Linguagem C: Funções recursivas

Delano Beder

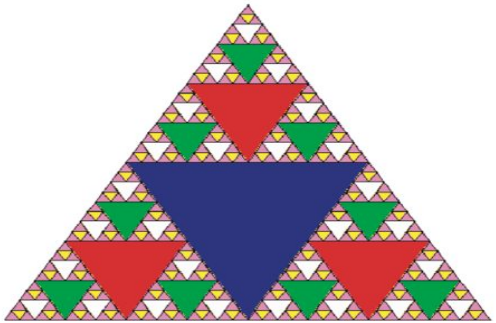
Função recursiva

- Uma função recursiva é uma função que chama a si mesma, reduzindo o problema a cada chamada

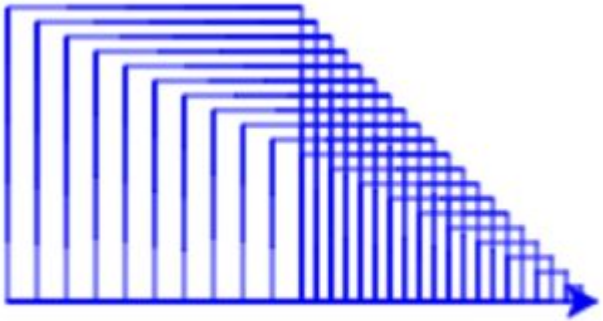
- É um método de resolução de problemas
  - O problema é sucessivamente “quebrado” em subproblemas menores, até chegar em um problema muito pequeno, de solução trivial.

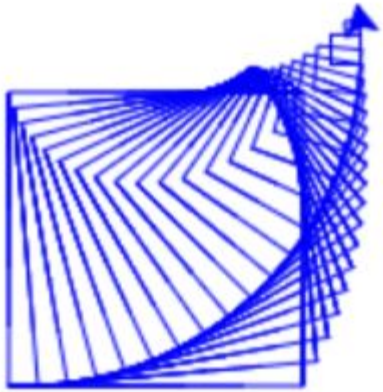
Função recursiva

- A recursão também é chamada de definição circular.
  - Um objeto é dito recursivo se pode ser definido em termos de si próprio



Visualizando a recursão





Para que?

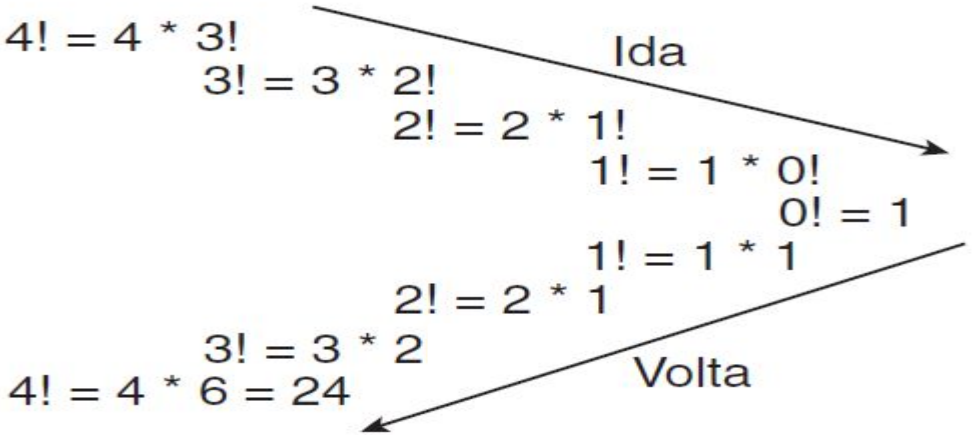
- Alguns problemas complexos possuem soluções recursivas mais simples e elegante
    - Fatorial, Sequência de Fibonacci, Fractais, Algoritmos de grafos, Algoritmos com listas e strings

Exemplo: Fatorial

- Um exemplo clássico de função que usa recursão é o cálculo do fatorial de um número:
  - 3! = 3 * 2!
  - 4! = 4 * 3!
  - n! = n * (n - 1)!

