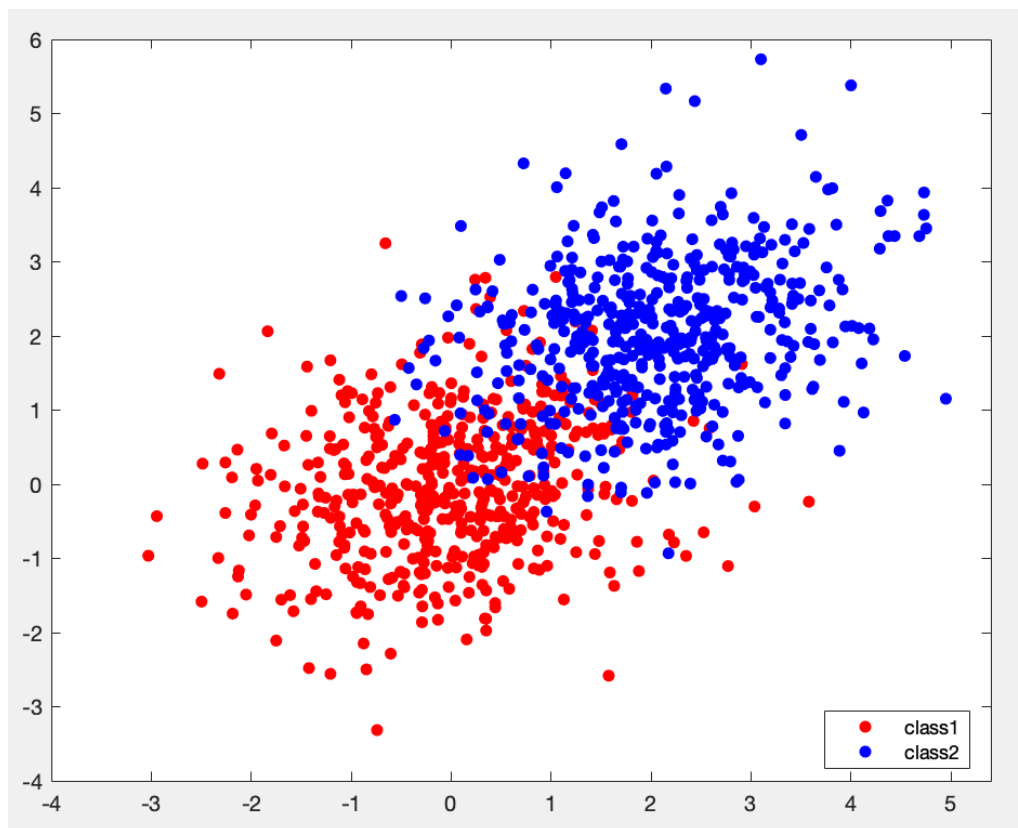


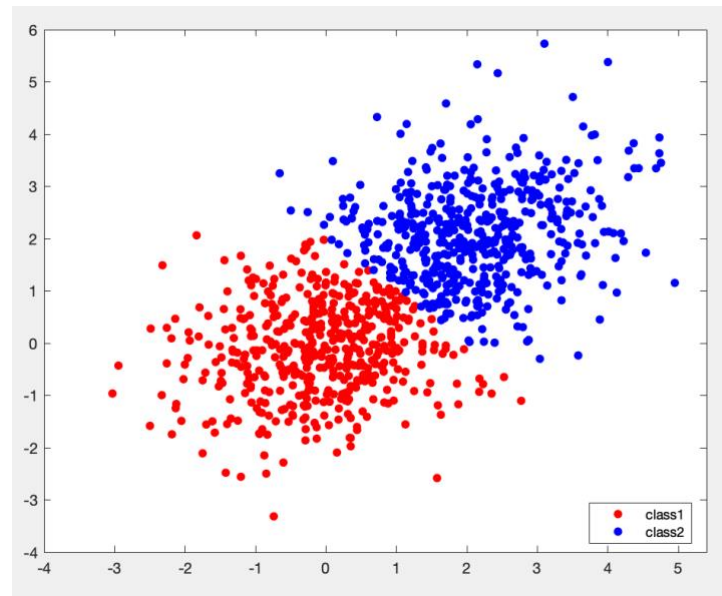
Homework#1 Gaussian Dataset & Bayes Classifier

