Conceito de Funções

Produto Cartesiano

Sejam A e B conjuntos diferentes de vazio. Chama-se produto cartesiano de A por B e indica-se por A x B, o conjunto cujos elementos são todos os pares ordenados (x,y) tais que $x \in A$ e $y \in B$.

Exercícios

1) Represente no Plano Cartesiano os produtos cartesianos abaixo:
a) A = {1, 2, 3} e B = {0,4}
b) A =]1,4] e B = [2,5]

Relação

Dados dois conjuntos A e B, chama-se relação R de A em B todo subconjunto do produto cartesiano A x B.

Exercícios

1) Dados os conjuntos A = {-2, -1, 0, 1, 2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4}, determinar cada um dos conjuntos abaixo, representando-os em diagramas de flechas e no plano cartesiano.
a) A relação R_1, de A em B, dada por $R = \{ (x,y) \in AxB / y = 2x\}$.

b) A relação R_2, de A em B, dada por $R = \{ (x,y) \in AxB / y = x - 2\}$.

c) A relação R, de A em B, dada por $R = \{ (x,y) \in AxB / y = x^2\}$.

Função

IDEIA INTUITIVA DE FUNÇÃO

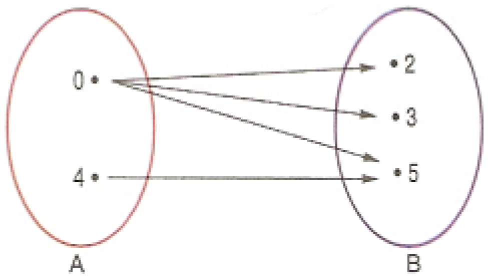
O conceito de função é um dos mais importantes da matemática. Ele está sempre presente na relação entre duas grandezas variáveis. Assim são exemplos de funções:
- O valor a ser pago numa corrida de táxi é função do espaço percorrido;
- A área de um quadrado é função da medida do seu lado;
- Em um termômetro, a temperatura é dada em função do comprimento da coluna de mercúrio.

Definição

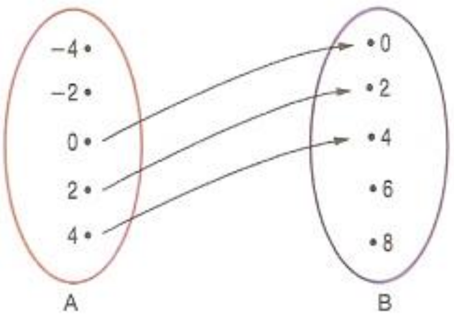
Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação f de A em B é função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado através de f a um único elemento de B.
Usaremos a notação $f : A \rightarrow B$ para indicar que f é função de A em B.

Exercícios

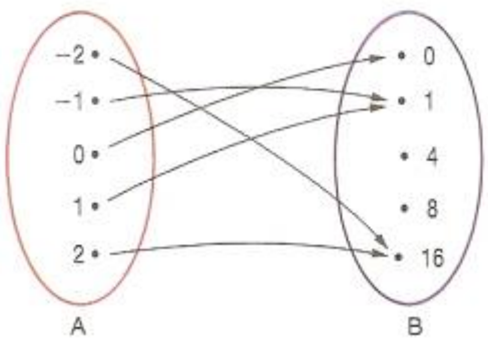
1) Verifique quais relações abaixo representam funções.
a)



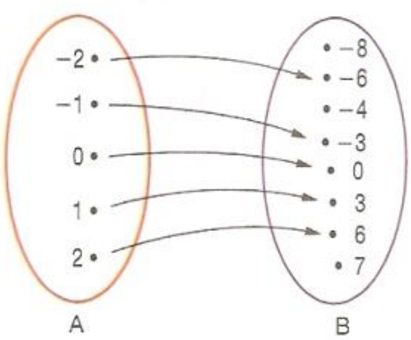
b)