Recursão

```
0! = 1
1! = 1 * 0!
2! = 2 * 1!
3! = 3 * 2!
4! = 4 * 3!
```




```
n! = n * (n - 1)! : fórmula geral
0! = 1 : caso-base
```

Recursão

Com Recursão

```c
int fatorial(int n) {
    if (n == 0) { // critério de
        return 1; // parada
    } else {
        return n * fatorial(n-1);
    }
}
```

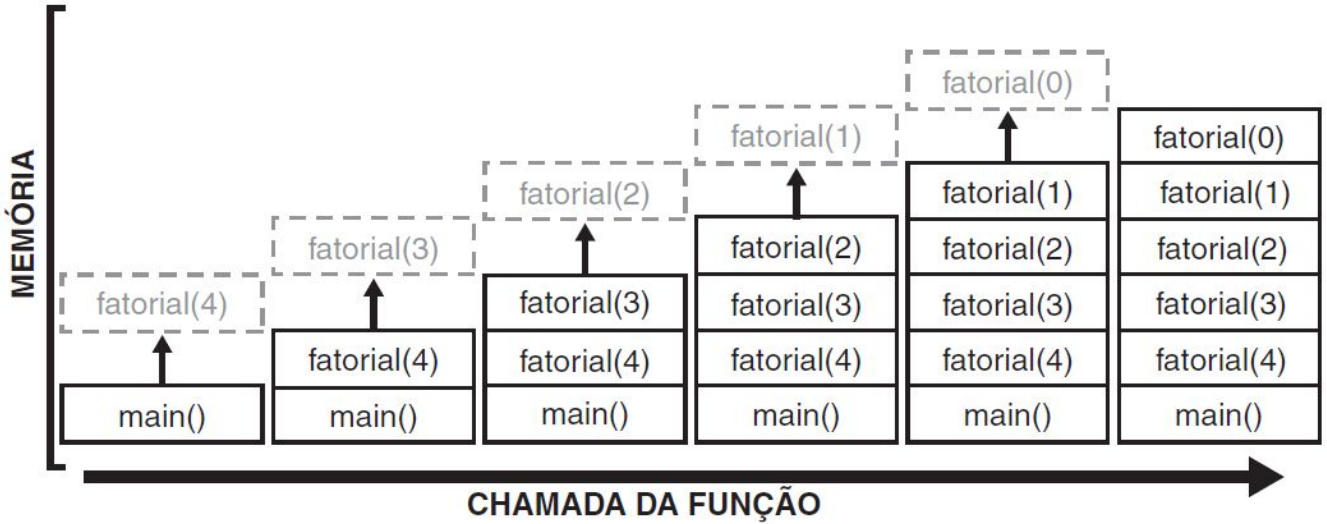
Sem Recursão

```c
int fatorial(int n) {
    int i, f;
    if (n == 0) {
        return 1;
    } else {
        f = 1;
        for (i = 1; i <= n; i++) {
            f = f * i;
        }
        return f;
    }
}
```