1. Consider a two-dimensional class problem that involves two classes, ω_1 and ω_2 , which are modeled by Gaussian distributions with means $\mu_1 = [0, 0]^T$ and $\mu_2 = [2, 2]^T$, respectively, and common covariance matrix $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 \\ 0.25 & 1 \end{bmatrix}$.
 - 1.1. Form and plot a data set X consisting of 500 points from ω_1 and another 500 points from ω_2 .
 - 1.2. Assign each one of the points of X to either ω_1 or ω_2 , according to the Bayes decision rule, and plot the points with different colors, depending on the class they are assigned to. Plot the corresponding classifier.
 - 1.3. Based on (ii), estimate the error probability.
 - 1.4. Let $L = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.005 & 0 \end{bmatrix}$ be a loss matrix. Assign each one of the points of X to either ω_1 or ω_2 , according to the average risk minimization rule (Eq. (7.9)), and plot the points with different colors, depending on the class they are assigned to.
 - 1.5. Based on (iv), estimate the average risk for the above loss matrix.
(Problem 7.19 page 320, from the text book.)

1.1)



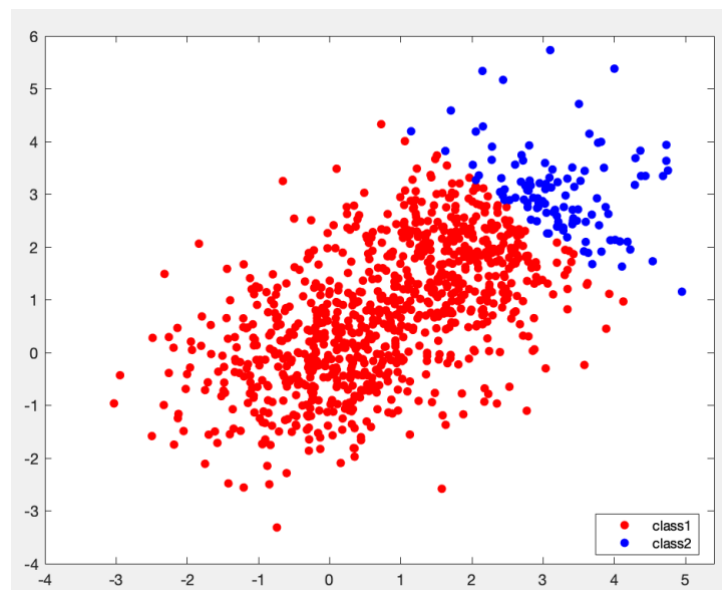
1.2



1.3

error classification probability = 0.093000

1.4

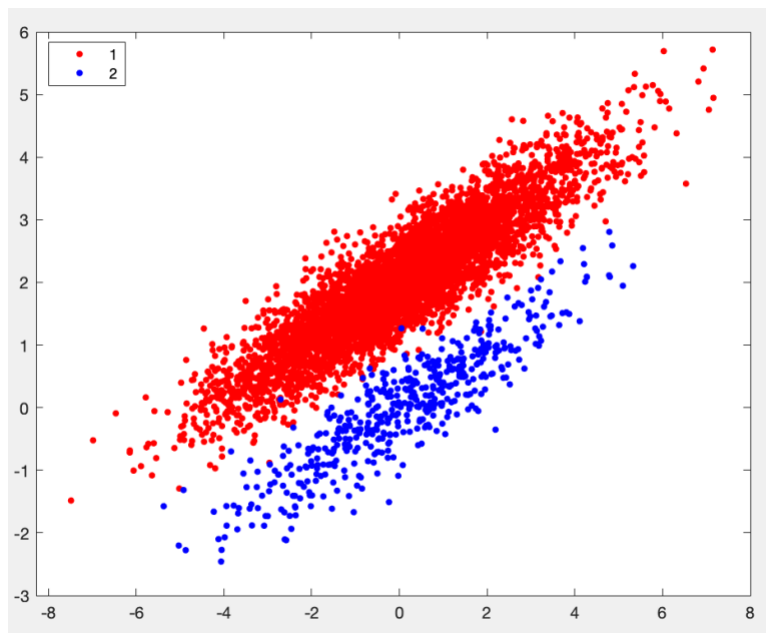


