Equação do Segundo Grau

A **equação do segundo grau** recebe esse nome porque é uma equação polinomial cujo termo de maior grau está elevado ao quadrado. Também chamada de equação quadrática, é representada por:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Numa equação do 2º grau, o **x** é a incógnita e representa um valor desconhecido. Já as letras **a**, **b** e **c** são chamadas de coeficientes da equação.

Os coeficientes são números reais e o coeficiente **a** tem que ser diferente de zero, pois do contrário passa a ser uma equação do 1º grau.

Resolver uma equação de segundo Grau, significa buscar valores reais de \mathbf{x} , que tornam a equação verdadeira. Esses valores são denominados raízes da equação.

Uma equação quadrática possui no máximo duas raízes reais.

Equações do 2º Grau Completas e Incompletas

As equações do 2º grau **completas** são aquelas que apresentam todos os coeficientes, ou seja a, b e c são diferentes de zero (a, b, $c \neq 0$).

Por exemplo, a equação $5x^2 + 2x + 2 = 0$ é completa, pois todos os coeficientes são diferentes de zero (a = 5, b = 2 e c = 2).

Uma equação quadrática é **incompleta** quando b = 0 ou c = 0 ou b = c = 0. Por exemplo, a equação $2x^2 = 0$ é incompleta, pois a = 2, b = 0 e c = 0

Exercícios Resolvidos

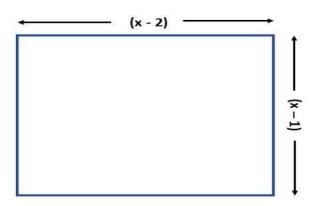
1) Determine os valores de ${\bf x}$ que tornam a equação $4{\bf x}^2$ - 16=0 verdadeira. **Solução**:

A equação dada é uma equação incompleta do 2° grau, com b=0. Para equações deste tipo, podemos resolver, isolando o \mathbf{x} . Assim:

Note que a raiz quadrada de 4 pode ser 2 e - 2, pois esses dois números elevados ao quadrado resultam em 4.

Assim, as raízes da equação $4x^2 - 16 = 0$ são $\mathbf{x} = -2$ e $\mathbf{x} = 2$

2) Encontre o valor do x para que a área do retângulo abaixo seja igual a 2.



Solução:

A área do retângulo é encontrada multiplicando-se a base pela altura. Assim, devemos multiplicar os valores dados e igualar a 2.

$$(x-2) \cdot (x-1) = 2$$

Agora vamos multiplicar todos os termos:

$$x \cdot x - 1 \cdot x - 2 \cdot x - 2 \cdot (-1) = 2$$

 $x^{2} - 1x - 2x + 2 = 2$
 $x^{2} - 3x + 2 - 2 = 0$
 $x^{2} - 3x = 0$

Após resolver as multiplicações e simplificações, encontramos uma equação incompleta do segundo grau, com c=0.

Esse tipo de equação pode ser resolvida através da <u>fatoração</u>, pois o **x** se repete em ambos os termos. Assim, iremos colocá-lo em evidência.

$$x \cdot (x - 3) = 0$$

Para o produto ser igual a zero, ou x = 0 ou (x - 3) = 0. Contudo, substituindo x por zero, as medidas dos lados ficam negativas, portanto, esse valor não será resposta da questão.

Então, temos que o único resultado possível é (x - 3) = 0. Resolvendo essa equação:

$$x - 3 = 0$$
$$x = 3$$

Desta forma, o valor do x para que a área do retângulo seja igual a 2 é x = 3.

Fórmula Resolutiva da equação do 2º grau ou de Bhaskara

Quando uma equação do segundo grau é completa, usamos a <u>Fórmula de Bhaskara</u> para encontrar as raízes da equação.

A fórmula é apresentada abaixo:

Fórmula do Delta

Na fórmula de Bhaskara, aparece a letra grega Δ (**delta**), que é chamada de discriminante da equação, pois de acordo com o seu valor é possível saber qual o número de raízes que a equação terá.

Para calcular o delta usamos a seguinte fórmula:

Passo a Passo

Para resolver uma equação do 2º grau, usando a fórmula de Bhaskara, devemos seguir os seguintes passos:

1º Passo: Identificar os coeficientes a, b e c.

Nem sempre os termos da equação aparecem na mesma ordem, portanto, é importante saber identificar os coeficientes, independente da sequência em que estão.

O coeficiente \mathbf{a} é o número que está junto com o \mathbf{x}^2 , o \mathbf{b} é o número que acompanha o \mathbf{x} e o \mathbf{c} é o termo independente, ou seja, o número que aparece sem o \mathbf{x} .

2º Passo: Calcular o delta.

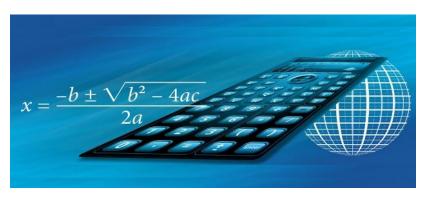
Para calcular as raízes é necessário conhecer o valor do delta. Para isso, substituímos as letras na fórmula pelos valores dos coeficientes.

Podemos, a partir do valor do delta, saber previamente o número de raízes que terá a equação do 2° grau. Ou seja, se o valor de Δ for maior que zero ($\Delta > 0$), a equação terá duas raízes reais e distintas.

Se ao contrário, delta for menor que zero (Δ), a equação não apresentará raízes reais e se for igual a zero (Δ = 0), a equação apresentará somente uma raiz. 3º Passo: Calcular as raízes.

Se o valor encontrado para delta for negativo, não precisa fazer mais nenhum cálculo e a resposta será que a equação não possui raízes reais.

Caso o valor do delta seja igual ou maior que zero, devemos substituir todas as letras pelos seus valores na fórmula de Bhaskara e calcular as raízes.



Exercício Resolvido

Determine as raízes da equação $2x^2 - 3x - 5 = 0$

Solução:

Para resolver, primeiro devemos identificar os coeficientes, assim temos:

a = 2

b = -3

c = -5

Agora, podemos encontrar o valor do delta. Devemos tomar cuidado com as regras de sinais e lembrar que primeiro devemos resolver a potenciação e a multiplicação e depois a soma e a subtração.

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 2 = 9 + 40 = 49$$

Como o valor encontrado é positivo, encontraremos dois valores distintos para as raízes. Assim, devemos resolver a fórmula de Bhaskara duas vezes. Temos então:

Exercícios

1) Resolva a equação de segundo grau completa, utilizando a Fórmula de Bhaskara:

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

2) Resolva as equações incompletas do segundo grau:

a)
$$5x^2 - x = 0$$

b)
$$2x^2 - 2 = 0$$

c)
$$5x^2 = 0$$