

《音乐与数学》期末研究题

2020 — 2021 学年第二学期

从下列六个题目中 **任选一题**

一、鼓的振动模态

1. 研读参考文献的相关内容, 讨论鼓所对应的二维振动方程, 试得出其一般解, 进而讨论其振动模态;
2. 查找文献, 研究定音鼓 (timpani) 的发声机理, 说明为什么定音鼓能够敲出固定的音高;
3. 基于上述结果, 讨论固定音高乐器和无固定音高乐器的区别在哪里.

参考文献:

- [1] Neville H. Fletcher, Thomas D. Rossing, *The physics of musical instruments*, Springer-Verlag, New York, 1991, 第3章、第18章.
- [2] David J. Benson, *Music: A Mathematical Offering*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007, §3.6.
- [3] Gareth Loy, *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music*, Vol. I, The MIT Press, Cambridge, 2006, §8.8.

二、“三分损益”与“五度相生”是否得到相同的律制?

分别研究三分损益和毕达哥拉斯五度相生的生律过程, 讨论由这两种生律方法所得律制的异同.

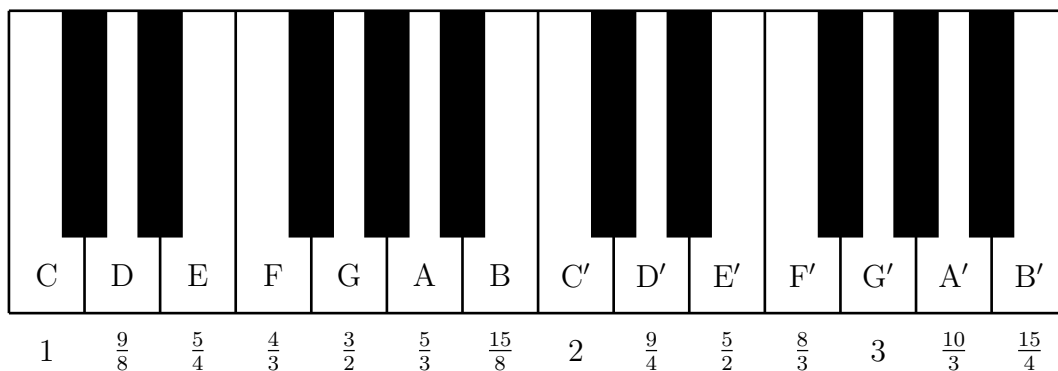
参考文献

- [1] 洛秦, 三分损益不等于五度相生, 音乐艺术 (上海音乐学院学报), 1986 (2): 83–87.

[2] 华天初, 对三分损益律和五度相生律异同的分析, 音乐艺术 (上海音乐学院学报), 2015 (4): 23-27.

三、纯律与转调

纯律是由两个生律元素构成的: 纯五度的频率比 3:2, 大三度的频率比 5:4. 假定音级 C 的频率为 1, 就可以得出下图所示的两个八度内各自然音级的频率.



- (1) 根据纯律的生律规则, 确定各变化音级 (键盘上的黑键) 的频率;
- (2) 按照你所确定的各音级的频率, 考虑下列调式

G 大调, $\flat B$ 大调, c 自然小调, $\sharp f$ 和声小调

- (a) 分别写出上述各调式的音阶;
- (b) 根据你在 (1) 中确定的各音级的频率, 通过计算上述各调式音阶中音程之间的频率比, 找出该调式音阶中所有 **不符合** 纯律要求的音级;
- (c) 讨论你在 (b) 中求得的这 4 个调式音阶的结果, 从中能够看出什么一般性的规律?

四、马尔科夫链

任选两首你熟悉的歌曲或者乐曲, 分别截取其中适当长度的一段 (例如 8~10 小节, 视其中包含的音符数目而定), 要求两个片段中的音符大致在同一个音域范围. 考虑音符的时值, 即把音高相同但时值不同的音符当作不同的状态.

1. 分别统计计算出这两段音乐的 1 阶马尔科夫链的转移概率矩阵, 并用这两个转移概率矩阵各产生一段随机音乐;
2. 把你选取的两个片段合并在一起, 统计计算出一个转移概率矩阵, 并用它产生一段随机音乐;
3. 形成完整的实验报告: 包括选取的音乐片段, 统计结果和相应的转移概率矩阵, 产生的随机音乐以及你个人的听觉感受, 以及对于所得实验结果的分析等.