1.5

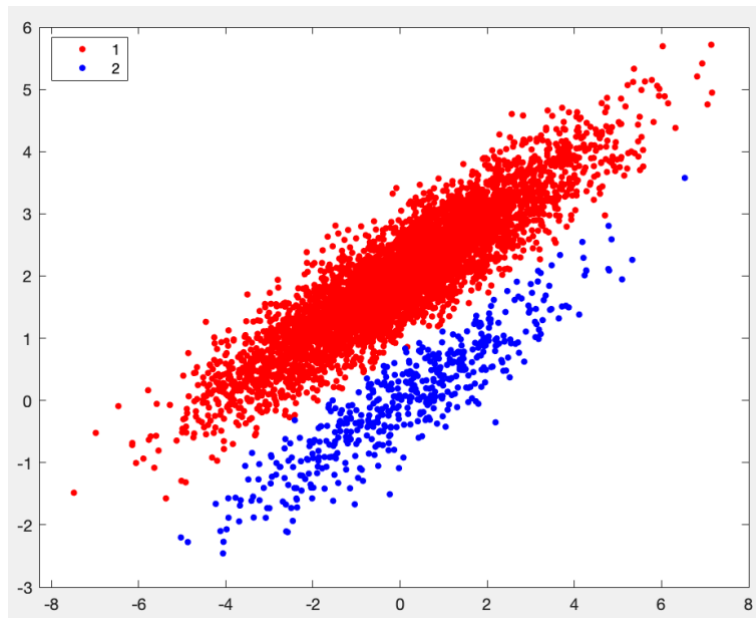
average risk = 0.001960

2. Consider a two-dimensional class problem that involves two classes, ω_1 and ω_2 , which are modeled by Gaussian distributions with means $\mu_1 = [0, 2]^T$ and $\mu_2 = [0, 0]^T$, respectively, and covariance matrices $\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 4 & 1.8 \\ 1.8 & 1 \end{bmatrix}$ and $\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1.8 \\ 1.8 & 1 \end{bmatrix}$, respectively.
- 2.1. Form and plot a data set X consisting from 5,000 points from ω_1 and another 500 points from ω_2 .
 - 2.2. Assign each one of the points of X to either ω_1 or ω_2 , according to the Bayes decision rule, and plot the points with different colors, depending on the class they are assigned to. Plot the corresponding classifier.
 - 2.3. Compute the error classification probability.
 - 2.4. Assign each one of the points of X to either ω_1 or ω_2 , according to the naive Bayes decision rule, and plot the points with different colors, according to the class they are assigned to.
 - 2.5. Compute the error classification probability, for the naive Bayes classifier.
 - 2.6. Repeat steps (i)-(v) for the case where $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 - 2.7. Comment on the results.

