

3 de febrero de 2019

To Whom It May Concern:

I am writing to submit my application for the Maria de Maeztu Master Internships Programme for 2019. I am currently a student at the Master's degree in Advanced Mathematics and Mathematical Engineering offered by the Universitat Politècnica de Catalunya. I graduated from the University of Zaragoza in a Degree of Mathematics with various honours marks in subjects related to algebra, discrete mathematics and geometry. I have participated in several math, physics and chemistry competitions since secondary school and got good results in most of them. I came to know about the math masters programs offered here, in Barcelona, because of a friend from those competitions, and I became interested.

My interest in research originated in secondary school, where I developed a strong liking and predisposition for creative and intellectual activities. Eventually I decided to study math because I believe that it allows oneself to solve interesting, meaningful problems in creative ways. My main areas of interest are logic, discrete mathematics and algebra, as well as their applications in other fields, particularly computer science. Recently, I got the opportunity to work on a master's thesis project under the supervision of Marc Noy Serrano, involving original research on logic, discrete mathematics and probability. I am very motivated by this project and I think it is a great chance for me to get more involved with research and to work hard doing things I enjoy.

Yours Faithfully,

Lázaro Alberto Larrauri Borroto

---

# First order logic of sparse hypergraphs

Master's thesis proposal for Fall-2019

Lázaro Alberto Larrauri Borroto

---

The goal of this project is to generalize, if possible, the results obtained by James F. Lynch in [3] about the first-order logic of random graphs to the framework of uniform random hypergraphs. A motivation for that field of research is the possibility of studying very large relational structures, as graphs, by means of analyzing their ‘typical’ properties. These structures are of interest because they appear in a great variety of places, ranging from social networks to biology, but the analysis of very large individual graphs, for example, is a difficult task. Instead, the aforementioned approach has proven to be a useful tool.

Going into further detail, in [3] are studied the limit properties of a certain model of random graphs under first-order logic. This model  $\mathcal{G}(n, p)$  is one where a graph with  $n$  vertices is chosen randomly in such a way that each pair of vertices is joined by an edge with probability  $p$  independently. In other words, for any given graph  $G$  with  $n$  vertices and  $m$  edges, the probability of obtaining  $G$  in  $\mathcal{G}(n, p)$  is  $p^m(1-p)^{\binom{n}{2}-m}$ . To describe these graphs one can use the first order language which is provided with only one binary relation. This way, the variables in this language represent vertices of the graph, while the binary relation represents the existence or non-existence of an edge between two vertices. A sentence like  $\forall x_1, x_2 (\neg(x_1 = x_2) \implies \exists x_3 (\neg(x_3 = x_1) \wedge \neg(x_3 = x_2) \wedge R(x_1, x_3) \wedge R(x_2, x_3)))$  can be interpreted as ‘for any pair of different vertices  $x_1, x_2$  there exists third one  $x_3$  that is adjacent to  $x_1$  and  $x_2$ ’. Thus, given a sentence  $\phi$  in this language one can talk about the probability of  $\phi$  being satisfied in  $\mathcal{G}(n, p)$ , i.e.  $Pr(\mathcal{G}(n, p) \models \phi)$ , or even about the limit of this probability when  $n$  tends to infinity- which may or may not exist. One of the first important results in this area is the Zero-One Law of random graphs, which states that for any constant  $p$ , and any first-order sentence  $\phi$ , the limit  $\lim_{n \rightarrow \infty} Pr(\mathcal{G}(n, p) \models \phi)$  always exists and it is either zero or one.

If one wants the graphs in  $\mathcal{G}(n, p)$  to typically contain fewer edges one can consider  $p$  as a decreasing function on  $n$ . For the particular case of  $p = \frac{\beta}{n}$ , James F. Lynch proved in 1992 [3] that the limit  $\lim_{n \rightarrow \infty} Pr(\mathcal{G}(n, \frac{\beta}{n}) \models \phi)$  always existed, even though one can no longer assure that it is zero or one. He also showed that this limit has good properties when seen as a function on  $\beta$ , proving that it is an analytic function, and that its values are elementary functions associated to the parameters of certain Poisson distributions.

In this Master's thesis project the aim is to generalize these results to the model of random uniform hypergraphs  $\mathcal{H}^k(n, p)$ . In this model one consider hypergraphs- graph-like structures where each edge can join an arbitrary number of vertices- where each edge contains exactly  $k$  vertices and the probability of any  $k$  of them being joined by some edge is  $p$  independently. Analogously to the case of  $\mathcal{G}(n, p)$ , one can describe these hypergraphs using the first order language provided only with one  $k$ -ary relation. We will also try to determine the closure of the set of limiting probabilities as in [1] in a related problem.

