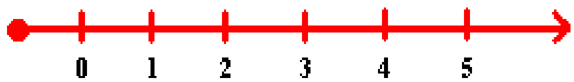
CONJUNTOS NUMÉRICOS[1]
Professor: Edval Luis Gallini

- **Conjunto dos números naturais (IN)**

IN={0, 1, 2, 3, 4, 5,...}

Um subconjunto importante de **IN** é o conjunto **IN*:**
IN*={1, 2, 3, 4, 5,...} → o zero foi excluído do conjunto **IN**.
Podemos considerar o conjunto dos números naturais ordenados sobre uma reta, como mostra o gráfico abaixo:

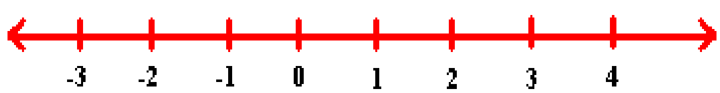


- **Conjunto dos números inteiros (Z)**

Z={..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}

O conjunto **IN** é subconjunto de **Z**.
Temos também outros subconjuntos de **Z**:
Z* = Z-{0}
$\mathbf{Z_+}$ = conjunto dos inteiros não negativos = {0,1,2,3,4,5,...}
Z_ = conjunto dos inteiros não positivos = {0,-1,-2,-3,-4,-5,...}

Observe que $\mathbf{Z_+}$=**IN**.
Podemos considerar os números inteiros ordenados sobre uma reta, conforme mostra o gráfico abaixo:



- **Conjunto dos números racionais (Q)**

Os **números racionais** são todos aqueles que podem ser colocados na forma de fração (com o numerador e denominador $\in$ **Z**). Ou seja, o conjunto dos **números racionais** é a união do conjunto dos números inteiros com as frações positivas e negativas.

Exemplos:

Então : $-2,\ -\frac{5}{4},\ -1,\ \frac{3}{5},\ 1,\ \frac{3}{2}$, por exemplo, são números racionais.

$a)\ -3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{-9}{3}$

$b)\ 1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3}$

Assim, podemos escrever:

$$Q = \{x \mid x = \frac{a}{b}, \text{com } a \in Z, b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$$

É interessante considerar a representação decimal de um número racional , que se obtém dividindo $\frac{a}{b}$ *a* por *b*.

Exemplos referentes às decimais **exatas** ou **finitas**:

$\frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad -\frac{5}{4} = -1{,}25 \qquad \frac{75}{20} = 3{,}75$

$\frac{1}{3} = 0{,}333\ ... \qquad \frac{6}{7} = 0{,}857142857142\ ... \qquad \frac{7}{6} = 1{,}1666\ ...$

Exemplos referentes às decimais **periódicas** ou infinitas:

Toda decimal **exata** ou **periódica** pode ser representada na forma de número racional.

Dízimas periódicas

Há frações que não possuem representações decimal exata. Por exemplo:

$\frac{1}{3} = 0{,}333... \quad \frac{5}{6} = 0{,}833...$

Aos numerais decimais em que há repetição periódica e infinita de um ou mais algarismos, dá-se o nome de numerais decimais periódicos ou dízimas periódicas.

Numa dízima periódica, o algarismo ou algarismos que se repetem infinitamente, constituem o período dessa dízima.

As dízimas classificam-se em dízimas periódicas **simples** e dízimas periódicas **compostas**. Exemplos:

$\frac{5}{9} = 0{,}555...$ (período: 5)	$\frac{7}{3} = 2{,}333...$ (período: 3)	$\frac{4}{33} = 0{,}1212...$ (período: 12)

São dízimas periódicas **simples**, uma vez que o período apresenta-se logo após a vírgula.

$\frac{1}{45} = 0{,}0222...$	$\frac{1.039}{900} = 1{,}15444...$	$\frac{61}{495} = 0{,}1232323...$
Período: 2	Período: 4	Período: 23
Parte não periódica: 0	Período não periódica: 15	Parte não periódica: 1

São dízimas periódicas **compostas**, uma vez que entre o período e a vírgula existe uma parte não periódica.

<u>Observações</u>:

Consideramos parte não periódica de uma dízima o termo situado entre vírgulas e o período. Excluímos portanto da parte não periódica o inteiro.

Podemos representar uma dízima periódica das seguintes maneiras:

$0{,}555...$ ou $0{,}\overline{5}$

$0{,}12323...$ ou $0{,}1\overline{23}$

Geratriz de uma dízima periódica

É possível determinar a fração (número racional) que deu origem a uma dízima periódica. Denominamos esta fração de **geratriz da dízima periódica**.

