1. Работы присылать i.krasnopolsky@bmstu.ru.
2. Скачать данные:

https://mail.bmstu.ru/~i.krasnopolsky@bmstu.ru/GraceProject/test%20sp3%20routine.py

https://mail.bmstu.ru/~i.krasnopolsky@bmstu.ru/GraceProject/ESA0OPSFIN_20230820000_01D_05M_ORB.SP3

https://mail.bmstu.ru/~i.krasnopolsky@bmstu.ru/GraceProject/GNV1B_2023-03-23_C_04.txt

https://mail.bmstu.ru/~i.krasnopolsky@bmstu.ru/GraceProject/GPS1B_2023-03-23_C_04.txt

3. Работы присылать в таком виде, чтобы была возможность открыть в IDLE. Должна формироваться текстовая таблица с исходными данными для графиков.
4. Для работы нужно выбрать массив данных, начиная с (3600 + (N-1)*5400) по (3600 + N*5400). N=1…14.
5. Нечетные варианты выбирают сигнал C/A и параметры для полинома window =2 degree=4
6. Четные сигнал P(L1) и параметры для полинома window =5 degree=10
7. Графики: ошибки псевдодальностей, модуль ошибки по координатам 1σ по времени, модуль ошибки по координатам 1σ от географической широты, GDOP по времени.
8. На защиту предоставляется листинг программы из п.2 и графики, распечатки.

Для допуска к зачету, посчитать ошибку координат, только с ошибками часов НКА.

Для зачета автоматом: реализовать и показать влияние ионосферы, релятивистских поправок, фазовое сглаживание (Хатч-фильтр).

Алгоритм решения:

1. Получить интерполяционные полиномы для всех НКА.
2. GPSTIME= 630763200+GRACE_TIME
3. Получить из интерполированных данных положения всех навигационных спутников, на момент излучения, задержку на время распространения сигнала брать примерно, как (Хнка-Xgnv)/c.
4. Учесть разворот разворот СК по формуле

Removing the Sagnac effect involves using a rotation matrix to transform each satellite's ECEF coordinates at time of transmission into the ECEF coordinates at time of arrival. During the time the signal from the kth satellite propagates to the receiver, $\tau_{\text{prop}}^{(k)}$, the Earth has rotated by an angle $\phi_{\text{Earth}}^{(k)} = \tau_{\text{prop}}^{(k)}\Omega_e$, where Ω_e is the Earth rotation rate, with value provided in the signal's ICD. The ECEF coordinates of the kth satellite at time of transmission $[x_k^{\text{TOT}}\ y_k^{\text{TOT}}\ z_k^{\text{TOT}}]^T$, are rotated into ECEF coordinates at time of arrival $[x_k^{\text{TOA}}\ y_k^{\text{TOA}}\ z_k^{\text{TOA}}]^T$ by

$$\begin{bmatrix} x_k^{\text{TOA}} \\ y_k^{\text{TOA}} \\ z_k^{\text{TOA}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi_{\text{Earth}}^{(k)} & \sin\phi_{\text{Earth}}^{(k)} & 0 \\ -\sin\phi_{\text{Earth}}^{(k)} & \cos\phi_{\text{Earth}}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^{\text{TOT}} \\ y_k^{\text{TOT}} \\ z_k^{\text{TOT}} \end{bmatrix} \tag{20.16}$$

Ω= 7.2921151467 x 10-5

5. Откорректировать псевдодальности на ошибку часов спутника (ионосферу, релятивистскую поправку

Пусть известно начальное приближение $\bar{X}_0$ вектора $\bar{X}$. Тогда для псевдодальности i-го НС справедливо равенство

$$PR_i + c\tau = \sqrt{\left(\bar{X}_i - \bar{X}_0 - \Delta\bar{X}\right)^T \left(X_i - \bar{X}_0 - \Delta\bar{X}_0\right)}, \tag{6.18}$$

где $\Delta\bar{X}$ – искомая ошибка начального приближения $\bar{X}_0$.

При малых значениях ошибки $\Delta\bar{X}$ ($|\Delta\bar{X}| << |\bar{X}_i|$) уравнение (6.18) можно преобразовать к виду:

$$PR_i - D_{0i} = -\frac{\left(\bar{X}_i - \bar{X}_0\right)^T}{D_{0i}}\Delta\bar{X} - c\tau, \tag{6.19}$$

где D_0 – нулевое приближение дальности до НС, рассчитанное через нулевое приближение $\bar{X}_0$.

