午餐系統及分析

# 壹、研究動機

之前在學校訂餐的時候，都只能用紙本點餐單來點餐，代訂常常把紙本單弄丟，而且紙本單必須手工計算數量、金額，十分不便，紙本單是不完全記名制，只能知道是哪一班點的，常常會有人忘記自己點了什麼餐，直接隨便亂拿一份餐，我們認為應該要有一個比紙本單更優秀的解決辦法，便開始著手製作午餐系統了。

午餐系統在板橋高中推行成功後，我們了解到廠商常常會備料過剩，於是我們打算建立一個模型，可以給廠商做為明天會有多少份餐點的依據。

# 貳、研究目的

本研究旨在於製作一套能夠取代紙本點餐單的系統，並且設計一個適當的數學模型供廠商參考明天該準備多少份餐點。

系統必須要有良好的穩定性，如果系統崩潰了，那大家今天就沒飯吃了；系統與金錢相關，所以也必須要有非常良好的安全性；可能會有上千個人在一節下課內送出點單，所以系統必須要有良好的效能；系統必須要簡單易懂，符合使用者直觀原則，讓使用者能夠輕鬆上手。

原本廠商只能估計明天要準備多少餐，不過有了數學模型就能夠更準確的預測會有多少份餐，本研究將介紹如何建立及應用數學模型。

# 參、實驗器材及設備

|  |  |
| --- | --- |
| 器材 | 用途 |
| *Firebase* | *iOS App*分析用的*api* |
| *Vscode IDE* | 製作午餐系統的*IDE* |
| *Mysql* | 午餐系統資料庫 |
| *Php* | 午餐系統後端 |
| *Chrome* | 網頁前端的測試環境 |
| 伺服器主機 | 午餐系統伺服器 |
| *Noip Dynamic dns hostname* | 午餐系統網域名稱 |
| 板橋高中 | 午餐系統的餐點購買對象 |
| 廠商 | 午餐系統的餐點提供對象 |
| 印表機 | 列印紙本單據 |
| *Excel* | 輸出媒體 |
| *Visual studio* | 製作外掛插件的*IDE* |
| *Windows*作業系統安裝光碟 | 伺服器的作業系統 |
| *Mac* | 製作*iOS App*的開發環境 |
| *Iphone* | *iOS App*的測試環境 |
| *Xcode* | *iOS App*的*IDE* |
| *Android*手機 | 網頁前端的測試環境 |
| *Windows*電腦 | 製作後端的開發環境 |
| *Apple Reachability* | *iOS App*的*api* |
| *Alamofire* | *iOS App*的*api* |

# 肆、研究過程及方式

午餐系統後端由*Php*作為後台，*Mysql*作為資料庫，並且輸出結果到前後端交換介面；網頁版前台、*iOS*前台及其他外掛插件，從前後端交換介面擷取資料，再將資料展現給使用者，下圖為午餐系統的架構圖。

午餐系統與大多數*POS*系統的不同之處在於我們擁有非常良好的可擴充性，如同電子布告欄「*BBS*」，任何人都能實作自己的前端，只不過我們採用*Json*作為資料交換介面，而*BBS*採用*Telnet*協定。

午餐系統每天都會有大量的點餐資料，如果能對這些資料進行分析，就能夠協助廠商預測明天的餐點量，於是我們設計了一個預測模型。

## 一、系統使用方法

以下是使用午餐系統的使用概念，資料會跟著箭頭傳給下一個使用者。

### (一)、學生、代訂使用方法

學生可以點餐，代訂可以替學生點餐；學生可以在查看點單中查看自己的付款狀態，代訂在學生繳錢之後，可以將點單標記為已繳款。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 行為  身分 | 點餐 | 未付款 | 已付款 |
| 學生 |  |  |  |
| 代訂 |  |  |  |

我們也有提供*iOS*版的前端，功能與網頁版前端類似，不過比網頁版前端簡潔，對於一些排版細節也做得比較網頁版前端好。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 行為  身分 | 點餐 | 未繳款/已繳款 |
| 學生 | https://scontent.ftpe7-3.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/47489375_347657152693330_5443641125195743232_n.jpg?_nc_cat=102&_nc_ht=scontent.ftpe7-3.fna&oh=9e88cb31fb16de7604c9b4eb9b1440d2&oe=5C640665 | https://scontent.ftpe7-4.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/47447996_218193415770248_959321056261177344_n.jpg?_nc_cat=101&_nc_ht=scontent.ftpe7-4.fna&oh=cdd01f7bbd67f3f7b278108f790f6258&oe=5C6B7DC1 |
| 代訂 | https://scontent.ftpe7-2.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/47326451_287830948532459_3444340179689537536_n.jpg?_nc_cat=109&_nc_ht=scontent.ftpe7-2.fna&oh=cdcb169fd9e6746d7e5eaabc1156e9ea&oe=5CA03F91 | https://scontent.ftpe7-2.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/47682666_308487483099723_488542741689532416_n.jpg?_nc_cat=104&_nc_ht=scontent.ftpe7-2.fna&oh=d02b789ce3eefc8607414ff6fe32429d&oe=5C986C5D |

代訂可以上傳資料，接下來資料就會傳送到合作社手上，上傳之後的資料沒辦法撤銷。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 系統  狀態 | iOS | 網頁 |
| 未上傳 | https://scontent.ftpe7-2.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/47682666_308487483099723_488542741689532416_n.jpg?_nc_cat=104&_nc_ht=scontent.ftpe7-2.fna&oh=d02b789ce3eefc8607414ff6fe32429d&oe=5C986C5D |  |
| 已上傳 | https://scontent.ftpe7-2.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/47320544_2149230412059299_8161086604325158912_n.jpg?_nc_cat=104&_nc_ht=scontent.ftpe7-2.fna&oh=3c4299144fc0c5edddec8c74a2687ae3&oe=5C9A5FF7 |  |

### (二)、合作社、廠商使用方法

合作社可以將上傳過來的點單標記為已繳款，確認繳款的資料會傳給廠商，廠商就可以開始製作餐點了；有些廠商因為工作環境較為油膩，不適合使用電子產品，所以我們做了額外的列印紙本功能，可以將點單資料列印成紙本。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 身分  操作 | 合作社 | 廠商 |
| 顯示點單 |  |  |

每間廠商都能夠列印自己的總表、班表，總表可以讓廠商知道今天總共需要生產多少份便當，藉此加快生產速度；班表可以告訴廠商今天某班需要多少份餐，將每班所需放入班級籃即可(該行為也稱為撿餐)。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 操作  身分 | 總表 | 班表 |
| 廠商 |  |  |

