

**Отчет о выполнении лабораторной  
работы 1.3.3 "Измерение вязкости  
воздуха по течению в тонких трубках"**

Калашников Михаил, Б03-205

**Цель работы:** экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

**В работе используются:**

- система подачи воздуха (компрессор, соединяющие трубки);
- газовый счетчик барабанного типа ( $\sigma_V = 0,02$  л);
- спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном ( $\rho = 0,8095 \pm 0.0005$  г/см<sup>3</sup>,  $\sigma_h = 1$  мм);
- набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра ( $d_1 = 3,0 \pm 0,1$  мм,  $d_2 = 3,95 \pm 0,05$  мм,  $d_3 = 5,05 \pm 0,05$  мм);
- секундомер

## 1. Теоретическая часть

Сила вязкого трения как в жидкостях, так и в газах описывается законом Ньютона: касательное напряжение между слоями пропорционально перепаду скорости течения в направлении, поперечном к потоку:

$$\tau_z = -\eta \frac{\delta v_x}{\delta y}$$

Характер течения определяется безразмерным параметром задачи — числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta}$$

**Течение Пуазейля.** Из опыта известно, что при достаточно малых числах Рейнольдса течение в прямой трубе с гладкими стенками имеет ламинарный характер. В таком случае будет верна формула Пуазеля, которая позволяет найти вязкость газа по зависимости расхода от перепада давления в трубе и используется в качестве основной расчётной формулы в данной работе:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l}$$

**Длина установления.** Пусть на вход трубы поступает течение, распределение скоростей которого не является пуазейлевским. Профиль течения не может установиться сразу, а реализуется лишь на некотором расстоянии  $l_{уст}$  от начала трубы. Грубая оценка для этой величины, с учётом экспериментально установленного коэффициента, позволяющего добиться удовлетворительной точности:

$$l_{уст} \sim \frac{\rho u R^2}{\eta} \approx 0,2 R \cdot Re$$

**Турбулентность.** Ламинарная картина течения наблюдается при относительно малых числах Рейнольдса, когда вязкие силы достаточны для того, чтобы погасить любые случайно возникшие возмущения потока. При превышении некоторого критического числа Рейнольдса  $Re > Re_{кр}$  течение Пуазейля становится неустойчивым. В потоке начинают рождаться вихри, которые затем сносятся вниз по трубе (при докритических числах Рейнольдса такие вихри быстро затухают за счёт вязкости). С дальнейшим увеличением  $Re$  количество вихрей возрастает и, взаимодействуя между собой, они порождают вихри всё меньшего размера, создавая таким образом сложную многомасштабную картину течения. Эта картина радикально отличается от ламинарной: в ней отсутствуют непрерывные линии тока, а слои жидкости постоянно перемешиваются. Течение становится практически непредсказуемым, а скорость и давление испытывают значительные случайные флуктуации. В таком потоке расход можно оценить следующим образом:

$$Q \sim R^{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}}$$

## 2. Экспериментальная установка

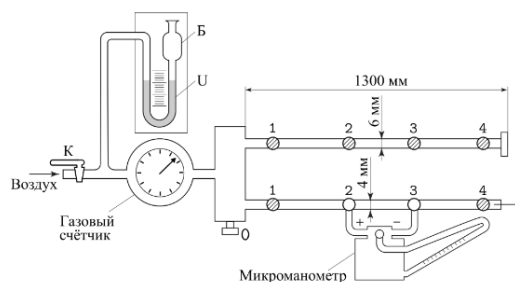


Рис. 1: Экспериментальная установка

Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками. Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя.

## 3. Проведение эксперимента

1. Перед началом работы ознакомимся с характеристиком установки и измерительных приборов.

2. Подсоединим манометр к двум соседним выводам трубки среднего диаметра ( $l = 50$  см). Включим компрессор и создадим поток воздуха через трубку, следя за показаниями микроманометра. Убедимся в работоспособности установки.
3. Измерим параметры окружающей среды:  $t_0 = 23,7^\circ\text{C}$ ,  $\rho_0 = 20,9\%$ ,  $P_0 = 97,59$  кПа. Из таблицы определим поправочный коэффициент к плотности спирта:  $k = 0,9932$ . Зафиксируем диаметры трубок.
4. Рассчитаем критическое значение расхода.

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta} \approx \frac{\rho Q a}{\pi R^2 \eta} \approx \frac{\rho Q}{\pi R \eta} = \frac{\mu P_0 Q}{R_r T_0 \pi R \eta}$$

$$Q_{кр} = \frac{R_r T_0 \pi R \eta Re_{кр}}{\mu P_0} \approx 6,5 \text{ л/мин}$$

Далее выразим соответствующий данному расходу перепад давлений.

