



Instituto Tecnológico de Costa Rica

Análisis numérico para Ingeniería

Laboratorio 2. PseudoInversa

Profesor:

Juan Pablo Soto Quiros

Estudiantes:

Brian Wagemans Alvarado 2019008268

Andrey Zuñiga Hernandez 2019065476

Adrián González Jiménez 2019173563

17 de Octubre, 2022

Para empezar con este laboratorio se deben mencionar unos conceptos importantes en el análisis de circuitos en corriente continua. Las leyes de kirchhoff son de suma importancia pues son la base para realizar los métodos de análisis por nodos o mallas. Estos principios son simples en un circuito cerrado con componentes lineales, la suma de corrientes a través de un nodo son cero y que la suma de voltajes en una malla son 0. Al juntar esto con la ley de ohm, que nos dice que la corriente en un componente es igual al voltaje del componente dividido entre su resistencia. Se obtiene el método por mallas y nodos. Que da como resultado un sistema de ecuaciones lineales.

$$I = \frac{V}{R}$$

Junto a lo anterior se puede agregar un método para resolver sistemas de ecuaciones para así obtener el resultado de dicho circuito. El método de la pseudo inversa tiene varios usos, entre ellos está averiguar la solución de ecuaciones lineales o encontrar su mejor aproximación. Esto tiene muchos usos en la ingeniería. El caso mostrado será el de averiguar constantes importantes en circuitos electrónicos. Esto es de gran utilidad pues los componentes tienen una tolerancia máxima a ciertos voltajes o corrientes, por lo que averiguar el comportamiento de un componente en un circuito es de suma importancia. El caso utilizado es un circuito simple de solo resistencias.

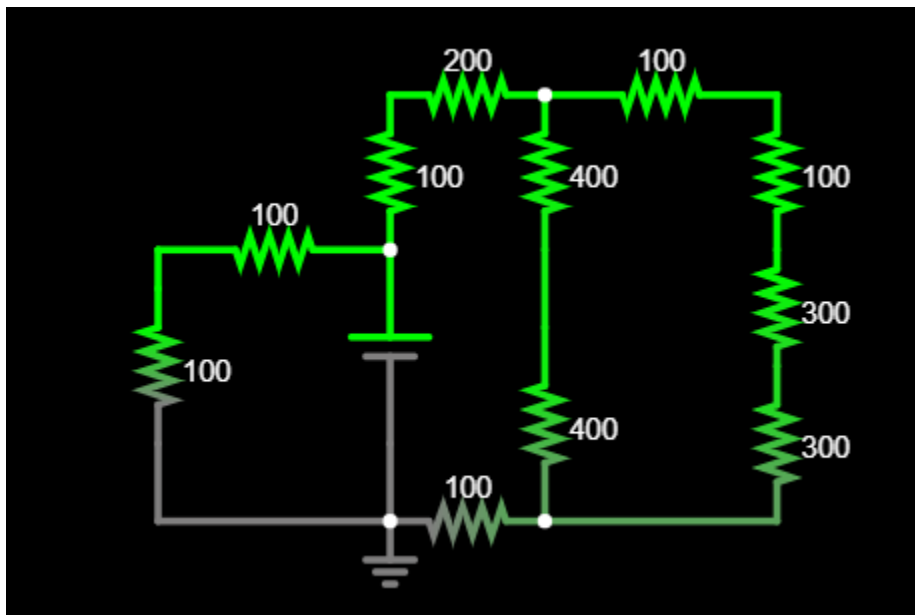


Figura 1. Circuito a resolver

Este circuito consiste en una fuente que infunde 12V al circuito. También, existe una carga, esta consiste en todas las resistencias, cada una con un valor dado por la figura. Estos componentes los tomaremos como ideales. Para obtener las ecuaciones del circuito se puede usar malla o nodos, en este caso, se realizará con nodos. Primero se deben identificar los nodos. Estos se puede ver en la figura dos, con los círculos de color verde y rojo. Se debe resaltar que la tierra o referencia puede ir en cualquier otro nodo y darán ecuaciones equivalentes.