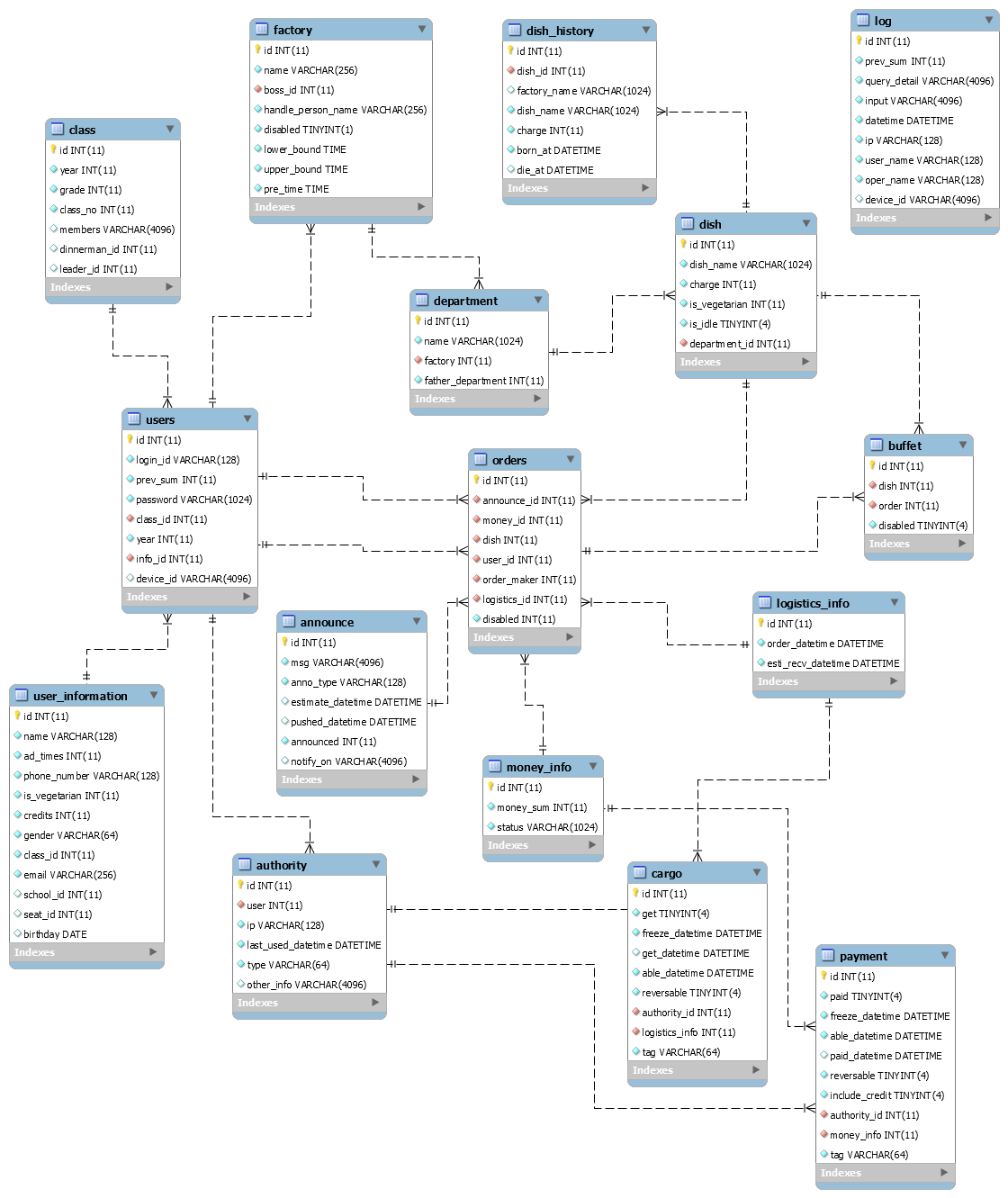
合作社能夠輸出當日會計報表，方便對帳，以下是合作社的輸出當日報表程式。

|  |  |
| --- | --- |
| 輸出程式 |  |
| 輸出結果 |  |

選定好輸出的日期之後，就能夠輸出資料到*Excel*上了，在*Excel*的右側表格可以直接輸入今天拿到多少錢，*Excel*就會把總金額計算好。

## 二、資料庫

　　下列為午餐系統的資料結構模型，每一條線代表一個關聯性連接。



午餐系統的資料庫為關聯性資料庫，並使用*innoDB*做為引擎，*innoDB*支援交易機制，比起*myisam*，使用*innoDB*更方便處理死結回溯的問題。

### (一)、動態查詢

後台會根據傳入參數，使用這六種篩選語句*(syntax)*組合成所需的篩選條件，向資料庫下達*SQL*指令。

|  |  |
| --- | --- |
| 名稱 | 指令 |
| 時間下界 | AND (? < LO.esti\_recv\_datetime) |
| 時間上界 | AND (? > LO.esti\_recv\_datetime) |
| 針對特定使用者搜尋 | AND (? = U.id) |
| 針對某間廠商進行搜尋 | AND (? = F.id) |
| 針對特定列查詢 | AND (? = O.id) |
| 針對班級查詢 | AND ((SELECT U.class\_id FROM users AS U WHERE U.id = ?) = U.class\_id) |

在下達*sql*指令時，可以使用代稱*(alias)*方便撰寫*sql*語句，以下是代稱的解釋。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 中文名稱 | 英文全名 | 英文縮寫 |
| 使用者 | User | U |
| 廠商 | Factory | F |
| 點單 | Order | O |
| 物流資訊 | Logistic Info | LO |

### (二)、Procedure優化

對於單語句*(syntax)*的*sql*操作，直接在*php*中呼叫資料庫即可；對於多語句的*sql*操作，則包裝成一個*Procedure*，方便處理死結*(Deadlock)*回溯*(Rollback)*，也不必與資料庫伺服器多次連線。

下表為該*Procedure*進行四種基本操作*(insert/update/delete/select)*的數量，包裝的操作越多，越能節省與資料庫連線的時間。

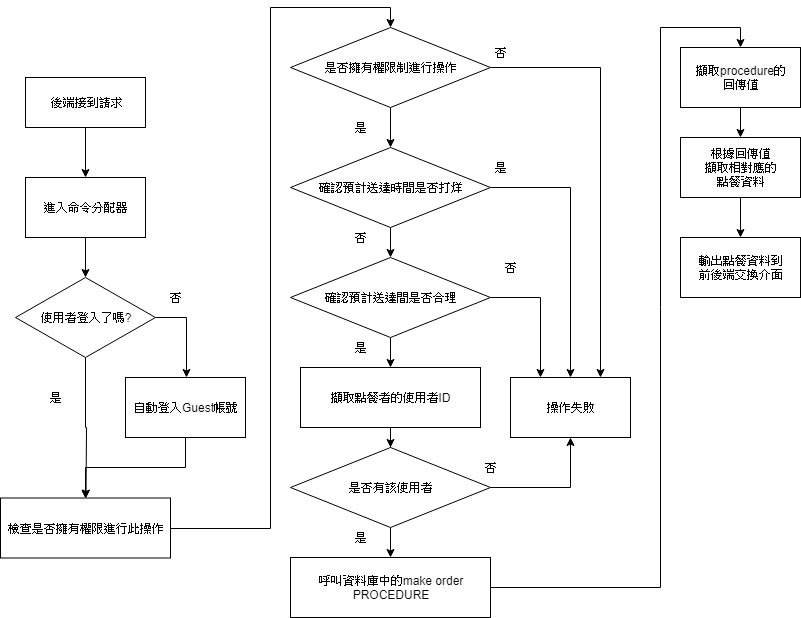
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Insert | Update | Delete | Select | 總計 |
| Make order | 6 | 0 | 0 | 9 | 15 |
| Update dish | 1 | 2 | 0 | 1 | 4 |

## 三、後端

下圖為後端的架構，我們將後端分成多個模組，方便維護，也方便開發新功能。

### (一)、處理流程

以進行點餐操作為例，系統會先進行嚴密的輸入審查，確認是否無誤後，再將資料寫入資料庫，資料庫回傳點餐*id*，後端抓出該筆資料，經過編碼之後輸出到交換介面，以下為處理的流程圖。



### (二)、效能阻塞

#### 1. session 阻塞

*php*為了保證執行緒安全，同一個*session*同時只能給一個請求使用。在每個請求都不會提前釋放*session*的狀況下，同時送出大量請求，會使得效能非常低落，如下圖所示。

上圖中，請求(3)等候前面兩個請求處理完才開始執行，成為緩慢的串行命令。如果程式會先複製好*session*再執行，則每個請求只需要等候其他請求複製完資料，就能夠先開始執行了，如下圖所示。

