

Constantin Lazari

24. Oktober 2013

1. Ist das Potenzieren ($f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$) bzw. das Wurzelziehen ($f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$) einer reellen Zahl x gut oder schlecht konditioniert? Begründen Sie! Was hat das für Auswirkungen auf die Auswertung von Polynomen für grosse n ?

(a) Potenzieren

Lösung:

$$\begin{aligned} K &= \frac{f(x)}{f'(x)} \cdot x \\ &= \frac{x^n}{n \cdot x^{n-1}} \cdot x = \frac{x^n}{n \cdot x^n \cdot x^{-1}} \cdot x = \frac{x^2}{n} \end{aligned}$$

Je grösser n , desto kleiner wird K . Somit ist es gut konditioniert, und grössere Polynome lassen sich besser auswerten als kleine.

(b) Wurzelziehen

Lösung:

$$\begin{aligned} K &= \frac{f(x)}{f'(x)} \cdot x \\ &= \frac{x^{1/n}}{1/n \cdot x^{1/n-1}} \cdot x = \frac{x^{1/2}}{1/n \cdot x^{1/n} \cdot x^{-1}} \cdot x = n \cdot x^2 \end{aligned}$$

Je grösser n , desto grösser wird K . Somit ist es schlecht konditioniert, und grössere Wurzel lassen sich nur ungenau berechnen.