To reach the goal of this project a good understanding of Lynch's techniques, as well as of the model  $\mathcal{H}^k(n, p)$  will be required. Among those techniques there are tools from finite model theory, namely the Ehrenfeucht-Fraissé games (see chapter 3, [2]), and involved combinatorial arguments which need to be translated to this model of random hypergraphs.

## Referencias

- [1] HEINIG, P., MÜLLER, T., NOY, M., AND TARAZ, A. Logical limit laws for minor-closed classes of graphs. *Journal of Combinatorial Theory, Series B* 130 (2018), 158–206.
- [2] LIBKIN, L. *Elements of finite model theory*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [3] LYNCH, J. F. Probabilities of sentences about very sparse random graphs. *Random Structures & Algorithms* 3, 1 (1992), 33–53.



## Letter of commitment for supervising a Master Thesis

Barcelona, January 31th, 2019

I certify that Alberto Larrauri has registered for the Master Thesis under my supervision with the title "First order logic of sparse hypergraphs".

Marc Noy  
Master in Advanced Mathematics and Mathematical Engineering  
Universitat Politècnica de Catalunya

## CERTIFICADO ACADÉMICO OFICIAL (nº 649)

D<sup>a</sup> MARÍA LUISA SARSA SARSA, Profesora Secretaria de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza,

### CERTIFICA:

Que según los documentos que se encuentran en esta Secretaría, **D. LÁZARO ALBERTO LARRAURI BORROTO**, natural de Madrid, con DNI 47034773A, accedió a la universidad mediante la prueba de acceso realizada en la Universidad de Zaragoza, siendo su nota de acceso 8,456 en Septiembre de 2014 y ha cursado, en el plan de estudios conducente al título oficial de **Graduado en Matemáticas** (según el Plan de estudios publicado en Boletín Oficial del Estado del 7 de febrero de 2011), las siguientes asignaturas:

Asignatura	Año académico	Calificación
<b>27000 Álgebra lineal</b> 13,5 créditos (Formación básica, Primer curso) Rama de conocimiento: Ciencias	2014/15	9,5 Matricula de honor
<b>27001 Análisis matemático I</b> 13,5 créditos (Formación básica, Primer curso) Rama de conocimiento: Ciencias	2014/15	7,7 Notable
<b>27002 Física general</b> 12,0 créditos (Formación básica, Primer curso) Rama de conocimiento: Ciencias	2014/15	7,5 Notable
<b>27003 Informática I</b> 9,0 créditos (Formación básica, Primer curso) Rama de conocimiento: Ingeniería y	2014/15	9,0 Sobresaliente
<b>27004 Números y conjuntos</b> 6,0 créditos (Formación básica, Primer curso) Rama de conocimiento: Ciencias	2014/15	8,5 Notable
<b>27005 Grafos y combinatoria</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Primer curso)	2014/15	9,0 Matricula de honor
<b>27006 Análisis matemático II</b> 15,0 créditos (Obligatoria, Segundo curso)	2015/16	6,3 Aprobado
<b>27007 Análisis numérico I</b> 9,0 créditos (Obligatoria, Segundo curso)	2015/16	9,5 Sobresaliente
<b>27008 Topología general</b> 9,0 créditos (Obligatoria, Segundo curso)	2015/16	8,2 Notable
<b>27009 Ecuaciones diferenciales ordinarias</b> 9,0 créditos (Obligatoria, Segundo curso)	2016/17	9,0 Sobresaliente
<b>27010 Geometría lineal</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Segundo curso) Realizada en Inglés	2015/16	9,7 Matricula de honor

CSV: 8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8

Firmado electrónicamente por

LUIS TEODORO ORIOL LANGA  
MARIA LUISA SARSA SARSA  
MARIA ESTER MENDI SERRANO

Organismo: Universidad de Zaragoza

Cargo o Rol

Decano de la Facultad de Ciencias  
Profesora Secretaria de la Facultad de Ciencias  
Funcionaria Secretaría Facultad de Ciencias

Página: 1 / 3

Fecha

16/10/2018 17:55  
16/10/2018 19:36  
17/10/2018 08:44



Copia autentica de documento firmado digitalmente. Puede verificar su autenticidad en <http://valide.unizar.es/csv/8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8>