Procedimentos para determinação da geratriz de uma dízima:

Dízima simples

A geratriz de uma dízima simples é uma fração que tem para numerador o período e para denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplos:

$$0{,}777... = \frac{7}{9}$$

$$0{,}2323... = \frac{23}{99}$$

Dízima Composta:

A geratriz de uma dízima composta é uma fração da forma $\frac{n}{d}$, onde

n é a parte não periódica seguida do período, menos a parte não periódica. **d** tantos noves quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica.

Exemplos:

$$0,1252525... = \frac{125 - 1}{990} = \frac{124}{990}$$

$$0,047777.. = \frac{047 - 04}{900} = \frac{43}{900}$$

- **Conjunto dos números irracionais**

Os **números irracionais** são decimais infinitas não periódicas, ou seja, os números que não podem ser escrito na forma de fração (divisão de dois inteiros). Como exemplo de números irracionais, temos a raiz quadrada de 2 e a raiz quadrada de 3:

Um número irracional bastante conhecido é o número π=3,1415926535...

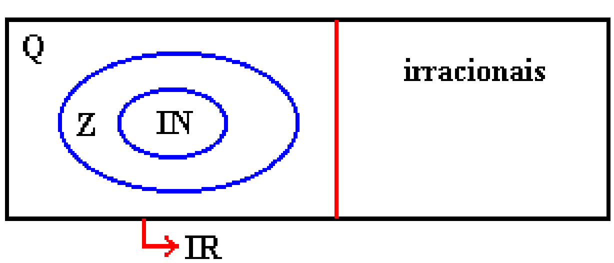
$$\sqrt{2} = 1,4142135 \quad ...$$
$$\sqrt{3} = 1,7320508 \quad ...$$

- **Conjunto dos números reais (IR)**

Dados os conjuntos dos números racionais (**Q**) e dos irracionais, definimos o conjunto dos números reais como:

IR=Q ∪ {irracionais} = {x|x é racional ou x é irracional}

O diagrama abaixo mostra a relação entre os conjuntos numéricos:



Portanto, os números *naturais*, *inteiros*, *racionais* e *irracionais* são todos números **reais**. Como subconjuntos importantes de **IR** temos:

IR* = IR-{0}

IR_+ = conjunto dos números reais não negativos

IR_ = conjunto dos números reais não positivos

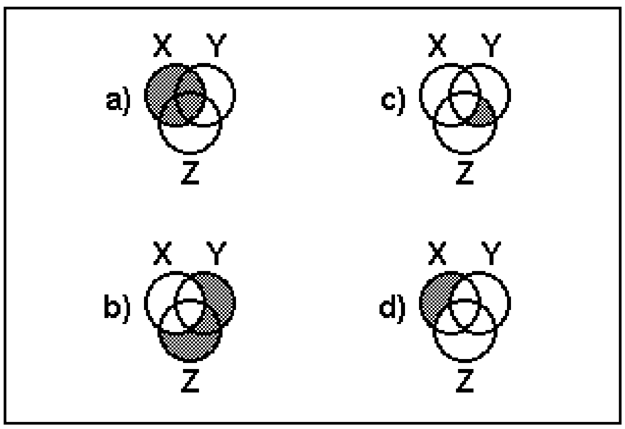
<u>Obs</u>: entre dois números inteiros existem infinitos números reais. Por exemplo:

- Entre os números 1 e 2 existem infinitos números reais:
  1,01 ; 1,001 ; 1,0001 ; 1,1 ; 1,2 ; 1,5 ; 1,99 ; 1,999 ; 1,9999 ...

- Entre os números 5 e 6 existem infinitos números reais:
  5,01 ; 5,02 ; 5,05 ; 5,1 ; 5,2 ; 5,5 ; 5,99 ; 5,999 ; 5,9999 ...

EXERCÌCIOS

1- As figuras a seguir representam diagramas de Venn dos conjuntos X, Y e Z. Marque a opção em que a região hachurada representa o conjunto **$Y \cap Z - X$**.



2- Um certo número de alunos de uma escola de ensino médio foi consultado sobre a preferência em relação às revistas **A** ou **B.** O resultado obtido foi o seguinte: **180** alunos lêem a revista **A**, **160** lêem a revista **B**, **60** lêem **A** e **B** e **40** não lêem nenhuma das duas.

a) Quantos alunos foram consultados?

b) Quantos alunos lêem **apenas** a revista **A**?

c)Quantos alunos **não** lêem a revista **A**?

d)Quantos alunos lêem a revista **A ou** a revista **B**?