上圖中，請求(3)僅等候前面兩個請求複製資料，因為不必等候其他請求，因此能受益於*CPU*的平行處理，使得效能提升。

#### 2. 資料庫存取阻塞

資料庫的存取速度遠遠低於記憶體的存取速度，如果每次使用常駐資料時，都向資料庫要求一次資料，則這些常駐資料請求會拖累系統效能。後端會將常駐資料先快取於*session*，需要使用資料時直接從*session*調用資料，就不必再向資料庫請求資料了。

### (三)、安全性

針對後端安全，我們進行了以下幾種保護措施。

#### 1. 密碼安全性

對於所有工作人員的密碼，皆為六個字元以上的英數混和字串，且所有的登入失敗都會寫入紀錄檔中，方便追蹤帳號是否有安全性疑慮。

#### 2. SQL注入

不以舊版的*mysql*模組操作資料庫，而以新版的*mysqli*操作資料庫；並將所有的*statement*進行*prepare*後*bind\_param*，再執行*sql*語句，不直接在*statement*中寫入值，如下列虛擬碼所示。

|  |  |
| --- | --- |
| 具有*sql*注入風險 | 不具有*sql*注入風險 |
| $sql=”select id from orders where id = $uid”  $statement ->execute($sql) | $sql=”select id from orders where id = ?”  $statement->prepare($sql)  $statement ->bind\_param(“1 or True”)  $statement ->execute() |

#### 3. XSS

在*check\_valid* 模組中，嚴格限制了每個輸入參數，凡是參數不符合規定，則立刻丟出例外狀況，並寫入記錄檔中。

#### 4. 資料庫死結

在單線程的測試環境下，很少會遇到資料庫死結，而在系統真正運行的時候，常會遇到不可預知的死結。一個*Procedure*包裝了多個語句*(Syntax)*，若是在尚未執行完*Procedure*前，發生了死結，則可能會有不可預知的後果。

我們針對容易發生死結的*Procedure*加上*start transcation*、*rollback*、*commit*，若是在*Procedure*尚未結束前發生死結，則回溯*(Rollback)*整個*Procedure*的操作。

## 四、前端

### (一)、iOS前端

*iOS*前端為專屬開發給蘋果使用者的操作介面，由於網頁版前端較不直觀，我們開發了專屬於蘋果使用者的前端，該前端符合*iOS*的人機互動指南。

以下為*iOS*前端的登入畫面，我們可以見到前端十分簡潔，與使用者的互動簡單明瞭。

#### 1. 呼叫後端

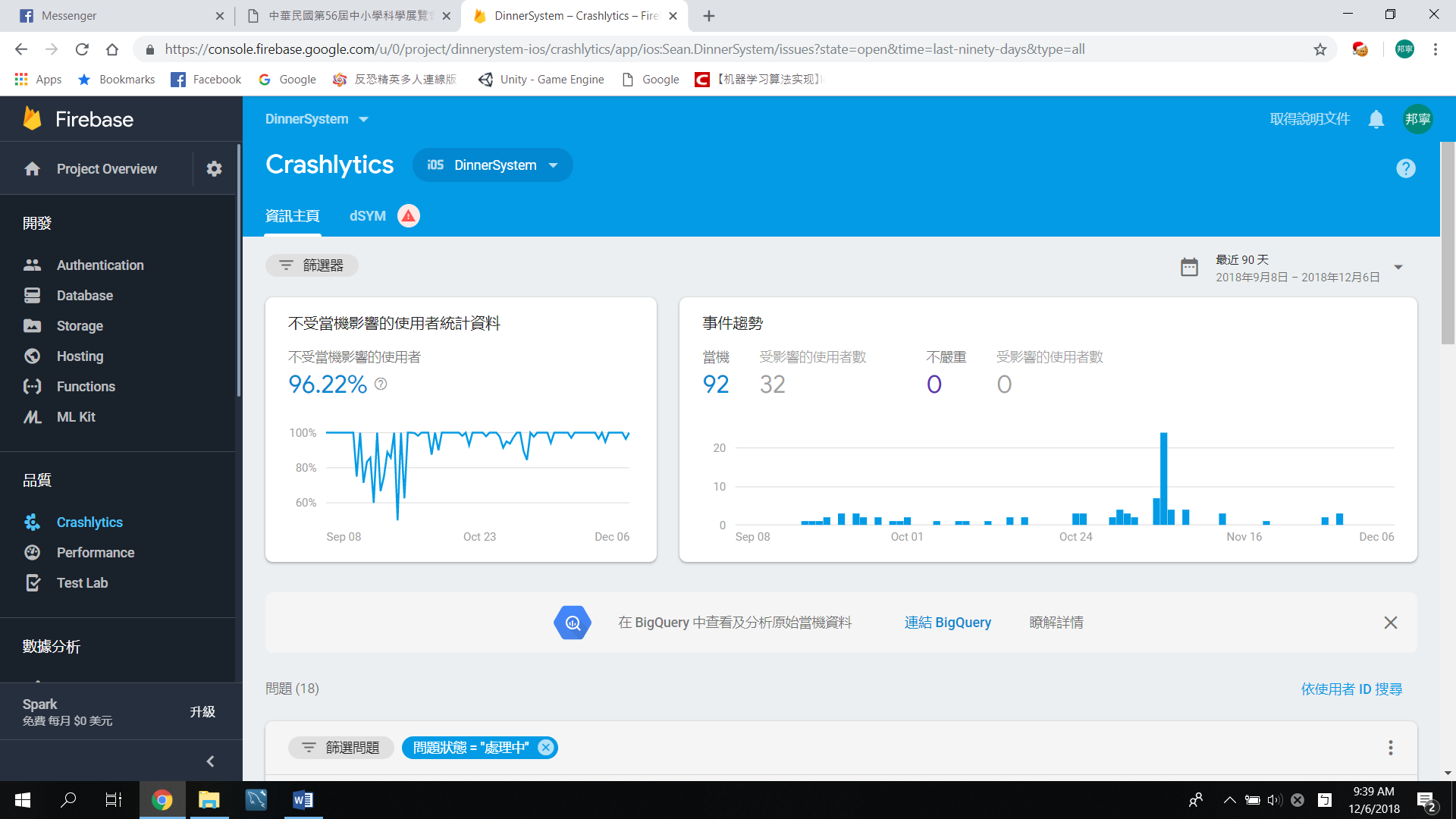
採用*Alamofire*第三方*API(Application Interface)* 進行*HTTP*請求及回應，上傳時以*get*方法訪問*(Request)*伺服器，並使用*Swift*原生*API*中的*JSONDecoder*來解析伺服器回傳的*Json*字串。

#### *https://scontent.ftpe7-3.fna.fbcdn.net/v/t1.15752-9/46522692_263346174303159_1796523058287083520_n.png?_nc_cat=102&_nc_ht=scontent.ftpe7-3.fna&oh=7358daee83713f3a209084dec54541e9&oe=5CA221D0*2. 頁面圖

以上為*iOS*前端的頁面*(Layout)*關係圖，每一條線代表觸發任何事件後可以從一個頁面*(View)*轉跳至下一個頁面*(View)*。

#### 3.錯誤分析

發生任何錯誤狀況時，*App*會傳送資料給*Crashlytics*，在*Firebase*開發者頁面中可以立即看到發生的例外狀況，*Firebase*也會發送電子郵件給開發者，讓開發者能夠在最快的時間內修正錯誤，以下是*Crashlytics*的統計分析，在九月時系統剛剛上線，較不穩定，進入十月之後系統就幾乎沒有任何問題了。