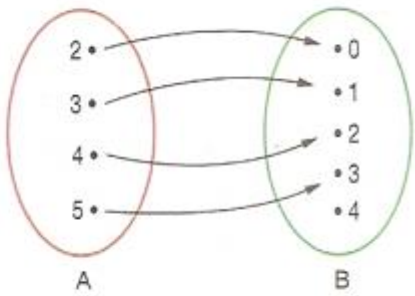
c)



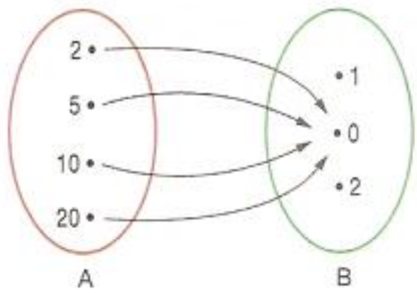
d)



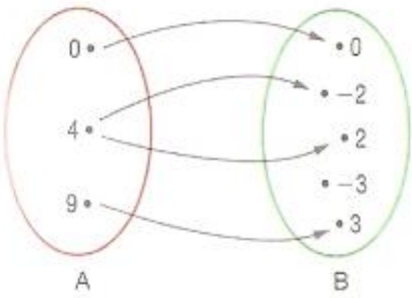
e)



f)



g)



2) Dados **A** = {0, 1, 2, 3}, **B** = {-1, 0, 1} e a correspondência entre **A** e **B** dada por y = x – 2, com x∈ **A** e y∈ **B**, faça um diagrama e diga se **f** é uma função de **A** em **B**.

3) Dados **A** = {-2, -1, 0, 1, 2} e **B** = {-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7} e a relação R = {(x,y)∈ AxB /y = 3.x} faça um diagrama e diga se **f** é uma função de **A** em **B**.

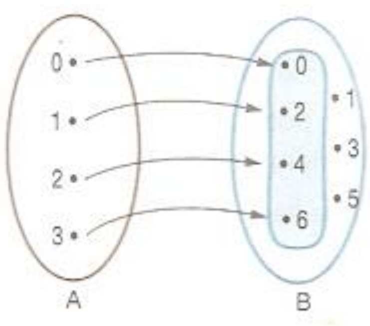
4) Dados A = { -3, -2, 0, 3 } e B = { - 1, 0, 1, 2, 4, 5, 7 } e uma relação expressa pela fórmula ***y = x + 2***, com x pertencendo a A e y pertencendo a B. Faça o diagrama e verifique se f é uma função de A em B.

5) O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa de R$ 6,00 , denominada bandeirada mais uma parcela variável de R$ 0,90 por km rodado.
Determine:
a) A função que representa o preço **P** de uma corrida em função de **x** quilômetros rodados.
b) O preço de uma corrida de 12 km.
c) A distancia percorrida por um passageiro que pagou R$ 96,00 pela corrida.

Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem

Dados os conjuntos A = {0, 1, 2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, vamos considerar a função f: A $\rightarrow$ B que transforma $x \in$ **A** em $y \in$ **B**.

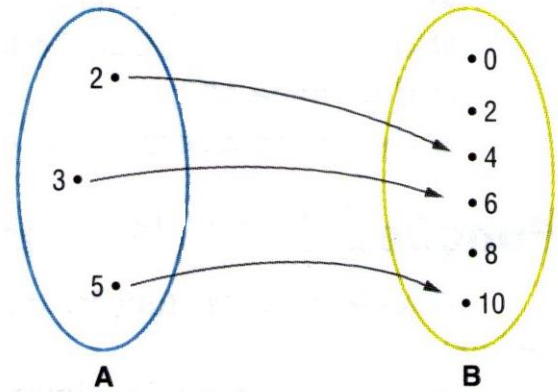
Em toda função f de A em B, Im(f) $\subset$ B.



Nesse caso, a função f: A $\rightarrow$ B está definida por y = 2.x ou por f(x) = 2.x.
Veja que para caracterizar uma função é necessário conhecer seus três componentes: o domínio (A), o contradomínio (B) e uma regra que associa cada elemento de A a um único elemento y = f(x) de B. Nesse exemplo, o domínio é A = {0, 1, 2, 3}, o contradomínio é B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, a regra é dada por y = 2.x e o conjunto imagem é dado por Im(f): {0, 2, 4, 6}.

