

Variables  
Aleatorias  
Continuas

# Definición

- Decimos que una variable aleatoria  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  es continua si  $X$  puede tomar cualquier valor de una unión de intervalos finitos o infinitos.
- En el espacio  $\mathbb{R}$ , se puede encontrar siempre un valor entre 2 valores.

# Consecuencia

No se puede calcular  $P(X=a)$


$$P(X=a)$$

# Y entonces qué hacemos ?

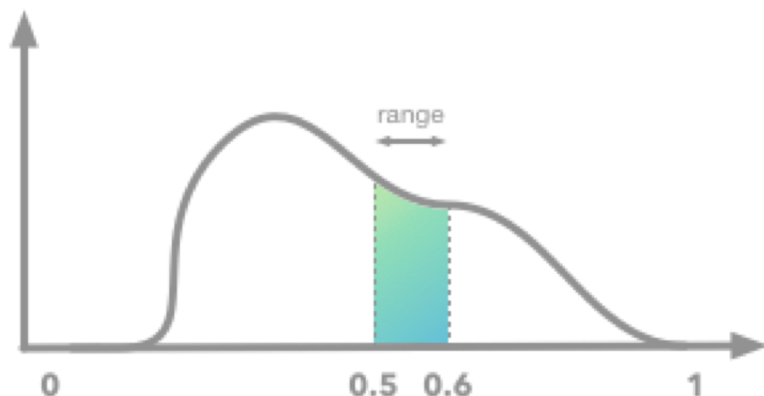
Se calcula la probabilidad de que  $X$  esté dentro de un intervalo :

$$P(a \leq X \leq b)$$

# Función de densidad

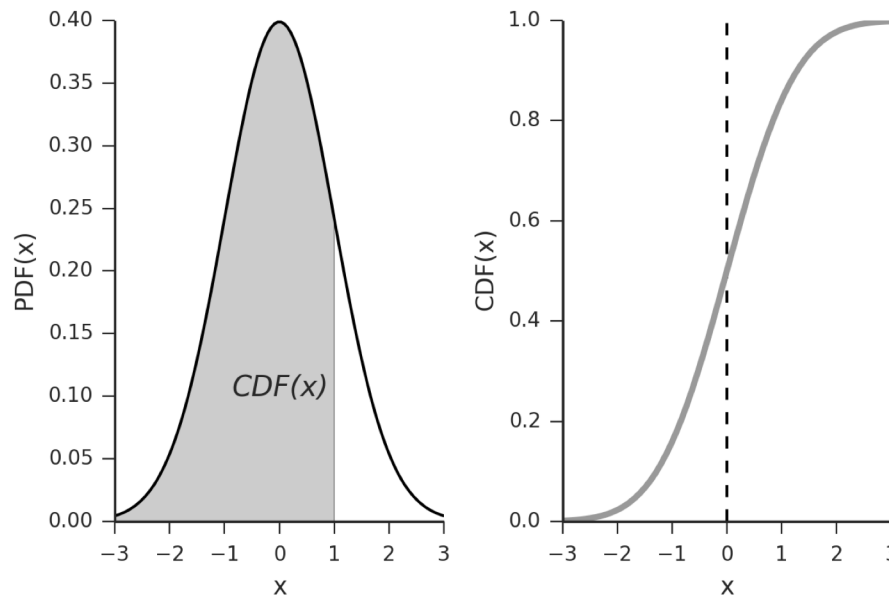
1.  $f(x) \geq 0$ , ( $f$  es no negativa).
2. El área comprendida entre la gráfica de  $f$  y el eje  $x$  es igual a 1,  $\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1\right)$ .
3. Dados dos números reales  $a \leq b$ ,

$$P[a, b] = P(\{\omega \in \Omega : a \leq X(\omega) \leq b\}) = \int_a^b f(x)dx .$$



# Función de distribución

$$F(x) = P(-\infty, x] = \int_{-\infty}^x f(t)dt .$$



# Funciones más usuales

- Uniforme
- Gaussiana o Normal
- Exponencial

# Exo

El gerente de personal de una gran compañía requiere que los solicitantes a un puesto efectúen cierta prueba y alcancen una calificación de 500. Si las calificaciones de la prueba se distribuyen normalmente con media 485 y desviación 30, qué porcentaje de los solicitantes pasará la prueba?



# Exo

Let  $Z$  be a random variable following a standard normal distribution model. Calculate the following probabilities using the table of the distribution function:

- \*  $P(Z < 1.24)$

- \*  $P(Z > -0.68)$

- \*  $P(-1.35 \leq Z \leq 0.44)$

# Exo

It is known that the cholesterol level in males 30 years old follows a normal distribution with mean 220 mg/dl and standard deviation 30 mg/dl. If there are 20000 males 30 years old in the population,

- how many of them have a cholesterol level between 210 and 240 mg/dl? If a cholesterol level greater than 250 mg/dl can provoke a thrombosis, how many of them are at risk of thrombosis? Calculate the cholesterol level above which 20% of the males are?

# Exo

En una empresa de productos lácteos hay dos máquinas embotelladoras M1 y M2 que trabajan en paralelo y de forma independiente. El tiempo, en segundos, que tarda cada una de ellas en embotellar una unidad sigue una distribución normal. La máquina M1 sigue una  $N(2, 0.4)$  y la máquina M2 una  $N(1.8, 0.3)$ . Se pide:

- Calcular la probabilidad de que la primera unidad embotellada haya salido de la máquina M2, sabiendo que ha salido en menos de 1.9 segundos.

# Exo

A worker can arrive to the workplace at any moment between 6 and 7 in the morning with the same likelihood.

- Compute and plot the probability density function of the variable that measures the arrival time.  
compute and plot the distribution function.  
Compute the probability of arriving before quarter past six and after half past six. What is the expected arrival time?