### (二)、網頁前端

網頁前端擁有最完整的功能，而且當其他前端無法運作時，網頁前端會確保大多數使用者還能夠使用系統，不會使整套系統停止運作。

#### 1. ajax

對於批次點餐、繳款、上傳，我們使用*ajax*技術向伺服器後端請求資料，使用*ajax*技術不只可以避免前後端耦合，還可以受惠於平行處理使得效能增加。

#### 2. 分類樹

當我們想要確認繳款101點的所有餐時，我們不必一一查看所有點單，我們只需要查看101的分類就可以了，上圖為分類樹的抽象概念，下圖為實際使用分類樹。

由右圖可見，下列該分類樹的階層。

1. 班級
2. 是否付款
3. 廠商
4. 餐點
5. 點單

分類樹還會順便把金額數量加總，方便點帳。在金額無誤時，就直接按下已繳款按鈕；金額有誤時，從階層式的資料中找出是哪裡點錢點錯了即可。

#### 3. 雲端運算

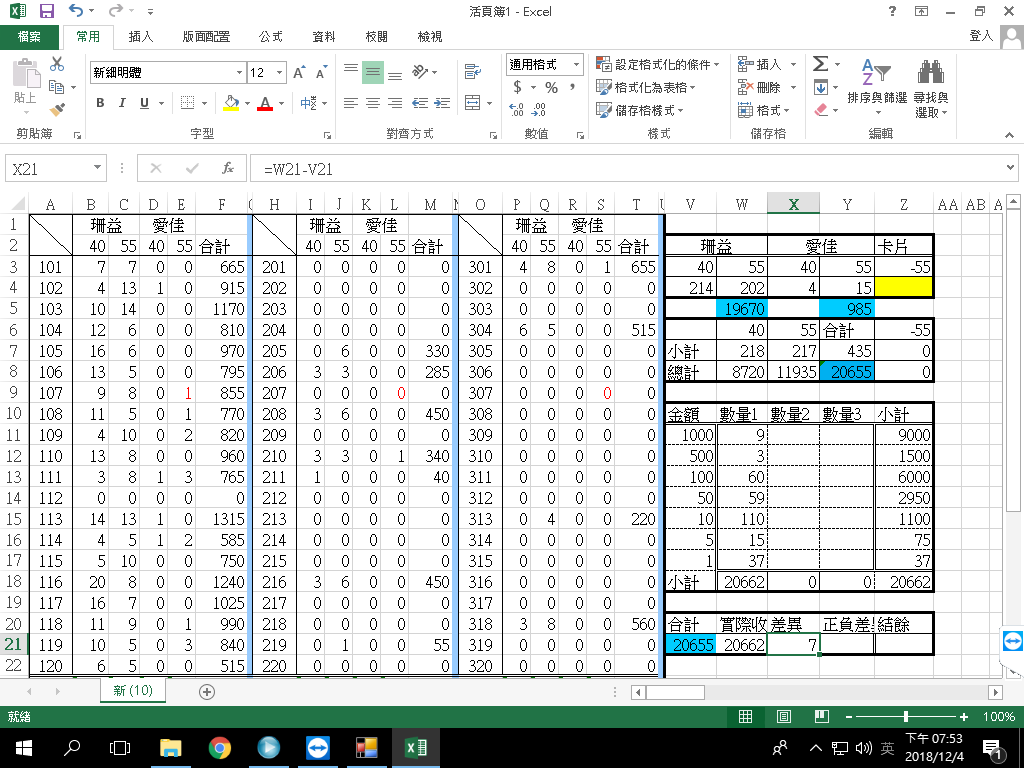
為了避免讓前端處理大量資料，我們選擇在伺服器先使用分類樹整理資料。

在前端的*backstage.php*中，先呼叫後端主模組*backend\_main*，抓取點餐資料，再將資料傳給*collapsable*進行整理並轉為*HTML*字串，再將已經轉為*HTML*碼的字串傳給前端，雖然使用了多一點的網路流量，但是能夠節省前端運算的大量時間。

### (三)、輔助外掛

#### 1. 當日會計報表

會計報表可以視為一個前端，會將點餐資料統整之後輸出給*Excel*，以下為十月二十三號的會計報表。

我們可以看到當天的差異只有7，而這大多是人為計算錯誤，不必太在意。

#### 2. 新生資料匯入軟體

匯入軟體必須放在伺服器主機內，才能存取資料庫，新生資料匯入軟體會先從*Excel*資料表裡面抓取新生資料，再將資料轉成*SQL*語句，交給資料庫處理。

### (四)、前後端交換介面

前後端交換介面確保後端與前端的獨立，任何能夠操作命令介面，與使用者互動，並且能夠擷取回傳資料，不論語言、平台撰寫成的程式，皆可被視為一個前端；任何能夠根據命令回傳出相對應的程式，不論語言、不論平台，也皆可被視為一個後端。

#### 輸出資料結構

原始輸出為*Json*字串，我們將*Json*轉換成表格，以利理解，以下表格為精簡後的點單資料結構。

|  |  |
| --- | --- |
| Id | 22410 |
| user | |  |  | | --- | --- | | id | 11184 | | name | 白翔云 | | seat\_no | 20904 | |
| dish | |  |  | | --- | --- | | dish\_name | 卡拉雞 雞塊 三副菜 | | dish\_id | 1 | | dish\_cost | 55 | |

#### 命令介面

以下表格為精簡後的命令界面，「-」代表沒有參數。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 操作 | 參數1 | 參數2 |
| login | id=[使用者帳號] | password=[密碼] |
| select\_self | esti\_start=[時間上界] | esti\_start=[時間上界] |
| payment\_usr | oid=[點餐單號] | target=[是否繳款] |
| make\_self\_order | did=[餐點號碼] | esti\_recv=[預計送達時間] |

如第一列所示，其意義代表：「使用*get/post*方法造訪後台，以*cmd*為索引，傳入字串*login*；以*id*為索引，傳入使用者帳號；以*password*為索引，傳入密碼」。

#### 3. JSON與編碼

採用*UTF-8*編碼，包含*BOM Header*，對於*Json*中包含的中文字串不加以編碼，對於「”」字元更改為「\”」，對於「\」字元更改為「\\」。

## 五、預測模型

我們先向廠商、合作社打聽了一下平常點餐的趨勢，廠商表示訂購便當的意願隨著在學校的時間漸漸降低。我們經過初步分析，得知高一最多人點餐，高二的點餐人數較少，高三幾乎沒有人點餐，每天的點餐人數大約以3份餐/天緩慢下滑。

我們將預測模型拆成兩個子模型，一為比例模型，二為數量模型。顧名思義，比例模型能夠給出明天的點餐比例，數量模型能夠給出明天的點餐總數，兩個模型一起使用就能得到明天各種餐點的數量。

### (一)、資料結構

模型沒有辦法直接處理前後端交換介面的資料，所以我們要對資料進行一些處理，數量模型只能接受點餐序列作為輸入，比例模型只能接受點餐圖作為輸入，本章介紹如何將前後端交換介面的資料轉為上述兩種結構。

原始的點餐資料可以視為下列表格，「-」代表沒有點餐。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 甲生 | 乙生 | 丙生 | 丁生 | 戊生 |
| 08/07 | 韓式拌飯 | 烤肉飯 | - | 烤肉飯 | 素便當 |
| 08/08 | - | 烤肉飯 | 韓式拌飯 | - | 素便當 |
| 08/09 | 素便當 | 韓式拌飯 | 素便當 | 烤肉飯 | 素便當 |
| 08/10 | 烤肉飯 | 烤肉飯 | - | 韓式拌飯 | 素便當 |
| 08/11 | 韓式拌飯 | 烤肉飯 | 韓式拌飯 | 韓式拌飯 | 素便當 |

以下根據製作該餐所需的原料進行分類，且由上往下進行篩選，例如「韓式拌飯」符合第一行的*Regex*篩選，故屬於調味飯類；「烤肉飯」不符合第一行的*Regex*篩選，而符合第三行的*Regex*篩選，故屬於便當類。

|  |  |
| --- | --- |
| 雜類 | Regex: "(焗)|(拌飯)|(炒飯)|(飯糰)" |
| 麵類 | Regex: "(烏龍)|(麵)|(湯)" |
| 便當類 | Regex: "(副菜)|(飯)" |
| 小吃類 | Regex: "((餃)|(蔥抓餅)|(鍋貼)|(板條))" |
| 鍋類 | Regex: "(鍋)|(粥)" |