Recursão

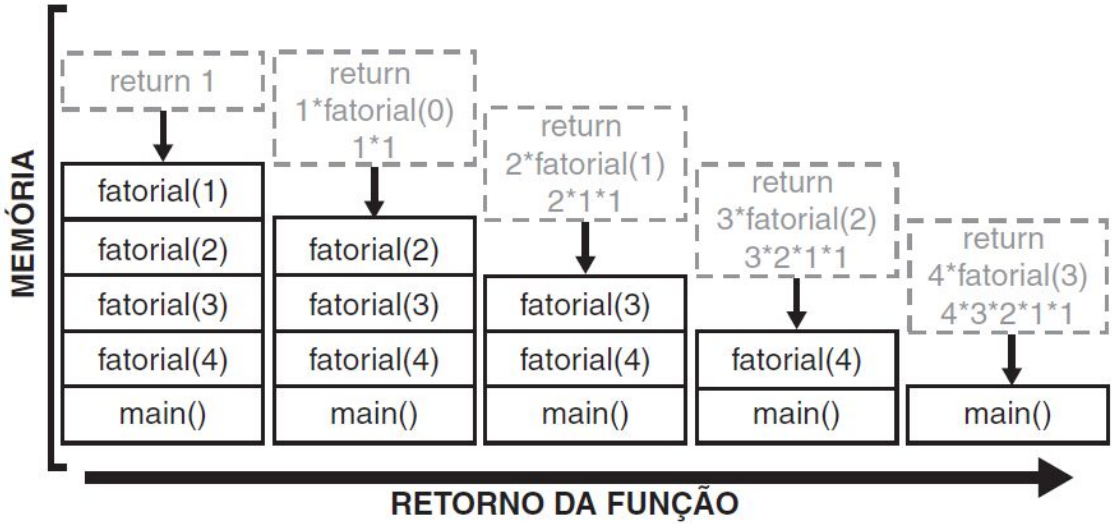
- O que acontece na chamada da função fatorial com um valor como n = 4?

```
int x = fatorial(4);
```



Recursão

- Uma vez que chegamos ao caso-base, é hora de fazer o caminho de volta da recursão.



Recursão

- Em geral, formulações recursivas de algoritmos são frequentemente consideradas "mais enxutas" ou "mais elegantes" do que formulações iterativas.
- Porém, algoritmos recursivos tendem a necessitar de mais espaço em memória do que algoritmos iterativos.

3 leis da recursão

- Um algoritmo recursivo deve ter um caso base
  - caso com solução de trivial, quando a função pára de chamar a si mesma e retorna solucionando.
- Um algoritmo recursivo deve mudar o seu estado e se aproximar do caso base.
- Um algoritmo recursivo deve chamar a si mesmo, recursivamente.

Recursão

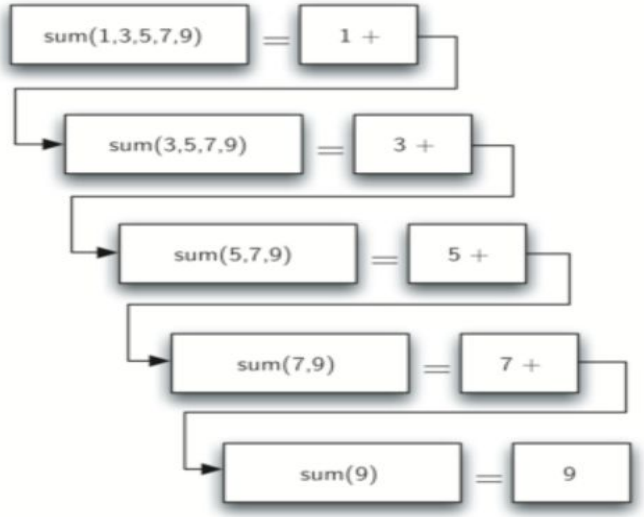
- Todo cuidado é pouco ao se fazer funções recursivas.
  - **Critério de parada(caso base):** determina quando a função deverá parar de chamar a si mesma.
  - **O parâmetro da chamada recursiva deve ser sempre modificado**, de forma que a recursão chegue a um término.

```
int fatorial(int n) {
    if (n == 0) { // critério de parada
        return 1;
    } else { // parâmetro de fatorial sempre muda
        return n * fatorial(n-1);
    }
}
```

