

Lista de Exercícios

Nome¹: _____

Questão 1) Prove por indução matemática (para n inteiro):

a) $P(n) : 4 + 10 + 16 + \dots + (6n - 2) = n(3n - 1), n \geq 1;$

b) $P(n) : 2^n < n!, n \geq 4;$

c) $P(n) : (n + 1) \times (n + 2) \times \dots \times (2n - 1) \times (2n) = 2^n [1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n - 1)], \forall i, i \geq 1;$

d) $P(n) : 10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5$ é divisível por 9, $n \geq 1;$

e) $P(n) : x^n - 1$ é divisível por $x - 1$, para $x \neq 1$.

Questão 2) Prove, utilizando indução matemática, que dado uma constante $\alpha > 1$, o somatório das potências é dado por:

$$1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-1} = \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}$$

¹“Arquimedes será lembrado enquanto Ésquilo foi esquecido, porque os idiomas morrem mas as ideias matemáticas permanecem.” - G. H. Hardy