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l}$$

$$\Delta P_{кр} = \frac{8 \eta l Q_{кр}}{\pi R^4} \approx 180 \text{ Па}$$

Переведа это в деления шкалы микроманометра, получим 114 мм.

Оценим длину, на которой течение можно считать установившимся.

$$l_{уст} = 0,2 Re_{кр} R \approx 40 \text{ см}$$

Расстояние от начала трубки до ближайшего вывода, подключенного к микроманометру превышает 80 см, то есть течение можно с уверенностью считать установившимся.

5. Визуально определим границу перехода от ламинарного течения к турбулентному. Столбик микроманометра начинает заметно колебаться при превышении отметки в 80 мм. Данная величина немного ниже чем оценка, полученная в предыдущем пункте.
6. Найдем параметры расхода, при которых относительная погрешность не будет превышать 1%. Так как  $\sigma_V = 0,02$  л, то минимальный объём проходящего через счётчик газа нужно принять равным 2 литрам. Проведя простые измерения скорости реакции человека с помощью секундомера, мы определили, что она не превышает  $\sigma_t = 0,2$  с. Так как, мы фиксируем время начала и конца процесса измерения, абсолютная погрешность удваивается. То есть минимальное время измерения должно превышать 40 с.
7. Измерим зависимость перепада давления  $\Delta P$  от расхода  $Q$  на выбранном участке. Проведем пять измерений в ламинарном режиме течения, пять – в турбулентном и еще две в зоне, находящейся в промежуточной зоне. Результаты запишем в таблицу 1. Обработаем их, вычислив  $\Delta P$  и  $Q$  по формулам:

$$\Delta P = \rho_c k g h \sin \alpha, \quad Q = \frac{V}{t}$$

где  $\rho_c$  – плотность спирта,  $k$  – поправочный температурный коэффициент,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\sin \alpha = 0,2$  на протяжении всей лабораторной работы. Обработанные результаты занесем в таблицу 2.

8. Проведем измерение распределения давления газа вдоль трубки. Подсоединим микроманометр ко всевозможным парам отверстий. Результаты занесем в таблицу 3.
9. Повторим предыдущие пять пунктов для трубки с наибольшим диаметром. Дополним таблицы 1-3.
10. Измерим зависимость расхода от радиуса трубы при заданном градиенте давления. Измерим расход всех труб, при градиенте, обеспечивающем ламинарное течение, и при градиенте, обеспечивающем турбулентное течение. Заполним получившимися данными таблицу 4.

#### 4. Обработка данных

11. По данным таблицы 2 построим графики зависимости  $Q(\Delta P)$ . На графиках отчетливо видна граница перехода от ламинарного режима течения, к турбулентному. По угловым коэффициентам линейных зависимостей для ламинарных потоков определим вязкость воздуха.

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l} = k \Delta P,$$

$$k = \frac{\pi R^4}{8\eta l}, \quad \eta = \frac{\pi R^4}{8kl}$$

Также рассчитаем критическое число Рейнольдса по формуле из пункта 4:

$$Re_{кр} = \frac{\mu P_0 Q_{кр}}{R_r T_0 \pi R \eta}$$

$$Re_1 = 1010, \quad Re_2 = 1220$$

12. Построим график зависимости  $\Delta P(x)$ , используя данные из таблицы 3. За ноль примем давление на выходе из трубки. Оценим длину установления  $l_{уст}$  и отметим ее на графике. Действительно, после пересечения  $l_{уст}$  давление газа меняется линейным образом.
13. Теперь построим график зависимости  $\ln Q(\ln R)$ , основываясь на данных из таблицы 4. Угловой коэффициент данной прямой будет равен показателю степени  $\beta$  в зависимости  $Q \propto R^\beta$ . Как можно заметить из графика (рисунок 4) точка, соответствующая трубе наименьшего диаметра очень плохо ложится на прямую. Исключив ее, можно найти  $\beta$  по двум оставшимся точкам.

$$\beta_1 = 4,6, \quad \beta_2 = 3,2$$

## 5. Расчет погрешностей

Определим погрешность всех измеренных и вычисленных значений.

$$\varepsilon_{\Delta P} \approx \varepsilon_h = < \frac{\sigma_h}{h} > = 4,2\% \quad (\varepsilon_{\rho_c} \ll \varepsilon_h)$$

$$\varepsilon_Q = \sqrt{\varepsilon_{\Delta P}^2 + \varepsilon_t^2} = 0,9\%$$

Найдем погрешность вязкости воздуха  $\eta$ .