#### 1. 點餐序列

將甲生的點餐資料提取出來，並加以分類，再填上是否有點餐，即為點餐序列。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 甲生 | 08/07 | 08/08 | 08/09 | 08/10 | 08/11 |
| 餐點類別 | 雜類 | - | 其他 | 便當類 | 雜類 |
| 是否點餐 | True | False | True | True | True |

#### 2. 點餐圖

根據點餐序列，刪去沒有點餐的那一天，即如下表。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 甲生 | 08/07 | 08/09 | 08/10 | 08/11 |
| 餐點類別 | 雜類 | 其他 | 便當類 | 雜類 |
| 是否點餐 | True | True | True | True |

將每一天的轉移視為圖上的一個邊，每一個分類視為圖上的一個節點，則可得到一個有向圖。

若將所有人的點餐序列寫入同一張圖，則可得到如同下面的有向圖，我們稱呼他為點餐圖。

### (二)、比例模型

設計比例模型旨在於使用數學模型來預測各種類別的比例，我們使用機率矩陣的穩定狀態來預測比例，無法求得穩定狀態時，以矩陣快速冪代替。

我們可以將現實世界中的操作抽象化，成為圖論中的操作，方便程式預測，下表為現實世界中的操作與圖論中的操作對照表。

|  |  |
| --- | --- |
| 圖論上的操作 | 現實世界的意義 |
| 從圖上的任意一個點出發 | 第一天先隨便點一道菜 |
| 經由任意一條邊 | 經過了一天 |
| 到達圖上的另外一個點 | 第二天點了另外一道餐 |
| 經過一個自環 | 經過了一天，決定要吃同一道菜 |
| 到了同一個點 | 第三天點了同一道菜 |

#### 1. 鄰接機率矩陣

對於任意有向圖，將(節點到節點所有邊的數量)/(節點的出度)，寫入矩陣中的，則之值為從節點移動步後到達節點的機率。

1

2

5

1

3

5

3

6

上圖為點餐圖，邊旁邊的數字為重邊的數量，下表為該圖的鄰接矩陣，鄰接矩陣之值為節點到節點所有邊的數量。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 韓式拌飯 | 烤肉飯 | 燒肉飯 |
| 韓式拌飯 | 3 | 3 | 1 |
| 烤肉飯 | 5 | 6 | 5 |
| 燒肉飯 | 1 | 0 | 2 |

上表為該圖的鄰接矩陣，下表為鄰接機率矩陣，其中，為從節點移動到節點的機率為多少。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 韓式拌飯 | 烤肉飯 | 燒肉飯 |
| 韓式拌飯 | 1/3 | 1/3 | 1/8 |
| 烤肉飯 | 5/9 | 2/3 | 5/8 |
| 燒肉飯 | 1/9 | 0 | 1/4 |

對於矩陣，我們可以得知，即為從節點 經過任意節點再到達節點之機率和，同時也為從節點到移動兩步到達節點的機率。

#### 2. 馬可夫矩陣

對於點餐向量，代表原先餐佔所有餐的比例，若，則代表經過天後餐的比例。我們定義，而且經過多次轉移之後，會漸漸趨近於一個穩定狀態，則我們可以得到方程式。

此時，我們稱呼為矩陣的穩定狀態。

#### 求穩定狀態

我們有兩種方法可以求穩定矩陣，第一種叫做「反矩陣解聯立」，第二種叫做「矩陣快速冪」，下表比較了兩種方法的優劣。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 反矩陣解聯立 | 矩陣快速冪 |
| 優點 | 能夠求出真正的穩定狀態 | 保證有輸出值 |
| 缺點 | 不一定能夠求出穩定狀態 | 只能求出近似穩定狀態 |

在反矩陣解聯立無法求出穩定狀態時，我們使用矩陣快速冪作為替代方案，由於矩陣快速冪有一定的機率會失準，我們選擇多求出幾個近似的穩定狀態，再將各個近似狀態平均，藉此取得較為精準的穩定狀態。

