1. $f(-i)$
2. $f(2-i)$
3. $f(3+2i)$
4. $f(2e^{\frac{3\pi}{4}i})$
5. $f(e^{-\pi i})$

1. $f(i)$
2. $f(2+i)$
3. $f(2e^{-\frac{\pi}{3}i})$
4. $f(\frac{1}{z})$

1. Definiendo $z = (x+iy)$, $w = (u+iv)$ encontrar las expresiones
   a) $u(x,y) =$
   b) $v(x,y) =$
2. Definiendo $z = re^{\alpha i}$, $w = \rho e^{\varphi i}$ encontrar las expresiones
   a) $\rho(r,\alpha) =$
   b) $\varphi(r,\alpha) =$
3. Encontrar y graficar el conjunto de complejos $z = (x+iy)$ en el plano Z cuya imagen sea:
   a) $w = (u+iv)$ con $u = c_1 > 0$
   b) $w = (u+iv)$ con $u = c_1 < 0$
   c) $w = (u+iv)$ con $v = c_2 > 0$
   d) $w = (u+iv)$ con $v = c_2 < 0$
4. Encontrar y graficar la imagen de las siguientes regiones definidas en el plano Z
   a) $z = re^{i\varphi}$ para $0 < z < 2$ y $0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$
   b) $z = re^{i\varphi}$ para $0 < z < 2$ y $\pi < \varphi < \frac{5\pi}{4}$

1. Si definimos $w = \rho e^{i\varphi} = f(z)$, con $z = (x+iy)$ encuentre la expresiÃ^3nde

    2. $\rho = \rho(x, y)$

    3. $\varphi = \varphi(x, y)$

Encontrar los valores de z que verifican las siguientes ecuaciones. Graficar

1. $e^z = -1$
2. $e^z = -2$
3. $e^z = 1 + i\sqrt{3}$
4. $e^{2z-1} = 1$

Encontrar y graficar la imagen de las siguientes regiones definidas en el plano Z

1. $z = (x + iy)$ con $x = c_1 > 0$
2. $z = (x + iy)$ con $y = c_2 < 0$

Encontrar y graficar la imagen de la regiÃ$^3nrectangulardefinidaenelplanoZporlasrectas$x=a, x=b$con$ a<b ,y=c, y=dconc<d.

1. Encontrar los valores de w que verifiquen

    a) $e^w = -1 - i\sqrt{3}$
    b) $e^w = 1$
    c) $e^w = -ei$

1. Si $w = (u + iv) = cos(z) = cos(x + iy)$ desarrollar para encontrar las expresiones de $u(x, y), v(x, y)$.
   Recordar que $cos(z) = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$.

2. Con las expresiones del punto anterior, verificar que cuando $z = x + i0$, es decir un nÃºmero real, se verifica que w tambiÃ©n es real y de valor $w = cos(x)$

3. Encontrar la imagen a travÃ©s de $f(z) = cos(z)$ de una recta horizontal $z = x + ia$. Graficar y analizar

4. Encontrar la imagen a travÃ©s de $f(z) = cos(z)$ de una recta vertical $z = b + iy$. Graficar y analizar

5. Usando los resultados de los puntos anteriores, encontrar la imagen de una rectangulo definido por las rectas $x = a, x = b, y = c, y = d$ con $a < c < b < d$. Graficar

6. Usando los resultados del punto anterior, encontrar la imagen de un rectangulo definido por las rectas $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = c, y = d$, con $c < d$. Graficar

1. Utilizando la funciÃ^3$ncompleja$w=f(z)=z^2 encontrar la regiÃ^3$nenelplano$Z$cuyaimagenese$ u=2, v=1,yv=2.$Mapearlaregi^3nenelplano$Z$definidapor$z=re$^{i\varphi}$ para $0 < z < 2$ y $0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$ utilizando las funciones:

2.
   a) $w = z^3$
   b) $w = z^4$

3. Graficar la imagen en el plano W de los siguientes conjuntos, utilizando la funciÃ^3nw=z^2. Realizar el grafico de ambos conjuntos
   a) la recta de puntos $z = (x + iy)$ con $x = cte > 0$
   b) la recta de puntos $z = (x + iy)$ con $y = cte > 0$
   c) la recta de puntos $z = (x + iy)$ con $x = y$