8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8



8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8

Copia autentica de documento firmado digitalmente. Puede verificar su autenticidad en <http://valide.unizar.es/csv/8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8>

Asignatura	Año académico	Calificación
<b>27011 Estructuras algebraicas</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Segundo curso) Realizada en Inglés	2015/16	8,6 Notable
<b>27012 Introducción a la probabilidad y la estadística</b> 6,0 créditos (Formación básica, Segundo curso) Rama de conocimiento: Ciencias	2015/16	7,0 Notable
<b>27013 Geometría de curvas y superficies</b> 10,5 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	7,5 Notable
<b>27014 Variable compleja</b> 9,0 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	8,0 Notable
<b>27015 Análisis numérico II</b> 9,0 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	8,8 Notable
<b>27016 Cálculo de probabilidades</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	5,0 Aprobado
<b>27017 Teoría de Galois</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Tercer curso) Realizada en Inglés	2016/17	8,0 Notable
<b>27018 Investigación operativa</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	7,4 Notable
<b>27019 Estadística matemática</b> 7,5 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	5,5 Aprobado
<b>27020 Ecuaciones en derivadas parciales</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Tercer curso)	2016/17	5,0 Aprobado
<b>24900 Idioma moderno Inglés B1</b> 2,0 créditos (Obligatoria, Cuarto curso) Reconocida a partir de: - Cursados y superados 18 créditos en inglés (Apto) Realizada en: Universidad de Zaragoza.	2017/18	Apto
<b>27021 Integral de Lebesgue</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Cuarto curso)	2017/18	6,8 Aprobado
<b>27022 Modelización matemática</b> 6,0 créditos (Obligatoria, Cuarto curso)	2017/18	8,4 Notable
<b>27023 Trabajo fin de Grado: Introducción a la Teoría de Esquemas</b> 10,0 créditos (Trabajo fin de Grado, Cuarto curso)	2017/18	5,1 Aprobado
<b>27034 Análisis funcional</b> 6,0 créditos (Optativa, Cuarto curso)	2017/18	9,2 Sobresaliente
<b>27035 Análisis de Fourier</b> 6,0 créditos (Optativa, Cuarto curso)	2017/18	7,1 Notable
<b>27040 Topología de superficies</b> 6,0 créditos (Optativa, Cuarto curso)	2017/18	8,3 Notable
<b>27041 Variedades diferenciables</b> 6,0 créditos (Optativa, Cuarto curso)	2017/18	8,0 Notable
<b>27043 Curvas algebraicas</b> 6,0 créditos (Optativa, Cuarto curso)	2017/18	9,3 Matricula de honor
<b>27045 Álgebra aplicada y computacional</b> 6,0 créditos (Optativa, Cuarto curso)	2017/18	6,0 Aprobado

CSV: 8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8	Organismo: Universidad de Zaragoza	Página: 2 / 3	
Firmado electrónicamente por	Cargo o Rol	Fecha	
LUIS TEODORO ORIOL LANGA	Decano de la Facultad de Ciencias	16/10/2018 17:55	
MARIA LUISA SARSA SARSA	Profesora Secretaria de la Facultad de Ciencias	16/10/2018 19:36	
MARIA ESTER MENDI SERRANO	Funcionaria Secretaría Facultad de Ciencias	17/10/2018 08:44	

## CUADRO RESUMEN DEL EXPEDIENTE

El número total de asignaturas superadas que se relacionan en esta certificación es de 31 con un total de 240 créditos desglosados de la siguiente forma:

Créditos por tipo	Superados	Necesarios titulación
Formación básica	60,0	60,0
Obligatoria	134,0	134,0
Optativa	36,0	36,0
Trabajo fin de Grado	10,0	10,0
Hitos Académicos	Superado	Nota media
- Graduado en Matemáticas	SI	2,17*/ 7,76**
Baremación global de las asignaturas relacionadas en este certificado		
2,17*/ 7,76**		

\*Según el R.D. 1497/1987 de 27 de noviembre, modificado por el punto 4 del apartado 13 (anexo I) del R.D. 1267/1994 de 10 de junio, y modificado parcialmente por el R.D. 1044/2003, por el que se establecen las directrices generales comunes de los planes de estudios de los títulos oficiales a fin de homogeneizar las calificaciones de las distintas Universidades se establece, a todos los efectos la siguiente tabla de equivalencias:

SUSPENSO: 0    APROBADO: 1    NOTABLE: 2    SOBRESALIENTE: 3    MATRÍCULA DE HONOR: 4

\*\*El R.D. 1125/2003, de aplicación a partir del curso 2003-04, establece en su art. 5.4 que los resultados obtenidos por el alumno en cada una de las materias del plan de estudios se calificarán en función de la siguiente escala numérica de 0 a 10, siendo:

SUSPENSO: 0-4,9    APROBADO: 5-6,9    NOTABLE: 7-8,9    SOBRESALIENTE: 9-10

Defendió el Trabajo Fin de Grado con el título: "*Introducción a la Teoría de Esquemas*" y obtuvo la calificación de **Aprobado**.


