

## 平时作业四

2020 — 2021 学年第二学期

### 一. 选择题 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 一个二元关系被称为一个等价关系, 当且仅当它同时具备若干性质. 下列哪一项不是等价关系所要求的性质?  
A. 自反性; B. 对称性; C. 完备性; D. 传递性; E. 以上性质均要求
2. 十二平均律下, 我们将相差若干个八度音程的音 (即不同音组的音) 和不同音名的等音均视为“等价”的, 则得到的全部十二个等价类构成音类空间. 请选出下列说法中错误的一项.  
A. 在音类空间上, 音类序列  $\overline{bB}$ ,  $\overline{bB}$ ,  $\overline{\sharp G}$ ,  $\overline{A}$  可以由著名的“巴赫动机” ( $\overline{bB}$ ,  $\overline{A}$ ,  $\overline{C}$ ,  $\overline{bB}$ ) 经过  $T_4 * I$  变换得到.  
B. 在某个自然小调内的一段旋律经过严格移调后, 一定存在某个自然小调调式, 使移调后的所有音都落在其中.  
C. 在音类空间上, 移调和倒影变换生成的群  $\langle T, I \rangle$  中的元素满足结合律, 但不满足交换律.  
D. 音类空间可以与整数模 12 的同余类集合  $\mathbb{Z}_{12}$  建立 1-1 对应,  $\overline{C}$  对应  $\overline{0}$ ,  $\overline{\sharp C}$  对应  $\overline{1}$ ,  $\dots$ ,  $\overline{B}$  对应  $\overline{11}$ .  
E. 上述说法都是正确的.
3. 利用音类空间  $\mathcal{PC}$  与整数模 12 的同余类集合  $\mathbb{Z}_{12}$  之间的 1-1 对应, 保持音类  $\overline{C}$  不变的倒影变换  $I$  可以描述为  $I: x \mapsto -x \pmod{12}$ . 请在下列选项中选出保持音类  $\overline{bE}$  不变的倒影变换  $J$  的表达式.  
A.  $J: x \mapsto 3 - x \pmod{12}$ ;  
B.  $J: x \mapsto 6 - x \pmod{12}$ ;  
C.  $J: x \mapsto 9 - x \pmod{12}$ ;  
D.  $J: x \mapsto 12 - x \pmod{12}$ .
4. 下列关于音类空间  $\mathcal{PC}$  上的变换群的说法中, 正确的有 ( ) 项.  
i) 由移调变换  $T$  和倒影变换  $I$  生成的群  $\mathcal{D} = \langle I, T \rangle$  同构于正十二边形的变换群, 即二面体群  $D_{24}$ .  
ii) 群  $\mathcal{D}$  不是阿贝尔群, 但是由移调变换  $T$  生成的子群  $\mathcal{T} = \langle T \rangle$  是阿贝尔群.  
iii) 利用音类空间  $\mathcal{PC}$  与整数模 12 的同余类集合  $\mathbb{Z}_{12}$  之间的 1-1 对应, 群  $\mathcal{D}$  中的元素  $T^k * I$  可以表示为  $T^k * I: x \mapsto k - x \pmod{12}$ ,  $0 \leq x \leq 11$ .  
A. 0; B. 1; C. 2; D. 3

5. 根据勋伯格十二音技术, 给定初始音列的数字形式

$$P_0 = 0, a_1, \dots, a_{11},$$

其中  $a_1, \dots, a_{11}$  是  $1, \dots, 11$  的一个排列, 则对正整数  $k: 1 \leq k \leq 11$ , 移调音列  $P_k$  可以写成

$$P_k = k, a_1 + k, \dots, a_{11} + k, \pmod{12}.$$

请在下列选项中选出倒影音列  $I_k$  的一般表达式.