Для n НС можно записать систему из n уравнений, аналогичных уравнению (6.19):

$$\begin{aligned} PR_1 - D_{01} &= -\frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_0\right)^T}{D_{01}}\Delta\bar{X} - c\tau \\ &- - - - - - - - - - - - - - - - - - \\ PR_n - D_{0n} &= -\frac{\left(\bar{X}_n - \bar{X}_0\right)^T}{D_n}\Delta\bar{X} - c\tau \end{aligned} \tag{6.20}$$

Введем обозначения:

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} PR_1 - D_{01} \\ - - - - - \\ PR_n - D_{0n} \end{pmatrix}$$ – n-мерный вектор измерений;

$$B=-\begin{pmatrix} \frac{\left(\bar{X}_1-\bar{X}_0\right)^T}{D_1} & 1 \\ ---------- & \\ \frac{\left(\bar{X}_n-\bar{X}_0\right)^T}{D_n} & 1 \end{pmatrix}$$ – матрица направляющих косинусов на НС размерности n×4;

$$\Delta\bar{\xi}=\begin{pmatrix}\Delta\bar{X}\\ c\tau\end{pmatrix}$$ – искомый вектор.

С учетом введенных обозначений система уравнений (6.20) может быть представлена в виде:

$$\bar{U}=-B\,\Delta\bar{\xi} \tag{6.21}$$

Решение уравнения (3.66) имеет вид:

$$\Delta\bar{\xi}^*=-\left(B^TB\right)^{-1}B^T\bar{U} \tag{6.22}$$

Решение (3.67) существует, если существует матрица $\left(B^TB\right)^{-1}$, то есть, если $det\left(B^TB\right)\neq 0$.

Необходимым условием существования решения (6.22) является наличие в созвездии НС, по которым выполняются измерения, не менее 4-х спутников.

Решение (6.22) дает первую итерацию определения вектора $\Delta\bar{\xi}$, по которой определяется первое приближение вектора $\bar{X}$ и τ :

$$\begin{aligned}\bar{X}^1&=\bar{X}_0^*+\Delta\bar{X}\\ \tau^1&=\frac{c\tau^*}{c}\end{aligned} \tag{6.23}$$

Подставив значение первого приближения векторов $\bar{X}^1$ и τ^1 в первоначальную систему уравнений, по тому же алгоритму (6.23) получим второе приближение $\bar{X}^2,\bar{\tau}^2$.

Завершается итерационный процесс тогда, когда

$$\left|\bar{X}^i\right|+\left|c\tau^i\right|-\left|X^{i+1}\right|-\left|c\tau^{i+1}\right|<\varepsilon$$

Значение ε обычно выбирается величиной 0,5–1 м.

Неудобством рассмотренного алгоритма является необходимость знания начального приближения вектора координат $\bar{X}_0$, которое часто бывает неизвестным.

В качестве первого приближения можно использовать, например, нулевой вектор ($X_0=0$), однако в этом случае, как отмечалось выше, детерминант матрицы B^TB, будет близок к нулю и решение может разойтись.

Удобно в качестве нулевого приближения использовать точку на поверхности Земли, лежащую на одном из векторов $\bar{X}_i$ координат НС видимого созвездия. В этом случае вектор начального приближения определяется по формуле:

$$\bar{X}_0 = R_З \frac{\bar{X}_i}{\left|\bar{X}_i\right|} \qquad (6.24)$$

При таком начальном приближении алгоритм сходится очень быстро. Несмотря на большую начальную погрешность нулевого приближения, обычно достаточно 3-5 итераций для завершения счета.

При наличии ошибок измерений псевдодальностей возникают ошибки в определении вектора $\Delta\bar{\xi}^*$, величина которой пропорциональна ошибкам измерений. Но эти ошибки также зависят от того, насколько хорошо обращается матрица $B^T B$. Критерием такой обращаемости мог бы служить ее детерминант. Чем больше детерминант, тем лучше обращаемость, тем меньше ошибки определений координат и времени при одних и тех же ошибках измерений псевдодальности. Однако в мировой практике введен другой параметр, характеризующий обращаемость матрицы $B^T B$ – так называемый *GDOP – Geometric Dilution of Precision* (по-русски – геометрический фактор), который равен:

$$GDOP = \sqrt{trace\left(B^T B\right)^{-1}}\,, \qquad (6.25)$$

где $trace(\ )$ – обозначение следа матрицы, заключенной в скобках.

В навигационных приемниках решение считается достоверным, если $GDOP < GDOP_0$, где $GDOP_0$ – пороговое значение, обычно лежащее в диапазоне: $5 \le GDOP_0 \le 10$.