Exemplo

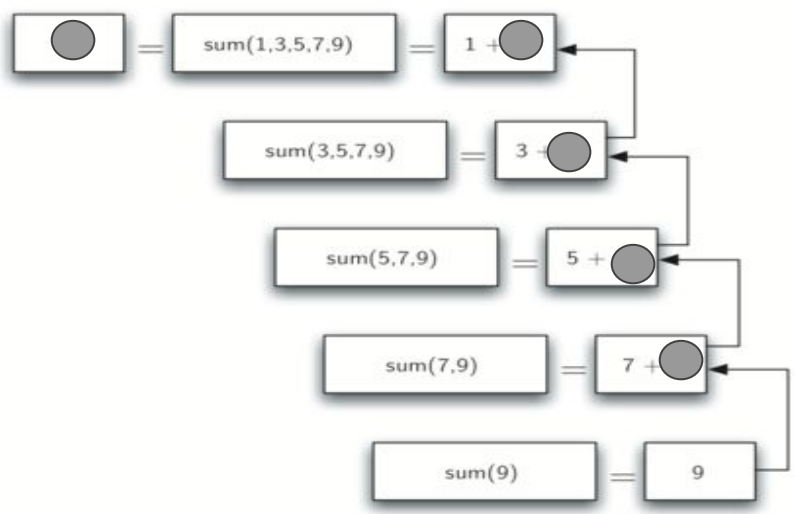
- Soma dos elementos de uma lista
  - Como podemos implementar uma função que soma os elementos de uma lista recursivamente, sem usar estrutura de repetição?

Soma recursiva



[Miller & Ranum 2016]

Solução recursiva



Série de Retornos Recursivos da Adição de uma Lista de Números

[Miller & Ranum 2016]

Soma recursiva

Caso base: vetor com 1 elemento, logo a soma é o próprio elemento,

Caso geral:
-retira o primeiro elemento e chama a função recursivamente para o resto do conjunto.
- retorna a soma do elemento retirado com a soma retornada na chamada recursiva

```
int soma (int v[], int tam)
{
    if (tam == 1)
    {
        return v[0];
    }
    else
    {
        return v[0] + soma (&v[1], tam - 1);
    }
}
```

Fibonacci

- Essa seqüência é um clássico da recursão
  - 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...
- A sequência de Fibonacci é definida como uma função recursiva utilizando a fórmula a seguir

$$F(n) = \begin{cases} 0, & \text{se n = 0} \\ 1, & \text{se n = 1} \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{outros casos} \end{cases}$$

Recursão

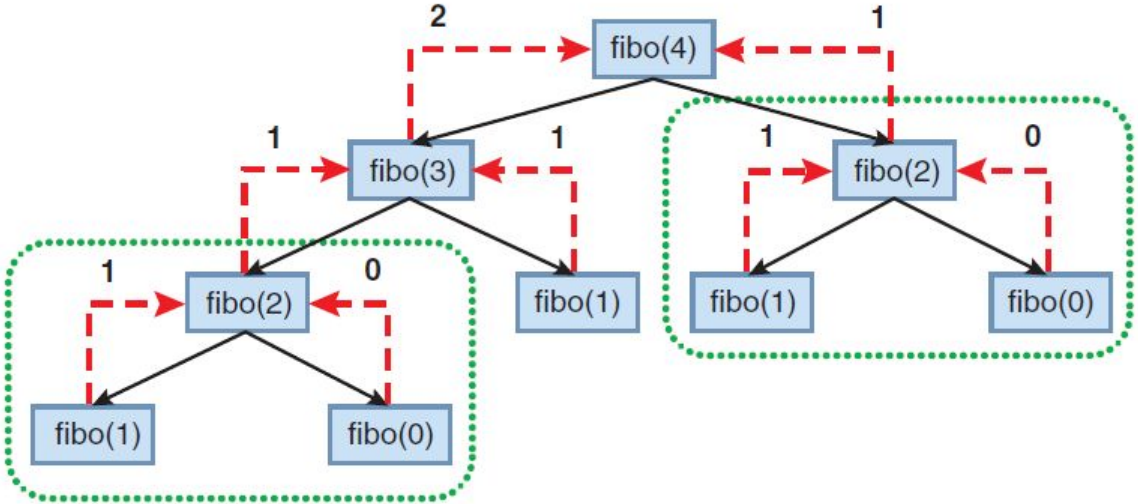
Sem Recursão

```
int fibo(int n){
    int i, t, c, a = 0, b = 1;
    for(i = 0; i < n; i++){
        c = a + b;
        a = b;
        b = c;
    }
    return a;
}
```

