

# Отчет о выполнении лабораторной работы 1.2.2

Калашников Михаил, Б03-205

В работе использовались крестообразный маятник, набор перегрузов, линейка, компьютер с лазерной установкой для измерения положения маятника.

1. С помощью перемещения грузов вдоль стержней маятника, добьемся положения безразличного равновесия. При этом среднее расстояние грузов от оси  $R = 10.75 \text{ cm}$ .
2. Запишем основные параметры установки в таблицу 1.

Масса платформы $m_0$	$24.915 \text{ g}$
Средняя масса грузов $m_1$	$151.6 \text{ g}$
Радиус грузов $R_1$	$16 \pm 1 \text{ mm}$
Высота грузов $l$	$25 \pm 1 \text{ mm}$
Высота опускания грузов $h$	$93 \pm 0.1 \text{ cm}$
Радиус малого шкива $r_1$	$0.90 \pm 0.01 \text{ cm}$
Радиус большого шкива $r_2$	$1.85 \pm 0.01 \text{ cm}$

Таблица 1: Основные параметры установки

3. Измерения занесем в таблицу 2. Рассчитаем среднее время  $\bar{t}$ , угловое ускорение  $\beta$ , момент силы натяжения  $M_T$ :

$$\bar{t} = \frac{\sum_{k=1}^N t_k}{N}, \quad \beta = \frac{2h}{rt^2}, \quad M_T = mr(g - r\beta).$$

Погрешность измерений времени может быть найдена как среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (t_k - \bar{t})^2}{N(N-1)}}.$$

Погрешности остальных измерений могут быть найдены по общей формуле:

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial Y}{\partial X_i} \sigma_{X_i} \right)^2}.$$

Таким образом,

$$\sigma_\beta = \sqrt{\left(\frac{2}{rt^2}\sigma_h\right)^2 + \left(\frac{2h}{r^2t^2}\sigma_r\right)^2 + \left(\frac{4h}{rt^3}\sigma_t\right)^2} = \beta \sqrt{\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_t}{t}\right)^2};$$

$$\sigma_{M_T} = \sqrt{(m(g - 2r\beta)\sigma_r)^2 + (mr^2\sigma_\beta)^2}.$$

Диаметр шкива, $cm$	Масса перегрузка, $g$	Время падения, $s$			$\bar{t} \pm \sigma_{\bar{t}}, s$	$\beta \pm \sigma_\beta, s^{-2}$	$M_T \pm \sigma_M, g \cdot m^2$
0.90	69.52	21.90	22.37	22.25	$22.17 \pm 0.141$	$0.42 \pm 0.007$	$6.14 \pm 0.068$
0.90	83.56	19.94	19.92	19.61	$19.82 \pm 0.107$	$0.53 \pm 0.008$	$7.38 \pm 0.082$
0.90	98.54	17.00	17.15	16.90	$17.02 \pm 0.073$	$0.71 \pm 0.010$	$8.70 \pm 0.097$
0.90	124.91	14.60	14.67	15.30	$14.86 \pm 0.223$	$0.94 \pm 0.030$	$11.03 \pm 0.122$
1.75	69.52	10.67	10.70	10.49	$10.62 \pm 0.066$	$0.94 \pm 0.013$	$11.92 \pm 0.068$
1.75	83.56	9.61	9.40	9.65	$9.55 \pm 0.078$	$1.16 \pm 0.020$	$14.32 \pm 0.082$
1.75	98.54	8.22	8.57	8.46	$8.42 \pm 0.103$	$1.50 \pm 0.038$	$16.88 \pm 0.096$
1.75	124.91	7.48	7.23	7.16	$7.29 \pm 0.097$	$2.00 \pm 0.055$	$21.38 \pm 0.122$

Таблица 2: Результаты измерения времени падения груза

4. Построим график зависимости  $M_T(\beta)$  (рис. 1). Зная, что  $M_T = M_{fr} + \beta I$ , найдем с помощью метода наименьших квадратов параметры  $M_{fr}$  и  $I$ . Для  $r = 1.75 \text{ cm}$  получим значения:

$$M_{fr} = 3.81 \text{ mN} \cdot m, \quad I = 8.78 \text{ g} \cdot m^2.$$

5. Занесем результаты экспериментов с различными моментами инерции в таблицу 3. Повторим для них вычисления, описанные в предыдущих пунктах, используя полученную величину  $M_{fr}$ . Значения  $\bar{t}$ ,  $\beta$ ,  $M_T$ ,  $I$  запишем в таблицу 4.

$$I = \frac{M_T - M_{fr}}{\beta}$$

$$\sigma_I = I \sqrt{\left(\frac{\sigma_{M_T}}{M_T - M_{fr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\beta}{\beta}\right)^2}$$

На основе полученного значения  $I_0 = I(R = 0) = 4.20 \pm 2.43 \text{ g} \cdot m^2$ , рассчитаем  $I_{th}$  по формуле:

$$I_{th} = I_0 + 4m_1R^2 + \frac{1}{3}m_1l^2 + m_1R_1^2.$$

$$\sigma_{I_{th}} = \sqrt{\sigma_{I_0}^2 + (8m_1R\sigma_R)^2 + \left(\frac{2}{3}m_1l\sigma_l\right)^2 + (2m_1R_1\sigma_{R_1})^2}$$

Радиус шкива, $r$ , $cm$	Масса перегрузка, $m$ , $g$	Расстояние до грузов, $R$ , $cm$	$t1$ , $s$	$t2$ , $s$	$t3$ , $s$	$t4$ , $s$
1.75	62.9	20.5	14.69	14.50	14.55	15.00
1.75	62.9	17.2	13.00	12.70	12.81	13.38
1.75	62.9	6.6	8.50	8.30	8.49	8.34
1.75	62.9	3.5	7.01	6.97	7.35	7.42
1.75	62.9	0.0	6.37	6.24	6.19	6.45

