

Probabilidad

Sebastian Perez Vasseur

Probabilidad

La **probabilidad** es una medida de la certidumbre asociada a un suceso o evento futuro

Notación: $P(E)$ es la probabilidad del evento E

Escala: $0 \leq P(E) \leq 1$

Si $P(E) = 0$, E no puede ocurrir

Si $P(E) = 1$, E puede ocurrir

Experimento

Un experimento es un proceso que genera resultados definidos:

- Tirar una moneda
- Tirar uno o varios dados
- Presentarse a una oferta de trabajo
- Salario despues de los estudios
- Elecciones

Se denominan Experimentos Aleatorios.

Condiciones del experimento

Experimento (Tirar una moneda – Cara o Cruz)

- No se conoce el resultado antes de realizar el experiment
- Todos los resultados posibles son conocidos
- Cada resultado es equiprobable
- Se puede repetir el experiment en condiciones controladas

Estas condiciones producen regularidades en los resultados

Espacio Muestral

- Un experimento tiene resultados conocidos.
- El espacio muestral Ω representa todos esos resultados
- Cada uno de esos resultados se denomina suceso elemental.
- El espacio muestral engloba todos los sucesos elementales.

Exo

Describir el espacio muestral de los experimentos siguientes:

- 250 personas son seleccionadas en la UPM y se les pregunta si van a votar al candidato A o B.
- Un dado es lanzado cinco veces consecutivas.
- Cinco dados son lanzados simultáneamente.
- Una moneda es lanzada hasta que salen dos caras o dos cruces consecutivas.
- Cuatro objetos diferentes se envasan en paquetes de dos.
- Cuatro bolas son extraídas aleatoriamente y sin reemplazamiento de una urna que contiene ocho bolas blancas y seis azules.

Condiciones para asignar probabilidades

- $0 \leq P(S_i) \leq 1$ para todo suceso
- La suma de probabilidades de los sucesos elementales es 1:

$$\sum_{i=1}^{i=n} P(E_i) = 1$$

Suceso compuesto

- Un suceso compuesto es una combinación de sucesos elementales
- La probabilidad del suceso compuesto es igual a la suma de probabilidades de esos sucesos elementales

Regla de Laplace

- En consecuencia, la probabilidad de un suceso compuesto A es:

$$P(A) = \frac{\text{favorable cases to } A}{\text{possible cases}}$$

Exo

1. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado dos veces se obtenga una suma de puntos de siete?
2. What is the probability of throwing one dice and getting the number greater than 4 ?
3. What is the probability of throwing two dice and getting the sum of the fallen numbers greater than 3 ?
4. We select 7 playing cards out of 32. What is the probability that among the selected cards there are exactly three hearts ? → Combinatoria

Exo

- ¿Cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4 y 5?
- ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas?
- ¿De cuántas formas diferentes se pueden cubrir los puestos de presidente, vicepresidente y tesorero, (una persona no puede ocupar mas de un puesto), de un club de fútbol sabiendo que hay 12 posibles candidatos?
- Halle el número de capicúas de 8 cifras. ¿Cuántos hay de 9 cifras?
- En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?
- Una persona tiene cinco monedas de distintos valores. ¿Cuántas sumas diferentes de dinero puede formar con las cinco monedas?
- ¿De cuantos partidos consta una liguilla formada por cuatro equipos?

Relaciones en probabilidad

- Complemento
- Intersección y Unión
- Mutualmente Excluyentes
- Probabilidad Condicional
- Independencia

Complemento de un evento

- El complemento de A denominado A_c es el suceso que contiene los sucesos elementales que no están en A .
- $P(A) + P(A_c) = 1$ o $P(A_c) = 1 - P(A)$.

Unión de 2 eventos

- La union de 2 sucesos compuestos A y B es el suceso que contiene sucesos elementales de A o B o de los 2
- Notación: $P(A \cup B)$.
- La probabilidad de A o B es la suma de las probabilidad de los sucesos elementales que esten en A o B sin contarlos 2 veces.

Intersección de 2 eventos

- La intersección de los sucesos compuestos A y B es el suceso que contiene los sucesos elementales que estan en A y en B
- Notación: $P(A \cap B)$.
- La probabilidad de A y B es la suma de las probabilidades de los sucesos elementales que esten en A y en B.

Ley de Adición de Eventos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Sucesos excluyentes

- Se dice que A y B son mutuamente excluyentes si no tienen ningun suceso elemental en común.
 - $P(A \cap B) = 0$
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Exo

El 60 % de la población de una determinada ciudad lee el periódico A, el 35 % el B y un 15 % ambos. Elegido un ciudadano al azar, calcular la probabilidad de:

- 1. ser lector de algún periódico:
- 2. no ser lector de ninguno;
- 3. leer solo el periódico A;
- 4. leer solo uno de los dos periódicos

Exo

- Si tres niños escriben al azar una de las cifras 1, 2, 3, ¿cuál es la probabilidad de que los tres escriban la misma?
- There are 30 products in the box, from which 3 are faulty. Find the probability of pulling out 5 random products from the box and having among them at most two the faulty ones.
- We have 4 white and 3 blue balls in a bowl. Accidentally we pull out two balls. What is the probability that :
 - a) both of the pulled out balls are white
 - b) one ball is white and the other one is blue ?

Probabilidad Condicional

- **Probabilidad condicional** es la probabilidad de que ocurra un evento A , sabiendo que también sucede otro evento B .
- La probabilidad condicional se escribe $P(A | B)$ o $P(A/B)$, y se lee «la probabilidad de A dado B ».

Formulas de probabilidad condicional

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Sucesos Independientes

- En teoría de probabilidades, se dice que dos sucesos aleatorios son independientes entre sí cuando la probabilidad de cada uno de ellos no está influida porque el otro suceso ocurra o no, es decir, cuando ambos sucesos no están relacionados.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$