1. INTEGRAIS
a. INTEGRAL INDEFINIDA: CONCEITOS E PROPRIEDADES

PRIMITIVA DE UMA FUNÇÃO

Seja f uma função definida num intervalo I, a primitiva da função f é uma função F definida no intervalo I que assume a seguinte condição para todo x em I:

$$F'(x)=f(x)$$

Seja o seguinte exemplo, para a função f(x) = x, a sua primitva será:

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2$$

Dado que: $$F'(x)=[\frac{1}{2}x^2]'=x=f(x)$$

Observe que, para toda constante c, $G(x)=\frac{1}{2}x^2+c$ é também primitiva de f(x) = x.

CONCEITO DE INTEGRAL INDEFINIDA

- Sendo F uma primitiva de f em I, então, para toda constante c, F(X) + c é, também, primitiva de f.
- Se duas funções têm derivadas iguais num intervalo, elas diferem, neste intervalo, por uma constante.
- Segue que as primitvas de f em I são as funções da forma F(x) + c, com c constante, em forma de uma expressão do conjunto de família das primitivas teremos:

$$y=F(x)+c, c\ constante.$$

- Notação que expressa a família das primitivas de f:

$$\int f(x)dx=F(x)+c$$

onde na notação $\int f(x)dx$ a função f denomina-se integrando, sendo que essa mesma notação é comumente referida como integral indefinida de f.

Observação.

O domínio da função f que ocorre em $\int f(x)dx$ de.verá ser sempre um intervalo, nos casos em que o domínio não for mencionado ficará implícito que se trata de um intervalo.

PROPRIEDADES DAS INTEGRAIS

- $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx, k\, é\, uma\, constante$
- $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
- $F(x) = \int f(x) dx$
- $\int_a^b c f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx, c\, é\, uma\, constante$
- $\int_a^b f(x) \pm g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$
- $\int_a^a f(x) dx = 0$
- $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$
- $\int_a^b c\, dx = c(b-a)$
- $Se\, f(x) \geqslant 0\, em\, a \leqslant x \leqslant b\, então \int_a^b f(x) dx \geqslant 0$
- $Se\, f(x) \geqslant g(x)\, em\, a \leqslant x \leqslant b\, então \int_a^b f(x) dx \geqslant \int_a^b g(x) dx$