Таблица 3: Результаты экспериментов с различными моментами инерции системы

Расстояние до грузов, $R$ , $cm$	$\bar{t}$ , $s$	$\beta$ , $s^{-2}$	$M_T$ , $mN \cdot m$	$I$ , $g \cdot m^2$	$I_{th}$ , $g \cdot m^2$
20.50	$14.68 \pm 0.11$	$0.49 \pm 0.01$	$15.07 \pm 0.09$	$22.84 \pm 0.41$	$29.75 \pm 0.49$
17.20	$12.97 \pm 0.15$	$0.63 \pm 0.01$	$15.07 \pm 0.09$	$17.82 \pm 0.44$	$22.21 \pm 0.50$
6.60	$8.41 \pm 0.05$	$1.50 \pm 0.02$	$15.04 \pm 0.09$	$7.47 \pm 0.12$	$6.91 \pm 0.16$
3.50	$7.19 \pm 0.12$	$2.06 \pm 0.07$	$15.03 \pm 0.09$	$5.45 \pm 0.18$	$5.01 \pm 0.20$
0.00	$6.31 \pm 0.06$	$2.67 \pm 0.05$	$15.01 \pm 0.09$	$4.20 \pm 0.09$	-

Таблица 4: Обработанные результаты экспериментов с различными моментами инерции системы

6. Построим график зависимости  $I(R^2)$  (рис. 2). Значение  $I(0)$  соответствует ситуации, когда грузы расположены на оси вращения маятника и не вносят вклад в момент инерции системы. То есть:

$$I(0) = 5.29 \text{ g} \cdot \text{m}^2.$$

Это значение учитывает в себе поправку  $\Delta I = \frac{1}{3}m_1 l^2 + m_1 R_1^2 = 0.07 \text{ g} \cdot \text{m}^2$ . Если ее вычесть, то получим, что

$$I_{0lin} = I(0) - \Delta I = 5.22 \text{ g} \cdot \text{m}^2.$$

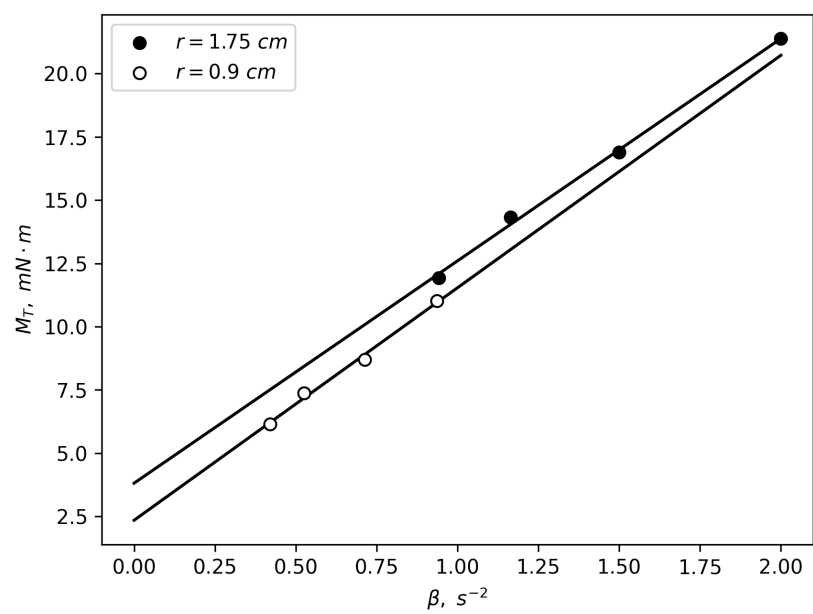


Рис. 1: График зависимости  $M_T(\beta)$

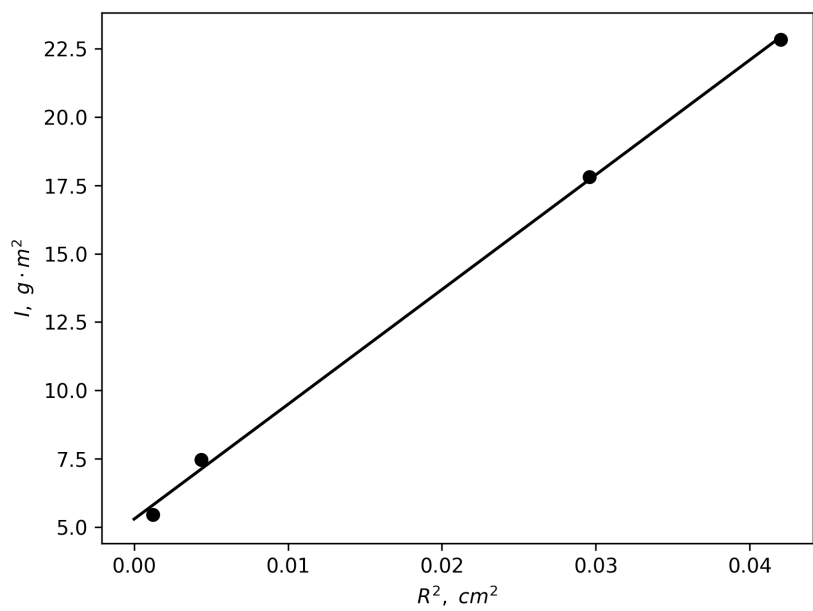


Рис. 2: График зависимости  $I(R^2)$