# Exo

El tiempo de reparación de unas máquinas de escribir sigue una distribución exponencial, con media de 22 minutos.

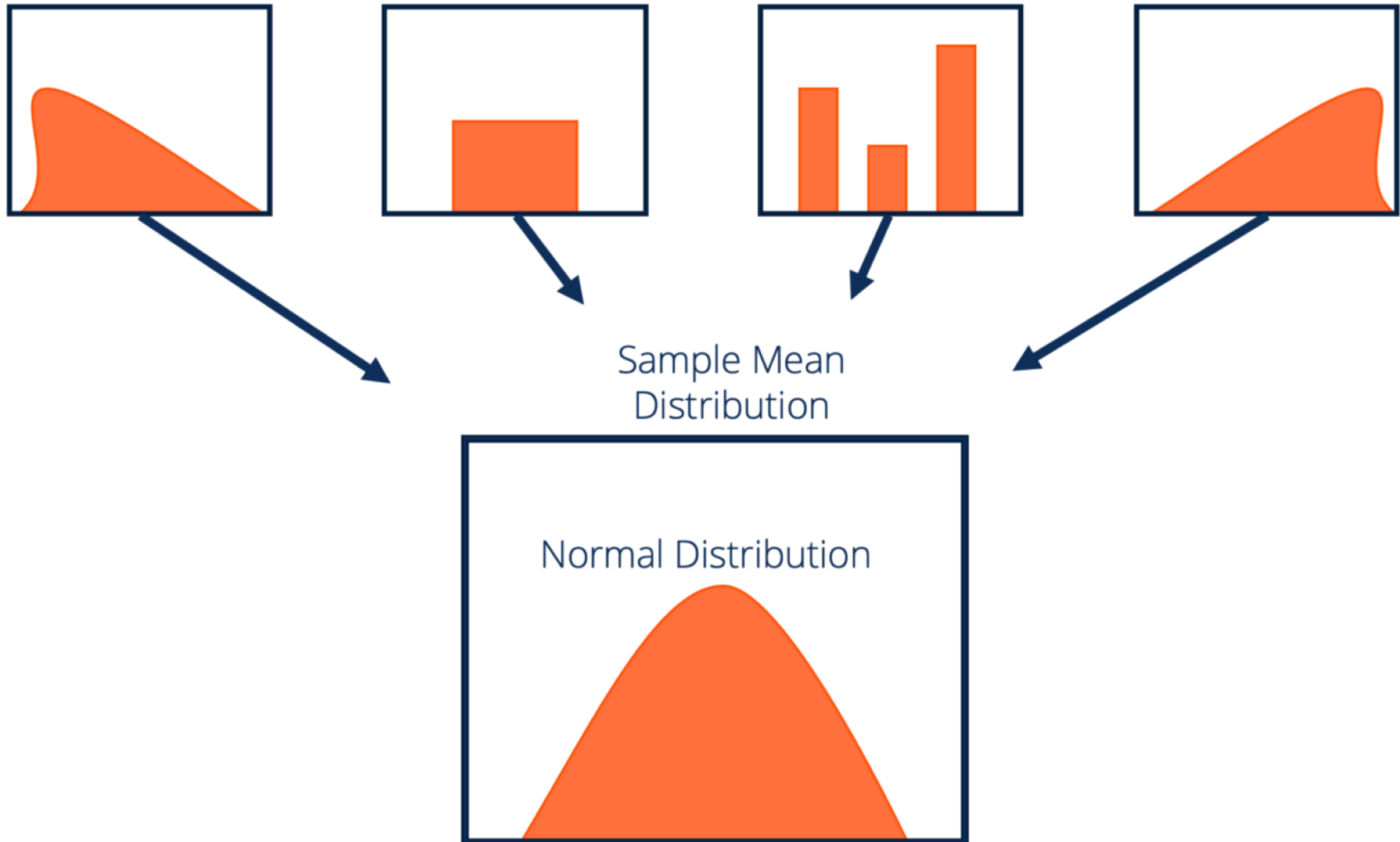
- Hallar la probabilidad de que el tiempo de reparación sea menor que 10 minutos.
- El costo de la reparación es de 20 euros por cada media hora o fracción. ¿Cuál es la probabilidad de que una reparación cueste 40 euros?
- Para efectuar una programación, ¿cuánto tiempo se debe asignar a cada reparación para que la probabilidad de que cualquier tiempo de reparación mayor que el tiempo asignado sea solo de  $1/10$

# Exo

Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con media de 16 años.

- ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le tenga que implantar otro antes de 20 años?
- Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?

# Teorema del límite central



# Teorema del límite central

Cuando el tamaño de la muestra es lo suficientemente grande, la distribución de las medias sigue aproximadamente una distribución normal.

El teorema se aplica independientemente de la forma de la distribución de la población.



# Exo

It is known that in a population the sural triceps elongation follows has mean 60 cm and standard deviation 15 cm. If you draw a sample of 30 individuals from this population, what is the probability of having a sample mean greater than 62 cm? If a sample is atypical if its mean is below the 5th percentile, is atypical a sample of 60 individuals with  $\bar{x}=57$ ?

# Exo

The curing time of a knee injury in soccer players follows a normal distribution model with mean 50 days and standard deviation 10 days. If there is a final match in 65 days, what is the probability that a player that has just injured his knee will miss the final? If the semifinal match is in 40 days, and 4 players has just injured the knee, what is the probability that some of them can play the semifinal?

# Exo

Las ventas diarias de una empresa siguen una distribución uniforme entre 300 y 600 euros. Suponiendo independientes las ventas de los distintos días del año, calcular la probabilidad de que el volumen de ventas anual supere los 138.000 euros, si la empresa trabaja 300 días al año.