2.1



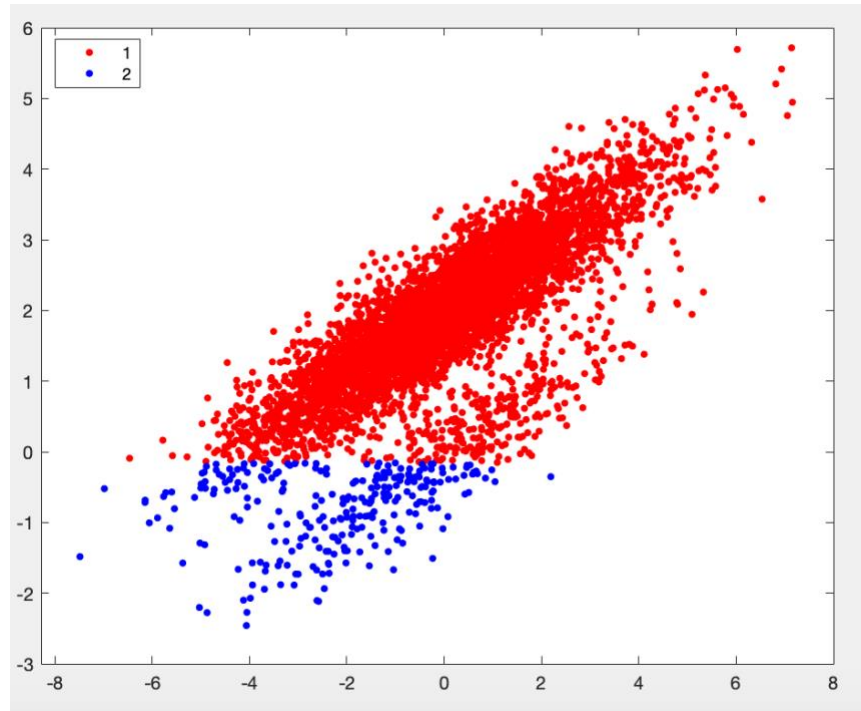
2.2



2.3

error classification probability = 0.003091

2.4

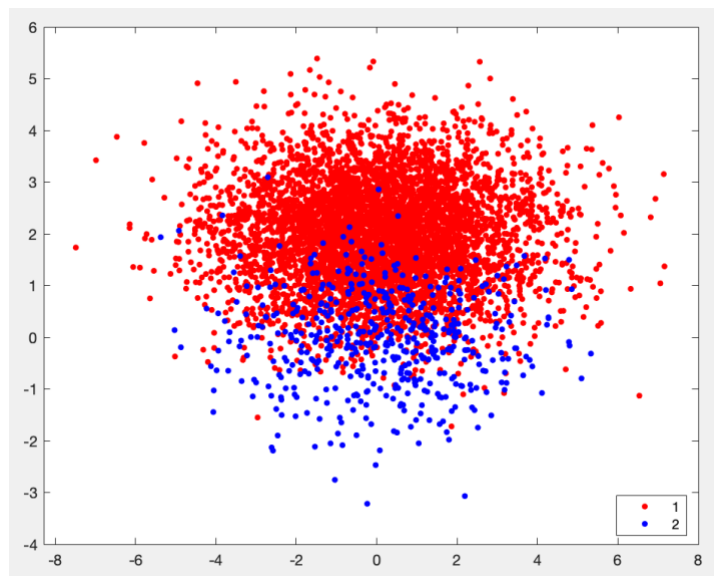


2.5

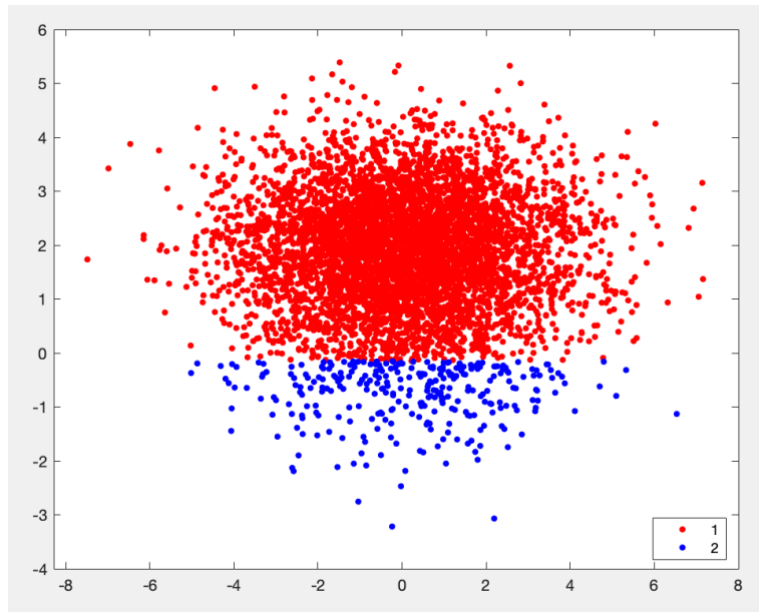
error classification probability (naive bayes) = 0.065636