Com Recursão

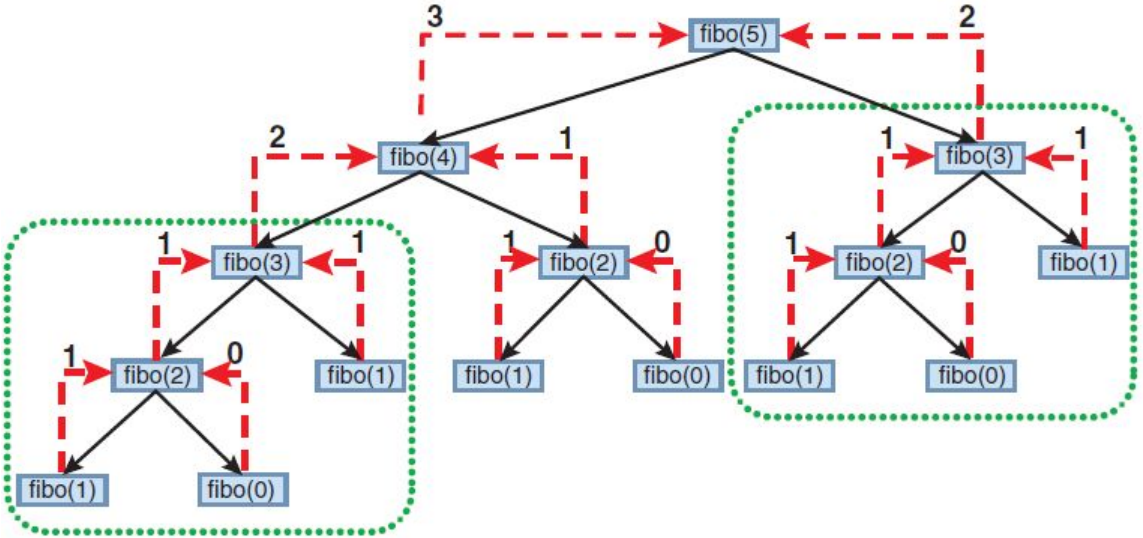
```
int fiboR(int n){
    if (n == 0 || n == 1)
        return n;
    else
        return fiboR(n-1) + fiboR(n-2);
}
```

Fibonacci


2
fibo(4)
1
1
fibo(3)
1
1
fibo(2)
0
1
fibo(2)
0
fibo(1)
fibo(1)
fibo(0)
fibo(1)
fibo(0)

Fibonacci

- Aumentando para **`fibo(5)`**



Exercício

Escreva uma função recursiva que procure um valor em um vetor, não importando a ordem em que os elementos estão distribuídos. A função deverá retornar 1 se o valor for encontrado e 0, caso contrário.

Busca recursiva 1

Caso base: vetor de tamanho 0 retorna 0 (falso).

Caso geral: caso v[0] seja o elemento procurado, retorna 1 (verdadeiro). Caso não seja, chama a função recursivamente para o vetor com 1 elemento a menos (remove o elemento v[0], que acabou de ser verificado)

```
int busca (int v[], int tam, int x)
{
    if (tam == 0)
    {
        return 0;
    }
    else
    {
        if (v[0]==x)
        {
            return 1;
        }
        else
        {
            return busca (&v[1], tam - 1,x);
        }
    }
}
```

Exercício

Escreva uma função recursiva que procure um valor em um vetor, não importando a ordem em que os elementos estão distribuídos. Deve retornar o índice do elemento ou -1 caso não o encontre.