- A.  $I_k = -k, a_1 - k, \dots, a_{11} - k \pmod{12}$ ;  
B.  $I_k = 2k, 2k - a_1, \dots, 2k - a_{11} \pmod{12}$ ;  
C.  $I_k = -k, -a_1 - k, \dots, -a_{11} - k \pmod{12}$ ;  
D.  $I_k = k, k - a_1, \dots, k - a_{11} \pmod{12}$ .
6. 根据勋伯格十二音技术, 由一个初始音列出发生成的音列矩阵中, 共有 ( ) 条互不相同的音列.
- A. 48  
B. 48 或 24  
C. 48 或 24 或 12  
D. 48 或 24 或 18 或 12
7. 现代和弦理论中, 下列哪一项不可能是某一和弦的距离向量?
- A. (0, 0, 1, 1, 1, 0)  
B. (1, 1, 1, 1, 1, 1)  
C. (0, 0, 4, 0, 0, 2)  
D. (5, 4, 3, 2, 1, 0)  
E. (0, 1, 1, 0, 2, 0)
8. 五声音阶  $[\sharp C, \sharp D, \sharp F, \sharp G, \sharp A]$  的距离向量为 (0, 3, 2, 1, 4, 0), 则作为其补集的七声音阶  $[C, D, E, F, G, A, B]$  的距离向量为:
- A. (2, 5, 4, 3, 6, 1)  
B. (2, 4, 5, 3, 6, 1)  
C. (2, 4, 3, 6, 5, 1)  
D. (2, 5, 3, 6, 4, 1)
9. 下列有关新黎曼群  $\mathcal{N}$  的说法中, 哪一项是错误的?
- A. 新黎曼群中共有 24 个不同的变换.

- B. 可以通过平行变化  $P$  相互转换的一对大、小三和弦一定不会同时出现在同一条自然大调音阶中.
- C. 存在某个大三和弦, 在被  $R * (P * L)^3 * P$  作用后得到 c 小三和弦.
- D. 新黎曼群中,  $L * R * P = P * R * L$ .
- E. 以上说法都是正确的.

\*10. 下图为勋伯格的无调性音乐 “Nacht” 的乐谱开头部分. 请选出下列分析中错误的一项. (注意: 钢琴谱表的第一行的开头有一个低音谱号, 代表这一行使用低音谱表而非高音谱表.)

*Gehende* ♩ = 80

图 1: 选择题第 10 题图

- A. 乐曲以二分音符为一拍, 每小节有三拍.
- B. 乐曲开头五拍中, 每拍的最高音依次上行三个半音, 音类依次为  $\bar{E}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{bB}$ ,  $\bar{bD}$ ,  $\bar{E}$ .
- C. 乐曲前两小节将开头的  $\bar{E}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{bE}$  旋律动机连续三次作了上行三个半音的严格移调变换, 所得的三音级构成 pc 集的距离向量均为  $\sigma = (1, 0, 1, 1, 0, 0)$ .
- D. 乐曲前两小节包含的音类构成 pc 集的距离向量为  $\sigma = (2, 1, 2, 1, 0, 0)$ .
- E. 以上分析都是正确的.

## 二. 计算题 (共 80 分)

在以下各题中, 均省略表示等价类的上划线.

- 给定初始音列  $P_0 = a_0, a_1, \dots, a_{11}$ . 已知  $a_0 = D, a_{11} = C$ . (共 20 分)
  - 分别写出音列  $P_7, R_7, I_4$  和  $RI_4$  的第 1 项的音名;
  - 共有几个以  $\flat B$  开始的音列? 分别写出它们的名字 (如  $P_3, RI_7$  等等).
- 求下列 pc 集的距离向量  $\delta$ , 并写出其对应的和弦名称 (如: 大三和弦, 减小七和弦等). (共 20 分)
 

$\{A, C, \flat E\}, \{0, 5, 9\}, \{D, \sharp F, \sharp A\}, \{2, 5, 7, 11\}.$
- 在音类圆周上画出 G 大三和弦、C 小三和弦、 $\flat E$  大三和弦、A 小三和弦的图形. 问: 它们在倒影变换  $I$  的作用下分别变成哪个三和弦? (共 16 分)
- 考虑 C 大调音阶. 在群  $\mathcal{N}$  中找出分别与和弦进行

$$IV \rightarrow I, \quad V \rightarrow I, \quad IV \rightarrow V$$

所对应的、长度最短的字. (可以参考下图的音网图, 尝试画出相应的路径.) (共 12 分)

