UCEMA

INGENIERÍA EN INFORMÁTICA

Exámen - 17 de Febrero de 2021

IMPORTANTE: La justificación es fundamental y debe estar presente en cada ejercicio con rigor matemático.

1. Determinar y graficar la imagen de la función

$$f(z) = \left(\frac{3T - 1}{S}\right)e^z + 1 + i$$

con z que es el segmento que va desde 0 hasta 4i, cuando es transformada mediante la función

$$g(z) = \frac{z(1+i)+2}{2z+(1-i)}$$

Determinar claramente la ubicación de la imagen de los siguientes puntos A = (0+1i) y B = (0+3i).

2. Calcular (si existe)

$$\lim_{z \to i} \frac{z \Re(iz) + (3T - 2S) i}{i - z}$$

En caso de no existir, justificar **por qué no existe**, y de ser posible dar un contraejemplo.

3. Determinar la derivabilidad de la función

$$f(z) = \left(\frac{2S+1}{3T}\right) \Re(\overline{z})^2 + i\Im(z)^2$$

4. Calcular, por el camino indicado en la figura 1, la siguiente integral:

$$\oint_C \frac{z-2}{z^2 - \left(\frac{3T-1}{S}\right)z + 2} \,\mathrm{d}z$$

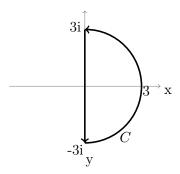


Figura 1

5. Encontrar el desarrollo en serie de Laurent centrado en $z=-\left(\frac{2S+1}{3T}\right)$ de la función

$$w(z) = \frac{z+i}{z^2 + 2 \ z - 8}$$