Fecha de finalización de los estudios: Septiembre de 2018.

Fecha de expedición del título: 15 octubre de 2018.

Y para que conste, a los efectos oportunos y a petición de la persona interesada, firmo esta certificación en Zaragoza, 16 de octubre de 2018.

*Firmado electrónicamente y con autenticidad contrastable según el artículo 27.3.c) de la Ley 39/2015*

8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8  
Copia autentica de documento firmado digitalmente. Puede verificar su autenticidad en <http://valide.unizar.es/csv/8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8>

CSV: 8a5a0f35ebd701aceee99ea6006822a8	Organismo: Universidad de Zaragoza	Página: 3 / 3	
Firmado electrónicamente por	Cargo o Rol	Fecha	
LUIS TEODORO ORIOL LANGA	Decano de la Facultad de Ciencias	16/10/2018 17:55	
MARIA LUISA SARSA SARSA	Profesora Secretaria de la Facultad de Ciencias	16/10/2018 19:36	
MARIA ESTER MENDI SERRANO	Funcionaria Secretaría Facultad de Ciencias	17/10/2018 08:44	

## Expedient Acadèmic

Última modificació: 01-02-2019

Centre: Facultat de Matemàtiques i Estadística

Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA AVANÇADA I ENGINYERIA MATEMÀTICA

Any pla: 2010

Nom: LARRAURI BORROTO, LÁZARO ALBERTO

DNI/NIF: 47034773A

Data de naixement: 20/04/1997

Lloc de naixement: MADRID

### OPTATIUS

22.50 Crèdits

ÀLGEBRA NO COMMUTATIVA

TEORIA DE GRAFS

GEOMETRIA DISCRETA I ALGORÍTMICA

Crèdits	Qualificació	Convocatòria
7.50 OP	10.00 E	1 2018-1
7.50 OP	9.50 E	1 2018-1
7.50 OP	10.00 MH	1 2018-1

Situació d'expedient: Matriculat

TOTAL CRÈDITS D'ASSIGNATURES MATRICULATS: 37.50

### ASSIGNATURES MATRICULADES

	Grup	Crèdits	Curs-Quad	Convocatòria	Tipus UD	Tipus matrícula	Nota proposada (*)
-TFM	A	15.00	2018-2	1	Projecte		
-COMB	A	7.50	2018-2	1	Optativa		
-AG	A	7.50	2018-2	1	Optativa		
-VD	A	7.50	2018-2	1	Optativa		

RESUM DE CRÈDITS	Total	Optatius	Projecte
De la titulació	60.00	45.00	15.00
Superats	22.50	22.50	0.00
Falten per superar	37.50	22.50	15.00

Total crèdits ECTS superats: 22.5

### INCIDÈNCIES:

Curs	Data	
2018-1	23/10/18	Expedient - Canvi a dedicació normal

### TUTORIES

Inici	Fi	Tipus	Tutor
01/07/18	31-07-2020	Màster	SONIA FERNANDEZ MENDEZ

PARÀMETRES DE RENDIMENT(alfa)  
2018-1 1.00

NOTA MITJANA: 9.83 (Només superades)  
9.83 (Totes les notes)

Centre: Facultat de Matemàtiques i Estadística

Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA AVANÇADA I ENGINYERIA MATEMÀTICA

Any pla: 2010

Nom: LARRAURI BORROTO, LÁZARO ALBERTO

DNI/NIF: 47034773A

Data de naixement: 20/04/1997

Lloc de naixement: MADRID

Notes descriptives:

AD-adaptada, C-convalidada, AS-assimilada, MH-matricula d'honor, E-excel·lent, N-notable, A-aprobat, S-suspès, NP-no presentat, CO-compensable, AC-apte per compensació, PA-Pendent d'avaluació, PQ-pendent de qualificació, SB-substituïda/dispensada.

(\*) pendents d'incorporar a l'expedient