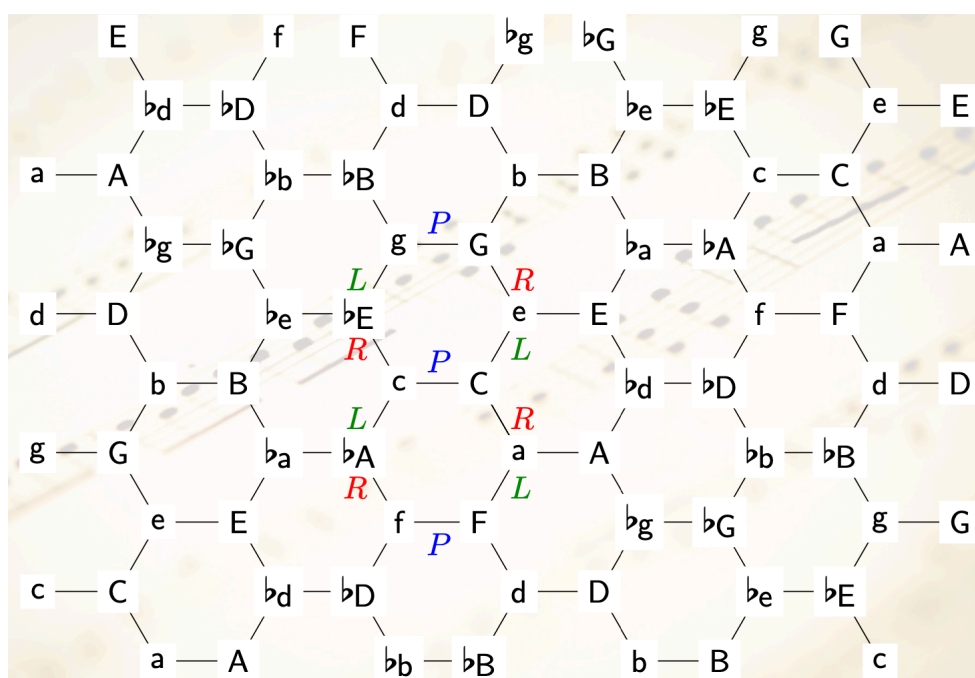


图 2: 计算题第 4 题图

- 
- The musical score for 'The Rose Tree' is presented in three staves. The first staff contains the melody, starting with a quarter note G4, followed by eighth notes A4 and Bb4, a quarter note C5, and a half note Bb4. The second and third staves provide harmonic accompaniment. The second staff begins with a half note G4, followed by a quarter note A4, a pair of beamed eighth notes Bb4 and C5, a pair of beamed eighth notes Bb4 and A4, a quarter note G4, and a half note F#4. The third staff begins with a half note G4, followed by a quarter note A4, a pair of beamed eighth notes Bb4 and C5, a pair of beamed eighth notes Bb4 and A4, a quarter note G4, and a half note F#4. The key signature is one flat (Bb), and the time signature is 4/4.

图 3: 计算题第 5 题图

## 参考答案

一、

1 - 5: C A B D D;     6 - 10: B E A C D.

二、

1.

(1)  $P_7$ : A;  $R_7$ : G;  $I_4$ :  $\sharp F/\flat G$ ;  $RI_4$ :  $\sharp G/\flat A$ .

(2) 共有 4 个以  $\flat B$  开始的音列:  $P_8$ ,  $I_8$ ,  $R_{10}$ ,  $RI_6$ .

2. pc 集的距离向量分别为

$(0, 0, 2, 0, 0, 1)$ ;  $(0, 0, 1, 1, 1, 0)$ ;  $(0, 0, 0, 3, 0, 0)$ ;  $(0, 1, 2, 1, 1, 1)$ .

对应的和弦分别为: 减三和弦, 大三和弦, 增三和弦, 大小七和弦 (属七和弦).

3.  $\flat B$  小三和弦、F 大三和弦、D 小三和弦、 $\flat A$  大三和弦.

4.  $IV \rightarrow I: R * L$ ;      $V \rightarrow I: L * R$ ;

$IV \rightarrow V: R * L * R * L$ , 或者  $P * R * L * R$ , 或者  $L * R * P * R$ .

5. 和弦进行及相应的变换为

$$c \xrightarrow{L} \flat A \xrightarrow{R} f \xrightarrow{P} F.$$