Exercícios

1) O diagrama de flechas abaixo representa uma função f de A em B. Determine:



a) D (f) b) CD (f) c) Im (f) d) f (3) e) f (5) f) $x \mid f(x) = 4$

2) Seja a função f: R $\rightarrow$ R definida por $f(x) = x^2 - 7x + 9$. Determine:
a) O valor de f(-1)
b) Os valores de **x** para que se tenha f(x) = -1.

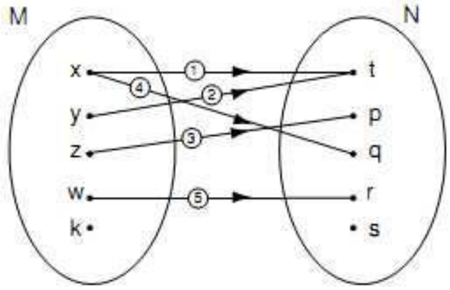
3) Dadas as funções f(x) = 4x + 3 e $g(x) = x^2 + \mathbf{a}$. Sabendo que f(2) - g(1) = 3, calcule o valor de **a**.

4) Seja f: IR* $\rightarrow$ IR a função definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. Qual o valor de $f(2) + f(\frac{1}{2})$?

5) Um vendedor recebe mensalmente um salário fixo de R$ 1200,00 mais uma comissão de 8% sobre o que vender.
a) Num mês em que suas vendas chegaram a R$ 6000,00, qual foi o salário total recebido?
b) Se, em certo mês, esse vendedor recebeu R$ 1520,00, qual foi o valor de suas

vendas?

6) Considere a relação **f** de **M** em **N** representada no diagrama abaixo:



Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) nas afirmativas abaixo, para que **f** seja uma função de **M** em **N**.

(   ) apagar a seta 1 e retirar o elemento **s**.
(   ) apagar as setas 1 e 4 e apagar o elemento **k**.
(   ) retirar os elementos **k** e **s**.
(   ) apagar a seta 4 e retirar o elemento **k**.
(   ) apagar a seta 2 e retirar o elemento **k**.

7) O preço do serviço executado por um pintor consiste em uma taxa fixa de R$ 50,00 mais R$ 15,00 por metro quadrado (m²) de área pintada. Determine:
a) O preço cobrado pela pintura de 200 m².
b) Um cliente pagou R$ 2300,00 pelo serviço de pintura. Qual a área pintada?

8) Considere a função f, dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, \; se \;\; x \leq 0 \\ x^2 + 5x - 1, \; se \;\; 0 < x \leq 5 \\ -2x + 2, \; se \;\; x > 5 \end{cases}.$$

Calcule $\frac{f(0)+f(-1)+f(1)}{f(5)+f(6)}$

9) A empresa de telefonia celular ABC oferece um plano mensal para seus clientes com as seguintes características:

- Para um total de ligações de até 50 minutos, o cliente paga um valor fixo de R$40,00;
- Se os 50 minutos forem excedidos, cada minuto de excesso será cobrado pelo valor de R$1,50 (além dos R$40,00 fixos).

a) Determine o valor pago por um cliente que utilizou o celular por 74 minutos em certo mês.

b) Em certo mês, utilizando o plano descrito acima, o valor a ser pago por um cliente foi de R$101,50. Determine quantos minutos foram utilizados nesse mês.

10) Dada a função f(x) = 2x³ - 4x + 2, calcule f(1) – f(3).

11) Considere as funções com domínio nos números reais dadas por $f(x) = 3x^2 - x + 5$ e $g(x) = -2x + 9$.

a) Calcule o valor de $\frac{f(0) + g(1)}{f(1)}$

b) Determine o valor de ***x*** tal que f(x) = g(x).

12) Seja a função $f : R \to R$ definida por $f(x) = \frac{4x - 1}{3}$. Calcule o elemento do domínio de **f** cuja imagem é 5.