4. Realizar los ejercicios del punto 6 para $sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2}$

1. Encontrar el conjunto imagen de las siguientes rectas:
   a) $z = (x + iy)$ con $x = c_1 > 0$ - recta vertical
   b) $z = (x + iy)$ con $x = c_1 < 0$ - recta vertical
   c) $z = (x + iy)$ con $y = c_2 > 0$ - recta horizontal
   d) $z = (x + iy)$ con $y = c_2 < 0$ - recta horizontal

2. Encontrar y graficar en que se transforma el semiplano A defindo por $A = \{z \in C 0 < c_1 \leq \Re(z)\}$

3. Encontrar y graficar la imagen del cuadrante definido por $z \in C x > 1 \wedge y > 0$

1. Encontrar la transformaciÃ^3$nbilinealquemapealospuntos$z$_1 = 2, z_2 = i, z_3 = -2$ en los puntos $w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$. Graficar

2. Un punto fijo en una transformaciÃ^3nw=f(z)$esunpunto$z$_0$ donde se cumple $f(z_0) = z_0$. Las transformaciones bilineales tienen como mÃ¡ximo 2 puntos fijos.

   - Encontrar los puntos fijos de las transformaciones:
     a) $w = \frac{z-1}{z+1}$
     b) $w = \frac{6z-9}{z}$
   - Para la transformaciÃ$^3ndelpuntoanterior$w=6z-9$_{\overline{z}}$, encontrar en que se mapea el interior de la regiÃ$^3ndelimitadaporelconjunto$A=$\{z = (e^{i\varphi} + 3), 0 \leq \varphi < 2\pi\}$. Graficar
   - Para la transformaciÃ$^3ndelpuntoanterior$w=6z-9$_{\overline{z}}$, encontrar en que se mapea el segmento $S = [-i, i]$. Graficar

3. Toda transformaciÃ$^3nbilineal$w = az + b$_{\overline{cz+d}}$ puede descomponerse en 4 transformaciones aplicadas en secuencia:

   - $f_1(z) = z + \frac{d}{c}$, traslaciÃ^3nend$_{\overline{c}}$
   - $f_2(z) = \frac{1}{z}$, inversiÃ^3nf$_3(z) = \frac{bc-ad}{c^2}z$, homotecia y rotaciÃ$^3n$
   - $f_4(z) = z + \frac{a}{c}$, traslaciÃ^3nena$_{\overline{c}}$

   a) Descomponer la transformaciÃ$^3nbilineal$w = i(1-z)$_{\overline{1+z}}$.
   b) Transformar la circunferencia de radio $r = 1$ centrada en el origen. En cada paso graficar e indicar las imÃ¡genes de los puntos $A = 1, B = i, C = -1, D = -i$.

c) Encontrar y graficar la imagen de la regiÃ$^3ninterioralacircunferencia$.

4. Graficar la regiÃ$^3nqueseencuentradentrodeldisco|z-2| < 2$ y fuera del cÃrculo $|z-1| = 1$

   a) Encontrar la imagen de dicha regiÃ$^3ncuandoestransformadapor$w=-iz+4i$_{\overline{z}}$

b) Graficar, indicando las imÃ¡genes de puntos caracterÃsticos del contorno de la regiÃ^3n.

5. Encontrar la transformaciÃ$^3nbilinealquemapealospuntos$z$_1 = 1, z_2 = i, z_3 = -1$ en los puntos $w_1 = 0, w_2 = 1, w_3 = \infty$. Graficar

- Encuentra y grafica la imagen del interior del triangulo definido por z_1, z_2, z_3

6. Encontra la imagen del primer cuadrante $x0, y0$ mediante la transformaciÃ^3nw = z-1$\frac{}{z+1}$.

   - Encuentra y grafica la imagen del interior del triangulo definido por $z_1 = i, z_2 = 1, z_3 = 0$