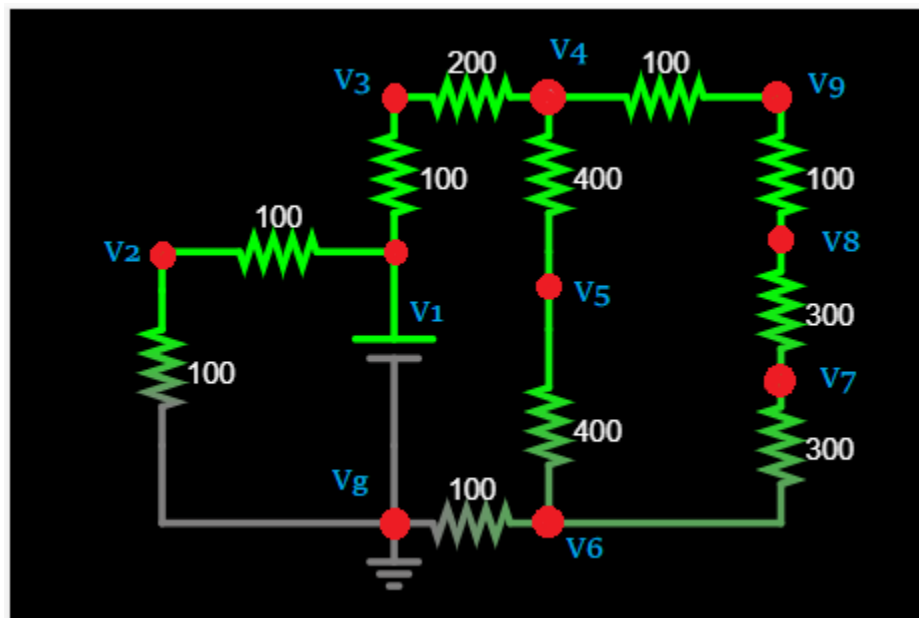


Figura 2. Nodos del circuito

Con esto se pueden escribir las ecuaciones de los nodos usando como referencia el nodo V_g .

$$\begin{aligned}
 V_g + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 &= 0 \\
 0 + V_1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 &= 12 \\
 -V_g - V_1 + 2V_2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 &= 0 \\
 0 - 2V_1 + 0 + 3V_3 - V_4 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 &= 0 \\
 0 + 0 + 0 - 2V_3 + 7V_4 - V_5 + 0 + 0 + 0 - 4V_9 &= 0 \\
 0 + 0 + 0 + 0 - V_4 + 2V_5 - V_6 + 0 + 0 + 0 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-12V_g + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - 3V_5 + 19V_6 - 4V_7 + 0 + 0 &= 0 \\
0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - V_6 + 2V_7 - V_8 + 0 &= 0 \\
0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - V_7 + 4V_8 - 3V_9 &= 0 \\
0 + 0 + 0 + 0 - V_4 + 0 + 0 + 0 - V_8 + 2V_9 &= 0
\end{aligned}$$

La forma matricial de este sistema de ecuaciones lineales está dado por la siguiente ecuación.

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -2 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -2 & 7 & -1 & 0 & 0 & 0 & -4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 19 & -4 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
v_g \\
v_1 \\
v_2 \\
v_3 \\
v_4 \\
v_5 \\
v_6 \\
v_7 \\
v_8 \\
v_9
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
0 \\
12 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{pmatrix}$$

Al ya tener este sistema de ecuaciones, es solo cuestión de ingresarlos en los métodos programados y ver el resultado. Se debe mencionar que el ejercicio del libro que se utilizó no es igual, pues se hizo un circuito equivalente para obtener 10 nodos y así completar el requisito de un sistema mínimo de 10 columnas. Con las simplificaciones necesarias se obtiene el siguiente circuito. Pero las constantes eléctricas a través de las resistencias equivalentes propuestas son las mismas.

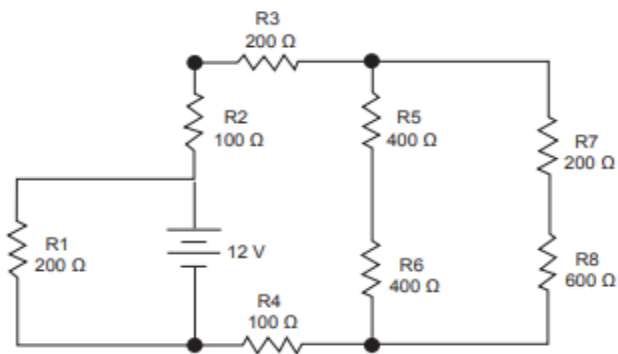


Figura 3.64 Red resistiva para el ejercicio 3.29.

Figura 3. Circuito del libro.