##### (1). 反矩陣解穩定狀態

根據穩定狀態的定義，我們可以得到下列聯立方程式。

化簡後得

對於聯立方程組有以下性質，為給定的係數矩陣，為給定的值矩陣，為未知數矩陣。

將視為方程式中的係數，且，我們得知有一行方程式無用，於是可以得到下式。

於是我們可以求得穩定狀態，不過並不是每一個都有反矩陣，於是我們使用矩陣快速冪作為替代方案。

##### (2). 矩陣快速冪

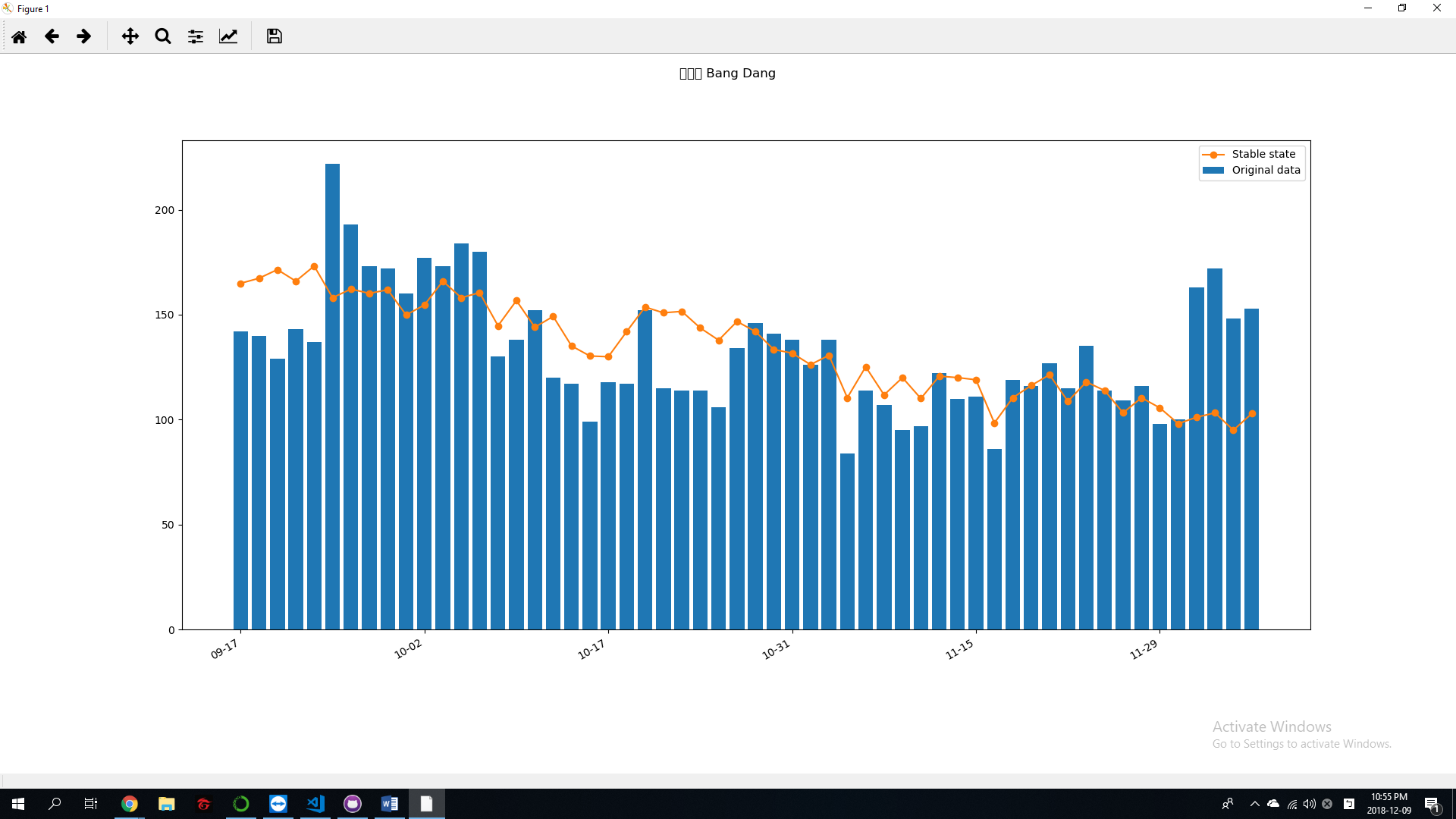
矩陣乘法具有結合律，並根據下列二式，我們可以得知只需要在的時間內就能得知的值。

為任意機率向量，給定越大的數字，求出來的向量越接近穩定狀態，給定數列，共有個元素，其中為一個隨機整數，且界於與之間。

該演算法的時間複雜度為，使用越大的與越大的以及，預測出來的越接近穩定狀態，模型預設。

#### 輸出圖表

下圖為比例模型對便當類的輸出圖，折線為比例模型，直方為實際資料。

折線上每一個點的值，為當天總數乘上穩定狀態的比例，模型的預測值大致與實際值相差不遠，代表本模型具有參考價值。

### (三)、數量模型

設計數量模型旨在於使用數學模型來預測總餐數會有多少份，數量模型的核心為*logistic*模型，我們對每個人建立一個*logistic*模型，再使用統計演算法求出總餐數約有多少份。

#### 1. logistic模型

*logistic*模型最主要的函數為*sigmoid*函數，如下。

將輸入先經過線性變換，再交給*sigmoid*進行輸出，定義為線性變換用的向量，為輸入的向量。

一組訓練用的資料為輸入值以及輸出值，為一個布林值，只會是1或是0，我們可以寫出損失函數如下。

可以得知損失函數越大，該模型精確度就愈高。

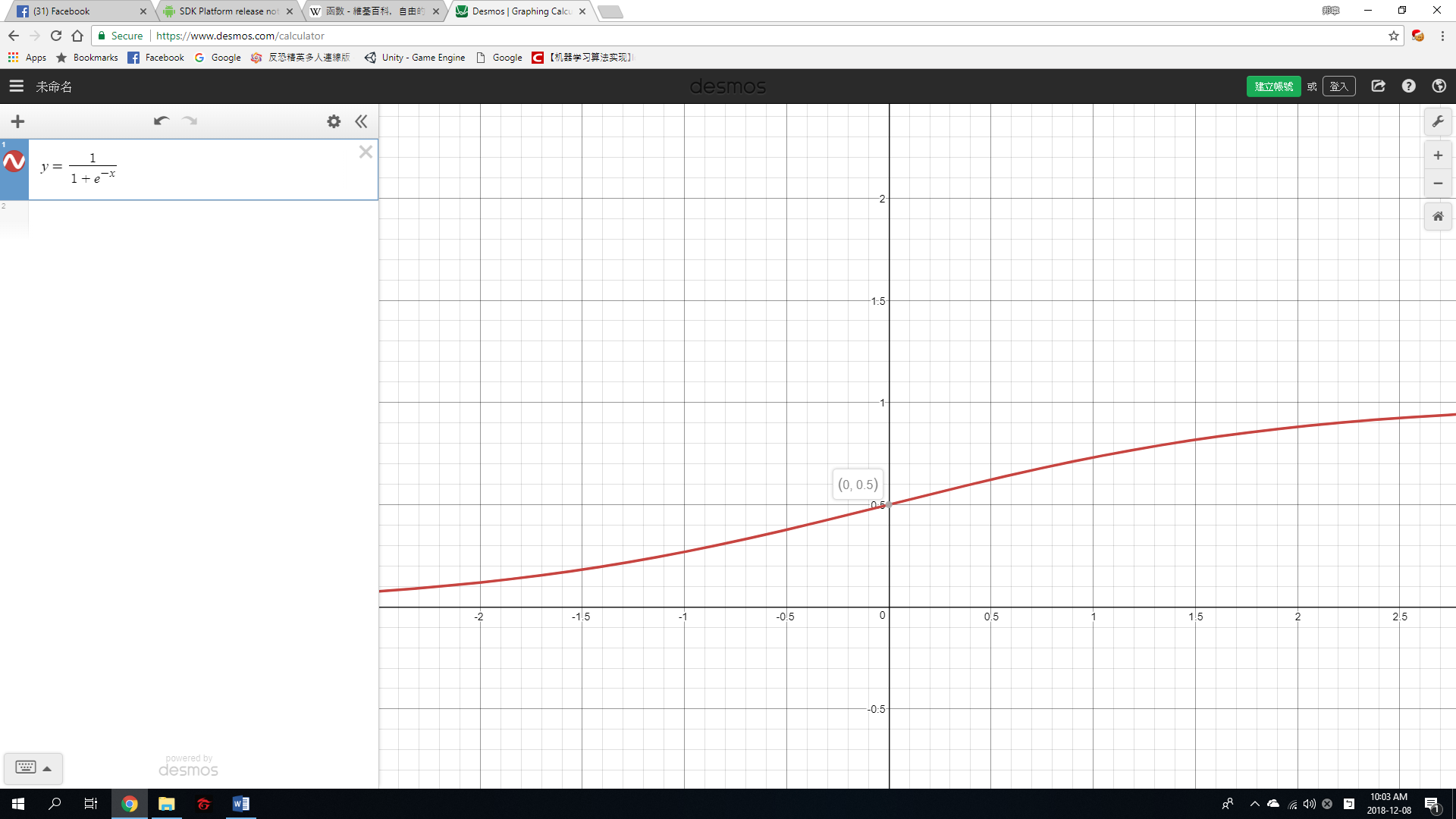
我們無法找出一個使得損失函數最大化，但是可以使用最大似然估計來估測，為偏差倍率，偏差倍率越大，模型訓練越快，越容易錯過最佳解；偏差倍率越小，模型訓練越慢，越容易找到最佳解。

下式為迭代方程式，為對的偏導函數。

當趨近零時

經過大量迭代之後，我們可以得到向量。

對於輸入值，線性變換後的結果必為零，sigmoid的輸出值必為0.5，如下圖。



這樣的模型很明顯不是我們想要的，所以我們需要一個常數來修正模型，其中為一個常數，將模型修正如下。

我們使用下列方法來求出，其中為線性變換參數。

使用最大似然估計來估測，再將還原成與。

我們可以獲得較為精確的logistic模型，模型的訓練時間複雜度為，模型預測一組資料的時間為，其中為迭代次數，為輸入的向量大小，為訓練資料數量。

#### 2. 決策模型

決策模型只能預測特定一個人，模型會根據他之前的點餐行為，預測他今天是否會選擇點餐，以下是模型的輸入輸出圖，我們可以用點餐序列作為模型輸入。

點餐機率有多少

……..