3- Foram consultadas **500** pessoas sobre as emissoras de TV a que habitualmente assistem. Obteve-se o seguinte resultado: **300** pessoas assistem ao canal **Z**, **270** assistem ao canal **W** e **80** assistem a outros canais distintos de **Z** e **W**.

a) Quantas pessoas assistem aos dois canais?

b) Quantas pessoas assistem somente ao canal **W**?

c) Quantas pessoas **não** assistem ao canal **Z**?

4- Uma escola ofereceu cursos paralelos de informática (**I**), xadrez (**X**) e fotografia (**F**) aos alunos da 1ª série do ensino médio. As inscrições nos cursos foram feitas segundo a tabela abaixo. Baseando-se nas informações desta tabela, responda às perguntas que se seguem.

a) Quantos alunos cursavam a 1ª série do ensino médio?
b) Quantos alunos optaram somente por um curso?
c) Quantos alunos não se inscreveram no curso de xadrez?
d) Quantos alunos se inscreveram somente no curso de informática?
e) Quantos alunos fizeram inscrição para o curso de informática ou fotografia?
f) Quantos alunos fizeram inscrição para o curso

Curso	Número de inscritos
I	24
X	10
F	22
I e X	3
I e F	5
F e X	4
I e X e F	2
Nenhum	4

5- Dados dois conjuntos E e F, sabe-se que:

1º) 45 elementos pertencem a pelo menos um dos conjuntos;
2º) 13 elementos pertencem a ambos;
3º) F tem 8 elementos a mais que E.
Quantos elementos possui cada um desses conjuntos?

6- Considere as seguintes equações: I. $x^2 + 4 = 0$ II. $x^2 - 2 = 0$

III. $0,3x = 0,1$

Sobre as soluções dessas equações é verdade que em

a) II são números irracionais.

b) III é número irracional.

c) I e II são números reais.

d) I e III são números não reais.

e) II e III são números racionais.

7- Complete com os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\in$, $\notin$de modo a tornar verdadeira cada uma das

$$a)7{,}33 \_\_ Q \quad b)N \_\_ Q \quad c)0{,}7 \_\_ Z \quad d)\frac{7}{5} \_\_ N \quad e)N \_\_ Z \quad f)Q \_\_ Z \quad g)2{,}\overline{48} \_\_ Q$$

sentenças a seguir:

8- Usando $\in$ ou $\notin$, complete:

$$a) -\pi \_\_\_ R_- \qquad b)2.66 \_\_\_\_ R \qquad c)\sqrt{-9} \_\_\_\_ R \qquad d) -\sqrt{16} \_\_\_ R$$

9- Classifique em V ou F:

a) ( ) $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{R}$

b) ( ) $\mathbb{Z}_+ \subset \mathbb{R}^*$

c) ( ) $\mathbb{R}_+ \cap \mathbb{R}_- = \phi$

d) ( ) $\mathbb{R}_+^* \cup \mathbb{R}_-^* = \mathbb{R}^*$

10- Considerando-se os conjuntos: **A** = {x $\in$IN / x < 4}, **B** = { x $\in$ Z / 2x + 3 = 7 } e **C** = { x $\in$IR / x^2 + 5x + 6 = 0 }, é verdade que:

(01) $A \cup B = A$

(02) $A \cap C = \{2, 3\}$

(04) $A - B = \{0, 1, 3\}$

(08) $A \cup C = R$

(16) $(B \cap C) \subset A$

(32) $\complement_Z A = Z^*_-$

11- Represente na reta numérica os seguintes subconjuntos de IR:

a) *A = {x ∈ |R / x > -3/2}*

b) B = {x ∈ |R / 2 < x < 5}

12- Dados os subconjuntos de IR: A = {x ∈ IR / -2 ≤ x < 3}, B = {x ∈ IR / 1 ≤ x < 4} e C = {x ∈ IR / x < 0}, determine:

a) A ∪ B = **b)** A ∩ B = **c)** (A ∩ C) ∩ B =

13- Dados os conjuntos: A = {x ∈ IR, x > 0}, B = {x ∈ IR, x ≤ 1} e C = {x ∈ IR, –3 < x ≤ 2}, determine:

a) A ∩ B = **b)** A ∪ C = **c)** (A ∪ C) – (A ∩ B) =

15- Sendo D =] –∞, –1[, E =] –5, 2 [e F =] –1, 4], obtenha:

a) D ∩ E = **b)** E ∪ F = **c)** (E ∪ F) – (D ∩ E) =