$$\varepsilon_{\eta, \text{случ}} = \varepsilon_k, \quad \varepsilon_{\eta, \text{инст}} = 4\varepsilon_R$$

$$\varepsilon_{\eta} = \sqrt{\varepsilon_{\eta, \text{случ}}^2 + \varepsilon_{\eta, \text{инст}}^2} = \sqrt{\varepsilon_k^2 + 16\varepsilon_R^2}$$

$$\varepsilon_{\eta_1} = 6,1\% \quad \varepsilon_{\eta_2} = 6,2\%$$

$$\eta_1 = 17,0 \pm 1,0 \text{ мкПа} \cdot \text{с}, \quad \eta_2 = 14,9 \pm 0,9 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$$

## 6. Вывод

Полученные значения вязкости близки с табличным значением, равным 17,8 мкПа · с.

Показатели степени  $\beta_1$  и  $\beta_2$  полученные из теоритических зависимостей должны быть равны 4 и 2,5 соответственно. Значения, полученные из опыта довольно сильно отличаются.

## 7. Приложения

| $d = 3,95 \text{ мм}$ |                |                | $d = 5,05 \text{ мм}$ |                |                |
|-----------------------|----------------|----------------|-----------------------|----------------|----------------|
| $h, \text{ мм}$       | $V, \text{ л}$ | $t, \text{ с}$ | $h, \text{ мм}$       | $V, \text{ л}$ | $t, \text{ с}$ |
| 5                     | 0,4            | 01:23,99       | 5                     | 1,5            | 00:54,97       |
| 10                    | 0,5            | 00:39,48       | 11                    | 2,5            | 00:49,47       |
| 20                    | 1,0            | 00:43,26       | 14                    | 2,5            | 00:41,04       |
| 25                    | 1,5            | 00:51,02       | 22                    | 4,0            | 00:42,88       |
| 30                    | 1,5            | 00:43,04       | 28                    | 5,0            | 00:44,30       |
| 35                    | 2,0            | 00:45,70       | 31                    | 5,0            | 00:41,10       |
| 40                    | 3,0            | 01:00,05       | 39                    | 6,0            | 00:43,30       |
| 45                    | 3,0            | 00:54,62       | 53                    | 6,5            | 00:45,58       |
| 65                    | 4,0            | 00:50:42       | 56                    | 6,5            | 00:42,10       |
| 80                    | 4,5            | 00:48:87       | 61                    | 7,0            | 00:42,60       |
| 90                    | 5,0            | 00:51,99       | 92                    | 10,0           | 00:51,73       |
| 120                   | 4,5            | 00:42,45       | 102                   | 10,0           | 00:48,35       |
| 150                   | 5,0            | 00:42,69       |                       |                |                |
| 165                   | 5,5            | 00:45,25       |                       |                |                |
| 260                   | 6,0            | 00:38,97       |                       |                |                |

Таблица 1: Измерения расхода воздуха в зависимости от перепада давления

| $d = 3,95$ мм   |             | $d = 5,05$ мм   |             |
|-----------------|-------------|-----------------|-------------|
| $\Delta P$ , Па | $Q$ , л/мин | $\Delta P$ , Па | $Q$ , л/мин |
| 7,9             | 0,29        | 7,9             | 1,64        |
| 15,9            | 0,76        | 17,3            | 3,03        |
| 31,8            | 1,39        | 22,1            | 3,66        |
| 39,7            | 1,76        | 34,7            | 5,60        |
| 47,6            | 2,09        | 44,2            | 6,77        |
| 55,6            | 2,63        | 48,9            | 7,30        |
| 63,5            | 3,00        | 61,5            | 8,31        |
| 71,4            | 3,30        | 83,6            | 8,56        |
| 103,2           | 4,76        | 88,3            | 9,26        |
| 127,0           | 5,53        | 96,2            | 9,86        |
| 142,9           | 5,77        | 145,1           | 11,60       |
| 190,5           | 6,36        | 160,8           | 12,41       |
| 238,3           | 7,03        |                 |             |
| 262,0           | 7,29        |                 |             |
| 412,8           | 9,24        |                 |             |

Таблица 2: Зависимость расхода воздуха от перепада давления

| $d = 3,95$ мм |      |      |      |       | $d = 5,05$ мм |      |      |      |       |
|---------------|------|------|------|-------|---------------|------|------|------|-------|
| $N$           | 1    | 2    | 3    | 4     | $N$           | 1    | 2    | 3    | 4     |
| 1             | -    | 73   | 122  | 180   | 1             | -    | 18   | 47   | 74    |
| 2             | -    | -    | 48   | 108   | 2             | -    | -    | 29   | 55    |
| 3             | -    | -    | -    | 60    | 3             | -    | -    | -    | 27    |
| 4             | -    | -    | -    | -     | 4             | -    | -    | -    | -     |
| $x$ , см      | 11,5 | 41,5 | 81,5 | 131,5 | $x$ , см      | 11,5 | 41,5 | 81,5 | 131,5 |