本模型具有一定的規律鑑別能力，像是很多人是禮拜二家裡會準備便當，所以就不會訂購學校的便當，模型能夠偵測出這個人禮拜二通常都不會點餐，宏觀模型沒辦法達到這一點。

以下是一個三循環的測試資料，我們將這組資料交給決策模型進行訓練。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 是否點餐 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

以下是決策模型的訓練成果，模型最後一項的線性變換參數為。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | Loss |
| N=1 | 正相關 | 無相關 | - | - | - | - | -3.37602795 |
| N=2 | 正相關 | 正相關 | 負相關 | - | - | - | -0.03053806 |
| N=3 | 正相關 | 正相關 | 負相關 | 負相關 | - | - | -0.00921238 |
| N=4 | 正相關 | 正相關 | 負相關 | 正相關 | 無相關 | - | -0.00816815 |
| N=5 | 正相關 | 正相關 | 負相關 | 正相關 | 正相關 | 無相關 | -0.03469504 |

負相關代表「該值愈大，輸出值越接近零」，正相關代表「該值愈大，輸出值越接近一」，不相關代表該輸入與輸出幾乎無關聯性，*Loss*為損失函數值。

由上表我們可以得知，取太大或是太小的*N*容易無法判斷模式，模型預設，因為一個禮拜有七天，大多數的規律都是七天一個循環。

#### 4. 統計演算法

我們想要知道有幾個人點餐的機率最高，我們將甲生點餐的事件寫成，甲生不點餐的事件寫成，總共有個人點餐的事件寫成。

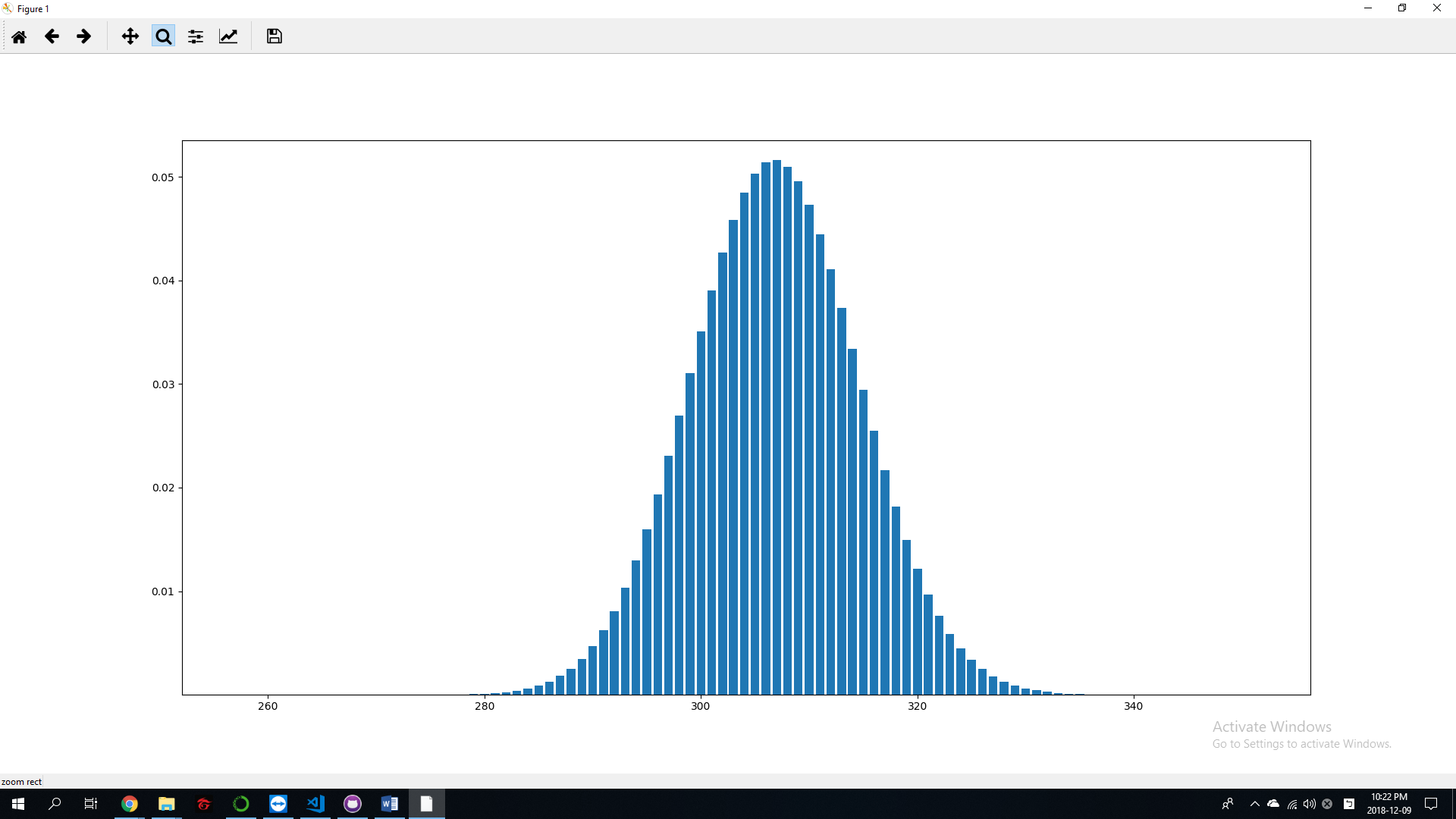
求出每一項*N*需要，我們可以想成每個人只有點餐跟不點餐這兩個選項，枚舉每一種狀態，再將所有機率加總。演算法的時間複雜度不甚理想，我們需要對演算法優化。

