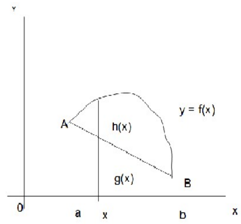
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA - DCET I

LICENCIATURA EM FÍSICA
FI0023 - CÁLCULO II APLICADO À FÍSICA



f(x) = g(x)+h(x)

g(x) = f(a)+[(f(b)-f(a))/(b-a)].(x-a)

PRIMITIVAS

1. Um físico lança um objeto de uma torre e conhecendo a velocidade da partícula ele deseja saber a posição em um dados instante.

2. Um Engenhairo que pode determinar a taxa de variação segundo a qual a água escoa para um tanque deseja saber qual o volume total escoado apços um certo tempo.

Em cada caso acima, o problema é encontrar uma função F, cuja derivada é uma função f conhecida. Se a função F existir ela é denominada de primitiva de f.

DEFINIÇÃO
Uma função F é denominada uma primitiva de f num intervalo I se F'(x) = f(x)para todo x em I.

O TEOREMA DO VALOR MÉDIO pode ser usado para estabelecer alguns dos fatos básicos do cálculo diferencial.

TEOREMA
Se f ' (x) = 0 para todo o x em um intervalo (a,b), então f é constante em (a,b).

Prova
i) Sejam x_1 e x_2 dois números quaisquer em (a,b), sendo $x_1 < x_2$
ii) Como f é derivável em (a,b) <=> derivável em (x_1, x_2)
iii) Aplicando o TVM a f no intervalo $[x_1, x_2]$

$$f(x_2) - f(x_1) = f'(c)(x_2 - x_1)$$

Uma vez que $f'(x) = 0$ para todo x temos que $f'(c) = 0$ e $f(x_2) - f(x_1) = f'(c)(x_2 - x_1) = 0$ ou $f(x_2) = f(x_1)$ <=> f é constante.

Corolário
Se $f'(x) = g'(x)$ para todo x num intervalo (a , b), então $f - g$ é constante em $[a, b]$; isto é

$$f(x) = g(x) + c$$

onde c é uma constante.

Prova
Seja

$$F(x) = f(x) - g(x)$$

então

$$F'(x) = f'(x) - g'(x) = 0$$

para todo x em (a , b).
Pelo TVM então => F é constante.
Logo, $f - g$ é constante.

Pelo TVM se duas funções tem derivadas identicas em um itervalo, então elas devem diferir por uma constante.
Assim, se F e G são duas primitivas quaisquer de f, então

$$F'(x) = f(x) = G'(x)$$

Logo,

$$G(x) - F(x) = c$$

onde c é uma constante.

Teorema
Se F é uma primitiva de f em um intervalo I, então a primitiva mais geral de f em I é

$$F(x) + c$$

onde c é uma constante.

b^x

TABELA DE FÓRMULAS DE DERIVADAS	TABELA DE FÓRMULAS DE PRIMITIVAS	
$\frac{d}{dx}(c) = 0$	$cf(x)$	$cF(x)$
$cf' = cf'$	$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$

$(f\,.\,g)' = f\,.\,g' + g\,.\,f'$	$x^n \ldots para \ldots (n \ddagger 1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{d}{dx}(x^n) = n\,.\,x^{n-1}$	$\frac{1}{x}$	$\ln(\lvert x\rvert)$
$(f+g)' = f' + g'$	e^x	e^x
$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{g.f' - g'.f}{g^2}$	b^x	$\frac{b^x}{\ln(b)}$
$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$(f-g)' = f' - g'$	$\sin(x)$	$-\cos(x)$
	$\sec^2 x$	$\tan(x)$
	$\sec(x)\,.\,\tan(x)$	$\sec(x)$
	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sin^{-1}(x)$
	$\frac{1}{1+x^2}$	$\tan^{-1}(x)$
	cosh x	sinh x
	sinh x	cosh x

BIBLIOGRAFIA BÁSICA:

G.B. Thomas, R. L. Finney, M. D. Weir, F. R. Giordano. Cálculo, Volumes 1 e 2. Editora Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2002.

W. E. Boyce, R. C. Di Prima. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, Editora LTC, Rio de Janeiro, 1996.

M. Munen, D. Foulis. Cálculo, Volume 1. Editora LTC, Rio de Janeiro, 1982.

H. L. Guidorizzi. Um Curso de Cálculo, Volume 1. Editora LTC, Rio de Janeiro, 2001.

D. M. Flemming, M. B. Gonçalves. Cálculo A: Funções, limites, derivação e integração. Editora Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2007.

N. Piskunov. Cálculo Diferencial e Integral, Volumes 1 e 2. Editora livraria Lopes da Silva, Porto, 1986.

Colegiado de Licenciatura em Física
Rua Silveira Martins nº 2555 - Cabula
Salvador - BA - 41150-000
Fone / Fax: (71) 3117 2312
E-mail: lnvandrade@uneb.br

Home