Таблица 3: Измерение давления между всевозможными парами выводов, мм столбца микроманометра

| $\Delta h/\Delta l$ | 0.5 мм/см |          |             | 3.6 мм/см |          |             |
|---------------------|-----------|----------|-------------|-----------|----------|-------------|
| $d$ , мм            | $V$ , л   | $t$ , с  | $Q$ , л/мин | $V$ , л   | $t$ , с  | $Q$ , л/мин |
| 3,0                 | 1,2       | 00:45,20 | 1,593       | 6,0       | 00:36,51 | 5,930       |
| 3,95                | 1,5       | 00:51,69 | 1,741       | 6,0       | 00:48,44 | 7,432       |
| 5,05                | 4,0       | 00:44,15 | 5,436       | 10,0      | 01:00,71 | 16,389      |

Таблица 4: Измерение зависимости  $Q(R)$  при ламинарном и турбулентном режимах течения

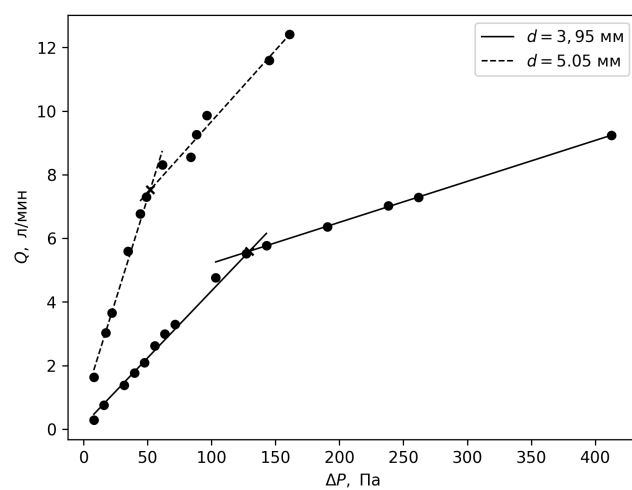


Рис. 2: Зависимость расхода воздуха от перепада давления

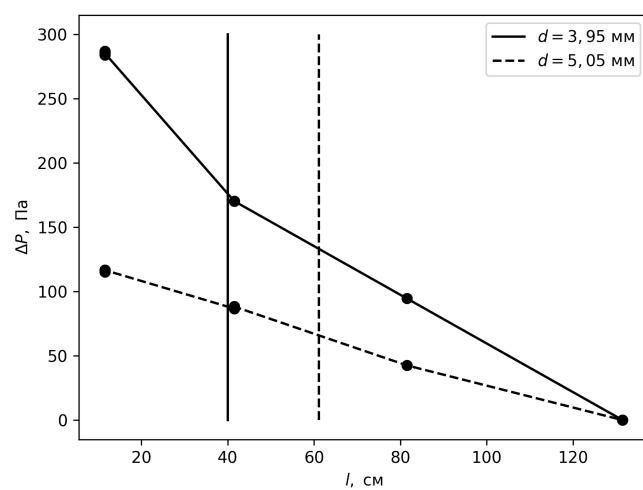


Рис. 3: Распределение давления газа вдоль труб



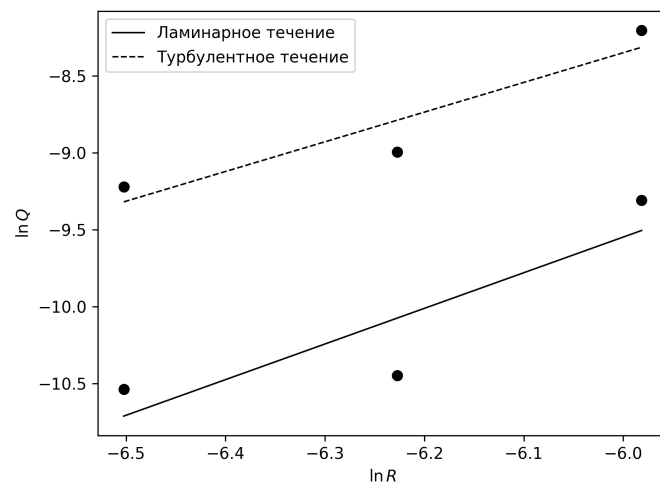


Рис. 4: Зависимость  $\ln Q(\ln R)$