我們使用*DP*來進行優化，優化之後只需要的時間複雜度，效率大幅提升，以下是*DP*的遞迴關係式。

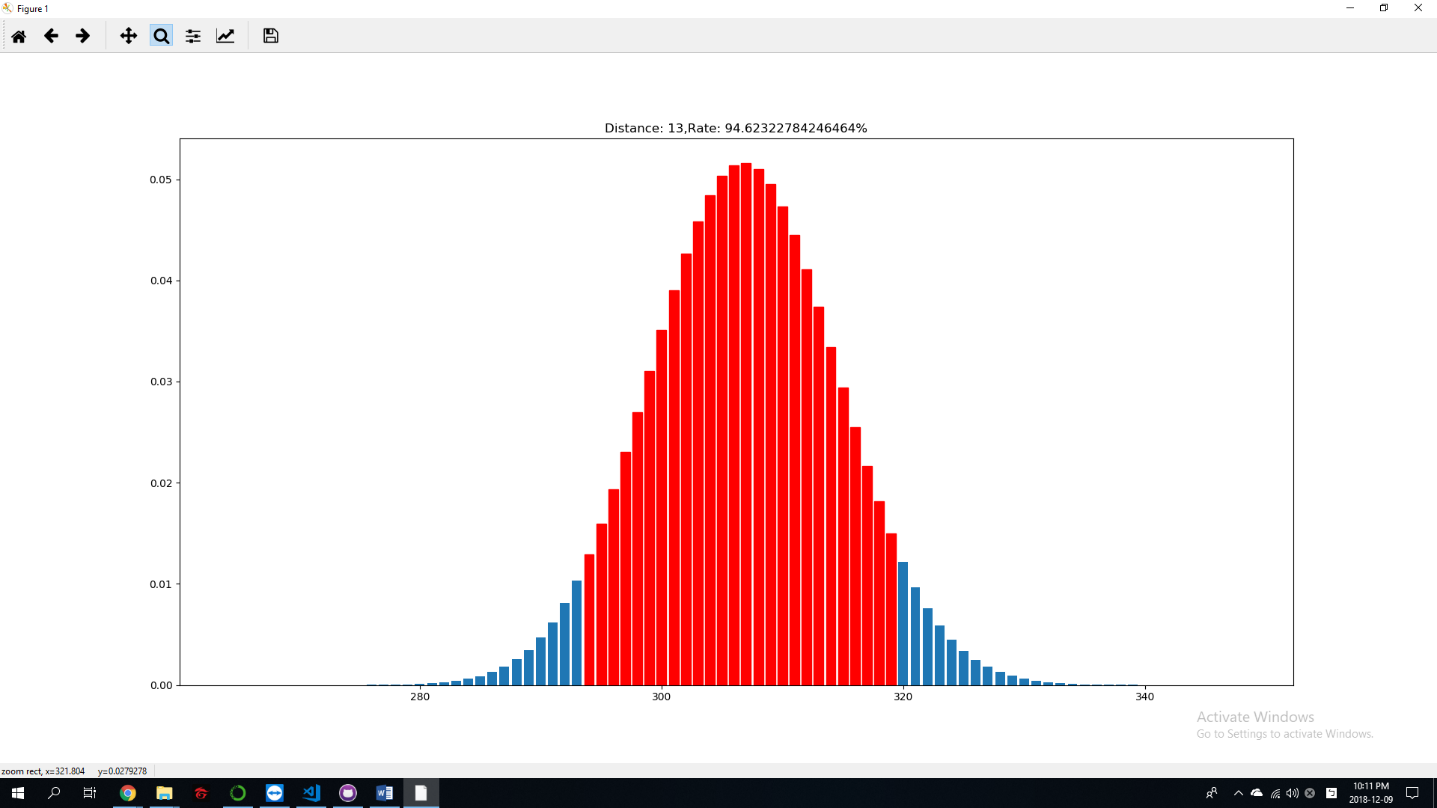
每次執行完迴圈後的值會賦予，最後得到的就是結果。

#### 輸出圖表、信心水準

下圖為數量模型的輸出，很明顯的這是常態分佈的資料，我們將峰值視為模型的輸出值，本圖的峰值為308份餐。



下圖紅色區域為峰值上下13份餐，紅色區域加總約為94%。



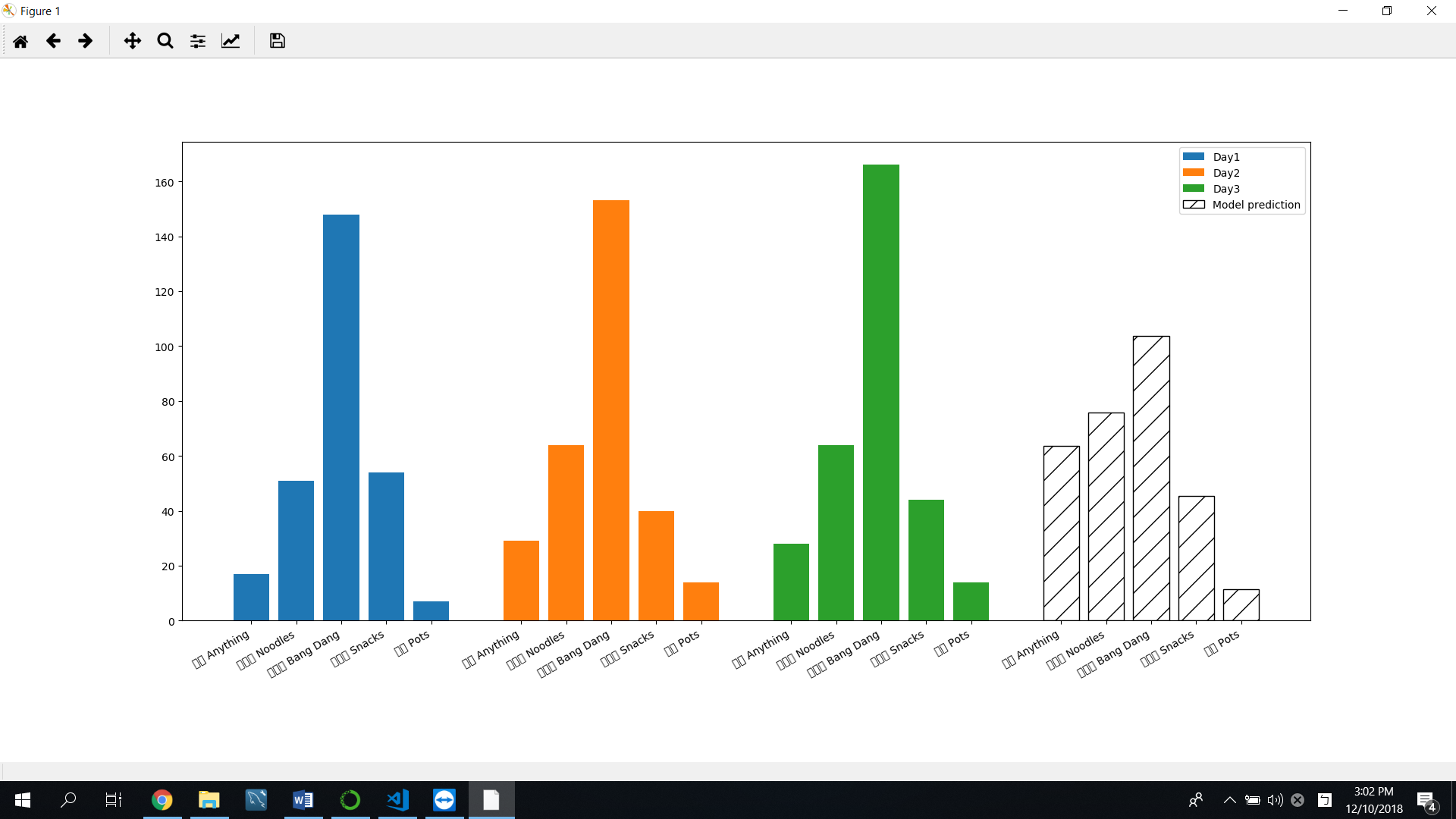
下表為模型的信心水平與信賴區間，我們保守估計數量模型在信賴區間正負十五份餐，有的信心水平。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 信心水平 | 72% | 83% | 87% | 91% | 94% |
| 信賴區間 | [-8 ,+8] | [-10 ,+10] | [-11 ,+11] | [-12 ,+12] | [-13 ,+13] |

### (四)、預測模型

比例模型可以得出比例，數量模型可以得出總數，再經由下面公式即可獲得每個分類的數量預估值。

下圖為預測模型的輸出，與前三天的資料進行對比，每一種顏色代表一天的資料，每一個長條代表一種類別的數量，虛線代表預測值。



我們可以看到數量模型預測的總數與實際資料相差不遠，而比例模型預測的比例與實際資料相較平緩，因為比例模型取得鄰接機率矩陣時取平均，所以比例模型輸出值較不突出。

# 伍、目前研究結果

下圖為午餐系統的架構圖。

## 一、午餐系統

本系統在板橋高中已經成功推行，多數使用者皆有正面評價，系統總計有三萬筆訂單，約有一千個活躍使用者。

使用系統前，點餐採不完全記名制，少數學生會忘記自己點了什麼，於是亂拿別人的餐；使用系統後，點餐採實名制，亂拿別人的餐很容易就會被抓到，在系統上也能看到自己點了什麼餐，避免再有學生亂拿別人的餐。

總表對廠商而言是流程上的革新，總表的發明使得每個員工的平均效率大幅提升；電子化帳本省去了廠商手工對帳的麻煩，而且系統產生的電子帳本比手工對帳更為精確；原先廠商跟學生收錢需要開兩個窗口，各收半個小時，使用系統後只需要開一個窗口，收十分鐘就結束了，不只節省了學生的時間，也節省了廠商的時間。

## 二、預測模型

預測模型能夠給予廠商一個判斷依據，廠商的供應量一定不能少於學生的需求量，但是準備過量餐點只會造成浪費食材，如何取捨一直都是廠商的一大難題。

預測模型給給予了廠商一個量化、有根據的判斷方式，純憑第六感估計該準備多少餐不夠精確，使用數學模型能夠給予一個更為實際的參考，方便廠商預測明天該準備多少餐，避免製作過量餐點導致廚餘浪費，也降低廠商的食材成本。

# 陸、參考資料及其他

板橋高中資訊培訓講義

StackOverflow

Logistic regression <https://blog.csdn.net/SzM21C11U68n04vdcLmJ/article/details/78221784>

午餐系統<http://dinnersystem.ddns.net>