2.6

2.6.1



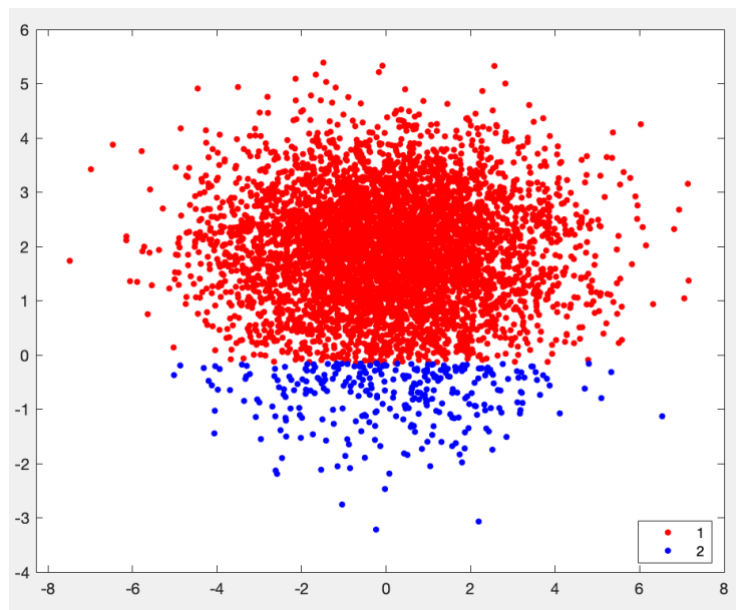
2.6.2



2.6.3

error classification probability = 0.064909

2.6.4

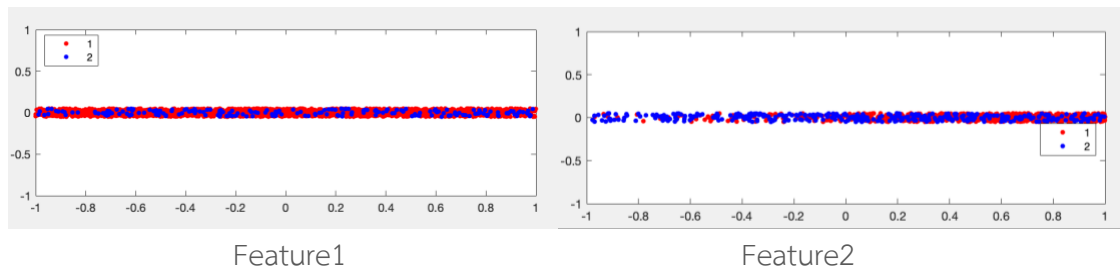


2.6.5

error classification probability (naive bayes) = 0.064909

2.7

ใน 2.1-2.5 จะเห็นได้ว่า Bayesian สามารถทำการจำแนกได้ดีกว่า Naïve bayes เนื่องจาก Bayesian นั้นคำนวณจากการกระจายตัวของข้อมูลที่เป็น Multivariate normal distribution แต่ Naïve bayes นั้นจะอยู่บนสมมติฐานที่ว่าข้อมูลแต่ละ feature นั้น Independence กันเมื่อลองดูการกระจายตัวของแต่ละ feature (Add noise เพื่อให้เห็นชัดเจน)



จะเห็นได้ว่าทั้งสอง feature นั้น มีการกระจายตัวที่ค่อนข้างทับซ้อนกันจึงทำให้ Naive bayes นั้นไม่ค่อยมีประสิทธิภาพในกรณีนี้

ใน 2.6 Bayesian และ Naïve bayes มีประสิทธิภาพพอๆกัน แต่มีข้อสังเกตตรงที่ข้อมูลมีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งตามหลักแล้วทั้งสองclass มีที่ mean โดน $\mu_1 = [0 \ 2]^T$ $\mu_2 = [0 \ 0]^T$ และมี var เท่ากันก็ควรแยกกันที่ feature2 ที่ค่า 1 ดังรูป(plotโดย class ละ 500 sample)