Se debe agregar que para ejecutar el programa se debe usar un sistema basado en linux, con esto en mente se debe agregar a gcc las bibliotecas arpack ,Blas y lapack.(Requisitos del código de Melkiades). Con esto se puede usar el siguiente comando para compilar el código.

```
gfortran -o mainProgram2 lab2_P2.f90 metodosPseudo.f90 matrizOp.f90  
arpack_wrapper.f90 -larpack -llapack -lblas
```

Una vez compilado solo es cuestión de ejecutarlo usando el siguiente comando.

```
./mainProgram2
```

Con esto se obtienen las figuras 4 y 5, que se puede verificar usando el simulador de circuitos Falstad, el siguiente link lo lleva al circuito analizado. <https://tinyurl.com/2zpbmaxn>. En este simulador se puede ver que el voltaje en los nodos según la referencia utilizada es del valor averiguado. Por lo que queda demostrado la efectividad de dicho método.

Antes de ver los resultados, se debe mencionar los métodos escogidos para el cálculo de la pseudoinversa en este laboratorio fueron los siguientes:

- El método de Newton-Schluz.

$$X_{k+1} = 2X_k - X_k A X_k, \quad k \geq 0,$$

- El método de ChebyShev.

$$X_{k+1} = X_k (3I - A X_k (3I - A X_k)), \quad k \geq 0.$$

- El método de Homier.

$$X_{k+1} = X_k (I + (1/2)(I - A X_k)(I + (2I - A X_k)^2)), \quad k \geq 0,$$

- El método de Toutonia

$$X_{k+1} = (1/2)X_k (9I - Y_k (16I - Y_k (14I - Y_k (6I - Y_k)))), \quad k \geq 0,$$

$$Y_k = A X_k.$$

Para comparar estos métodos entre sí, se realizara un testbench simple, para ejecutarlo se ocupan las bibliotecas antes mencionadas y ejecutar los siguientes comandos:

- **gfortran -o mainProgram lab2_P1.f90 metodosPseudo.f90 matrizOp.f90
arpack_wrapper.f90 -larpack -llapack -lblas**
- **./mainProgram**

Esto debería ejecutar el programa con las pruebas, cuyos datos se encuentra resumido en la siguiente tabla:

Metodo	k	Tiempo(s)	Error
Newton	42	1.05	3.73×10^{-10}
ChebyShev	27	0.29	8.47×10^{-20}
Homier	24	0.33	2.98×10^{-21}
Toutonia	20	0.33	5.00×10^{-25}

[illegible]

```

Metodo de ChebyShev
Iteraciones:      17
Tiempo:      6.387200000000000000000000000000054E-0002
Error:      1.4771461498102010E-009
La solucion corresponde a:
-6.13236891173860797163678541564587094E-0009
1.9999999939636753723175121279541294
5.99999999385225249503889334086543408
10.4999999796514792490773091573643922
7.49999995385734528325699257177154325
4.9999999664184241864844375755710716
1.49999998235041689788532976311808209
3.74999995985005099635375077539935822
5.999999942405820030838048258707858333
6.74999993877057535424365888133975201

```

```
Metodo de Homier
Iteraciones:      15
Tiempo:    6.05569999999999999999999999999999999801E-0002
Error:    6.0595697652381272E-009
La solucion corresponde a:
-2.51562902233012940360486874657387899E-0008
1.999999975237703993890352390303953570
5.99999997478062349472523790630122427
10.4999999165260112376456088605295984
7.49999981071295115562878183146634725
4.99999986233725276054587452735142749
1.49999992759763131876036005182771458
3.74999983529631303604718591719527035
5.99999976373634278339187392172750327
6.7499997488237908117457689029760536
```

```
Metodo de Toutonia  
Iteraciones:      13  
Tiempo:    7.06800000000000000000000000000000000000E-0002  
Error:     6.4054533185544336E-018  
La solucion corresponde a:  
-2.65922250153400769448898303284953007E-0017  
11.999999999999999738242586062125475  
5.9999999999999997334108770323932100  
10.499999999999999117612703465942606  
7.49999999999999979990834297591332872  
4.49999999999999985447938792538529850  
1.4999999999999992346486455177846613  
3.74999999999999982589493658549486544  
5.99999999999999975025028412847105443  
6.74999999999999973448651554165254533
```

Figura 5. Resultados prácticos 2 del problema seleccionado

Bibliografia:

Cordero, A., Soto-Quiros, P., & Torregrosa, J. R. (2021). A general class of arbitrary order iterative methods for computing generalized inverses. *Applied Mathematics and Computation*, 409, 126381. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126381>

Jorge Raul Villaseñor Gomez. (2011). *Circuitos Eléctricos y Electrónicos. Fundamentos y técnicas para su análisis* (1st ed.). Pearson Educación.

Melkiades. (2017). *arpack_wrapper.f90*. <https://gist.github.com/Melkiades>