de joc en jocs complexos.
 - o Veurem técniques que poden ajudar-nos.

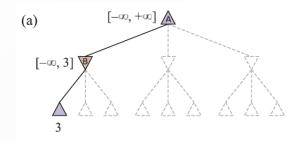


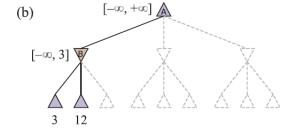
Introducció

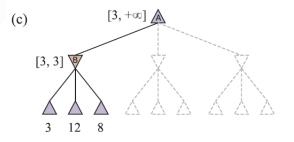
- Poda alfa-beta: técnica per reduir el nombre de nodes a explorar en l'arbre de joc.
- Poda: eliminar nodes de l'arbre de joc sense explorar-los.
- ullet Alfa: valor mínim que MAX està assegurat de poder obtenir.
- Beta: valor màxim que MIN està assegurat de poder obtenir.
- Nodes a podar: Nodes que, indepentment del seu valor, no modificarán el nivell superior.

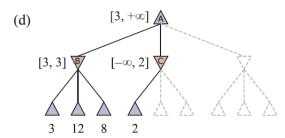
Exemple (I)

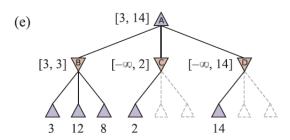
- La primera fulla baix B té valor 3. Per tant B (node MIN) té un valor màxim de 3.
- ullet La segona fulla baix B té valor 12.
 - \circ MIN evitaria aquest moviment, per lo que B encara té un valor màxim de 3.
- La tercera fulla baix B té valor 8. El valor de final de B és 3.
 - \circ Podem deduir llavors que el valor mínim d'A és 3, al tindre un node terminal amb valor 3.

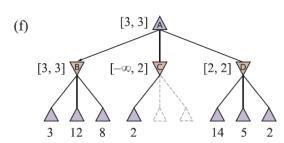






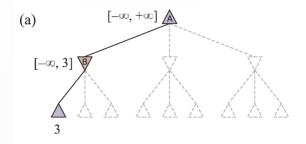


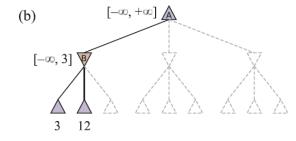


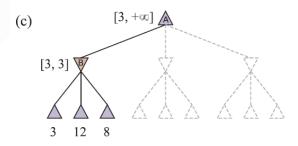


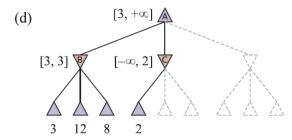
Exemple (II)

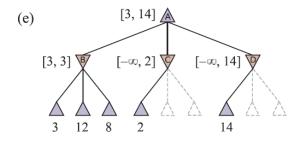
- La primera fulla baix C té valor 2 . Per tant C, que es un node MIN, té un valor màxim de 2.
 - \circ Sabem que B té un valor de 3, per lo que MAX mai escollirà C
 - Així sabem que no cal explorar els altres nodes fills de C,
 - o Aquesta és la **poda alfa-beta**.
- Al acabar l'exploració sabem els valors de cada node necessari.

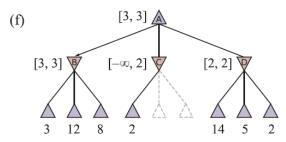






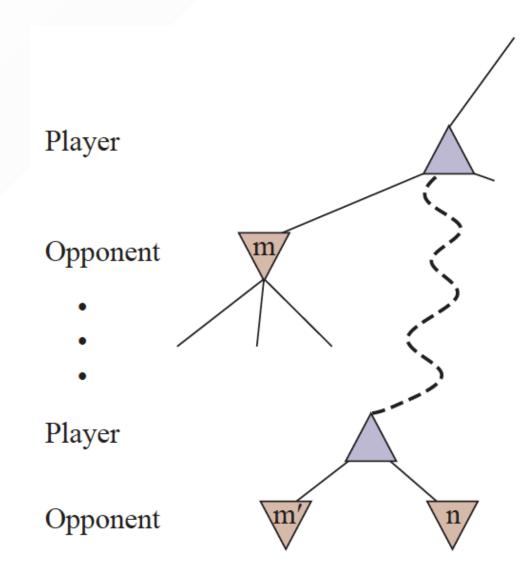






Regles

- La poda alfa-beta **no** afecta al resultat de l'algorisme.
- Es pot aplicar a qualsevol profunditat de l'arbre.
 - Moltes vegades es poden, fins i tot, podar arbres sencers.
- Principi general, per un node n:
 - Si hi ha una opció millor al mateix nivell (m') o superior (m), n no es visitarà.



Implementació (I)

```
def busqueda alfa beta(joc, estat):
   jugador = estat.a moure
    return valor maxim ab(joc, jugador, estat, float('-inf'), float('inf'))
def valor maxim ab(joc, jugador, estat, alfa, beta):
   if joc.es terminal(estat):
       return joc.utilitat(estat, jugador), None
   v, moviment = float('-inf'), None
   for a in joc.accions(estat):
       v2, = valor minim ab(joc, jugador, joc.resultat(estat, a), alfa, beta)
       if v2 > v:
            v, moviment = v2, a
       if v >= beta:
            return v, moviment
        alfa = max(alfa, v)
    return v, moviment
```

Implementació (II)

```
def valor minim ab(joc, jugador, estat, alfa, beta):
    if joc.es terminal(estat):
        return joc.utilitat(estat, jugador), None
    v, moviment = float('inf'), None
    for a in joc.accions(estat):
        v2, = valor maxim ab(
          joc, jugador, joc.resultat(estat, a), alfa, beta
        if v2 < v:
            v, moviment = v2, a
        if v <= alfa:</pre>
            return v, moviment
        beta = min(beta, v)
    return v, moviment
```

Millores

- Ordenació de nodes: Ordenar els nodes fills corréctament permet podar més.
 - \circ Una bona ordenació pot permetre passar d'examinar de $O(b^{3d/4})$ a $O(b^{d/2})$
 - En un joc d'escacs, els moviments que mengen peces són més probables de ser bons.
- Per no explorar estates repetits, es pot utilitzar una taula de transposició semblant al conjunt de visitats, però amb els valors de cada node.
- Aplicar heurístiques per tallar l'avaluació: aplicar una funció d'avaluació a les posicions no terminals per fer-les terminals

Funcions d'avaluació

Introducció

- En jocs complexos, no es pot explorar tot l'arbre de joc.
- En lloc d'això, es pot utilitzar una **funció d'avaluació** per estimar la utilitat d'un estat.
- La funció d'avaluació no ha de ser perfecta.
 - Ha de ser rápida de calcular.
 - Ha de ser **consistent** amb la utilitat real.

Funcions d'avaluació

Exemple: Tic-Tac-Toe

 En el joc del tres en ratlla, podem utilitzar la següent funció d'avaluació:

$$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} u(s) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 egin{cases} 1 & ext{si } s_{i,j} = ext{MIN} \ -1 & ext{si } s_{i,j} = ext{MIN} \ 0 & ext{altrament} \end{aligned}$$

 \circ Explicació: Sumem 1 per cada fitxa de MAX i restem 1 per cada fitxa de MIN.

Funcions d'avaluació

Implementació