参考文献:

[1] F. Brooks, A. Hopkins, P. Neumann, and W. Wright, An experiment in musical composition, *IRE Transactions on Electronic Computers*, **EC-6** (1957), 175–182.

[2] Gareth Loy, *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music*, Volume I, The MIT Press, Cambridge, 2006, §9.19.

五、旋律的变化与发展

给定下述乐谱片段:



请根据这两个片段完成以下任务:

1. (a) 以乐谱片段 (1) 所示动机为基础, 利用你所掌握的旋律变换技术, 将其发展为一段不少于 16 小节的单声部调性音乐.
(b) 运用你所掌握的和声知识, 为上述单声部音乐配和弦, 尽可能表明其调性特征.
(c) 将完整的乐曲录制成音频文件, 与乐谱一起提交.
2. (a) 以乐谱片段 (2) 所示音列作为初始音列, 试用十二音技术将其发展为一段不少于 16 小节的乐曲片段;
(b) 将你所完成的乐曲片段录制成音频文件, 与乐谱一起提交.
3. 简述这两段乐曲的创作过程, 说明为什么要这样创作? 简述你的创作意图和手法对听者的聆听体验可能产生的影响, 形成报告提交.

六、基于音类集合的音乐分析

1. 研读参考文献 [1] 第一、二章, 特别是对勋伯格《空中花园篇》(Book of the hanging gardens) 的分析示范 (pp. 67 – 71).
2. 图 1 和图 2 给出了斯特拉文斯基作曲的芭蕾舞《阿贡》中双人舞 (*Pas-de-Deux*) 片段. 聆听这段音乐.
3. 仿照参考文献 [1] 中的分析方式, 分析这段音乐中的第 418 小节 (包括 417 小节与独奏小提琴旋律连接的三个音符) 到第 429 小节. 这段音乐中使用的主要是哪一个 pc 集?
4. 再次 (反复) 聆听这段音乐, 体会这个 pc 集的音效.
5. 将分析的详细结果以及分析前后的聆听感受写成报告.

参考文献:

[1] Joseph Straus, *Introduction to post-tonal theory (3rd Edition)*, Pearson Education, Inc., New Jersey, 2005. 中译本: 齐研译, 《后调性理论导论 (第三版)》, 人民音乐出版社, 北京, 2014.

Pas-de-Deux

The musical score is divided into three systems, each marked with a double bar line and a repeat sign.

System 1 (Measures 411-414): Features Violin Solo, Violini I, and Violini II. The tempo is marked *Adagio* with a metronome marking of 112. The key signature has one flat. Measures 411-412 show a 3-measure rest for the Violin Solo. Measures 413-414 show a 3-measure rest for Violini I and Violini II. The Violin Solo part includes markings: *marc. espress. mf* and *poco sf*.

System 2 (Measures 415-419): Features VI. Solo, Vla. Solo, Vc. I Solo, Vc., and C.B. The tempo is marked *Adagio*. Measures 415-416 show a 6-measure rest for VI. Solo. Measures 417-418 show a 5-measure rest for VI. Solo. Measures 419-420 show a 3-measure rest for VI. Solo. The VI. Solo part includes markings: *mf marc. espress.* and *poco sf p sub.*. The Vc. I Solo part includes markings: *pizz.* and *arco*. The Vc. part includes markings: *mf* and *p sub.*. The C.B. part includes markings: *poco sf* and *p sub.*.

System 3 (Measures 420-423): Features VI. Solo, Vlc., and Vc. The tempo is marked *Allegro a tempo*. Measures 420-421 show a 3-measure rest for VI. Solo. Measures 422-423 show a 5-measure rest for VI. Solo. The VI. Solo part includes markings: *legato* and *p*. The Vlc. part includes markings: *legato* and *p*. The Vc. part includes markings: *pizz.* and *p*.

图 1: 《阿贡》片段

424 pizz. arco 425 426 427

VI. Solo

VI. I

VI. II

Vle.

Vc. arco marc.

C.B.

428 429 430 431 432

VI. Solo

VI. I

VI. II

Vla. Sola Solo

Vle.

Vc. I Solo

Vc.

C.B.

1ma volta

Solo

Solo

pizz.

图 2: 《阿贡》片段 (续)