Busca recursiva 2

Caso base: vetor com 1 elemento, retorna o índice 0, caso o primeiro e único elemento (v[0]) seja o elemento procurado, -1 caso contrário.

Caso geral: retorna tam-1 caso o último elemento (v[tam-1]) seja o elemento procurado. Caso não seja, chama a função recursivamente para o resto do conjunto

```
int busca (int v[], int tam, int x)
{
    if (tam == 0)
    {
        return -1;
    }
    else
    {
        return v[tam-1]==x? tam-1:busca (v, tam - 1,x);
    }
}
```

Exercício

Escreva uma função recursiva que inverta os elementos de um vetor.

Inverte recursivo

Caso base: vetor 0 ou 1 elemento, não faz nada.

Caso geral: troca o primeiro com o último e chama recursivamente para os demais elementos do conjunto (retirando o primeiro e último)

```
void inverte (int v[], int tam)
{
    int aux;

    if (tam > 1)
    {
        aux = v[0];
        v[0] = v[tam - 1];
        v[tam - 1] = aux;
        inverte (&v[1], tam - 2);
    }
}
```

Inverte recursivo - outra solução

Caso base: vetor 0 ou 1 elemento, não faz nada.

Caso geral: troca o primeiro com o último e chama recursivamente para os demais elementos do conjunto (retirando o primeiro e último)

```
void inverte (int v[], int ini, int fim)
{
    int aux;

    if (ini < fim)
    {
        aux = v[ini];
        v[ini] = v[fim];
        v[fim] = aux;
        inverte (v, ini +1, fim -1);
    }
}
```

Exercício

Escreva uma função recursiva que retorne o menor elemento de um vetor.

Menor recursivo

Caso base: vetor com 1 elemento, logo o menor.

Caso geral:
compara o primeiro elemento com o segundo. Chama a função recursivamente retirando do vetor o maior dos dois elementos comparados.

```
int menor (int v[], int tam)
{
    int aux;

    if (tam == 1)
    {
        return v[0];
    }
    else
    {
        if (v[0] < v[1])
        {
            aux = v[0];
            v[0] = v[1];
            v[1] = aux;
        }
        return menor (&v[1], tam - 1);
    }
}
```

Menor recursivo - outra solução

Caso base: vetor com 1 elemento, logo o menor.

Caso geral:

- retira o **primeiro** elemento e chama a função recursivamente para o resto do conjunto.
- verifica se o elemento retirado é menor do que o menor encontrado na chamada recursiva.

```
int menor (int v[], int tam)
{
    int m;

    if (tam == 1)
    {
        return v[0];
    }
    else
    {
        m = menor (&v[1], tam - 1);
        return (m < v[0]? m : v[0]);
    }
}
```

Menor recursivo - outra solução

Caso base: vetor com 1 elemento, logo o menor.

Caso geral:

- retira o **último** elemento e chama a função recursivamente para o resto do conjunto.
- verifica se o elemento retirado é menor do que o menor encontrado na chamada recursiva e retorna o menor.

```
int menor (int v[], int tam)
{
    int m;

    if (tam == 1)
    {
        return v[0];
    }
    else
    {
        m = menor (v, tam - 1);
        return (m < v[tam-1]? m : v[tam-1]);
    }
}
```

Exercícios

1. Defina uma função recursiva que receba um vetor V de inteiros e um inteiro x como parâmetros e conta quantas vezes x ocorre em V.

2. Defina uma função recursiva que receba uma string como parâmetro e retorne True (1) caso a string seja um palíndromo, e False (0) caso contrário.

3. Escreva uma função recursiva que determine quantas vezes um dígito K ocorre em um número natural N. Por exemplo, o dígito 2 ocorre 3 vezes em 762021192.

4. Implemente uma função recursiva que, dados dois números inteiros positivos x e n, calcula o valor de x^n.