

# Robust Estimation of 3D Human Poses from a Single Image

## 阅读报告

张淦淦

2020 年 6 月 27 日

# 目录

## 1 论文内容

- 目标
- 论文总体思路
- 优化问题求解
  - ADMM算法
  - 2D到3D目标方程求解
  - 相机参数求解

## 2 模拟实现

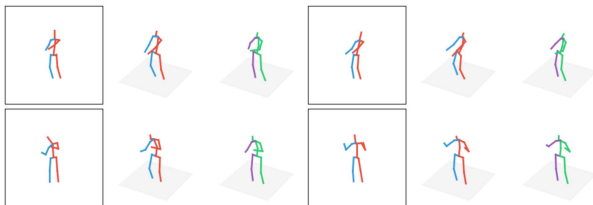
## 3 总结

# 目标

单幅图像3D人体姿态估计,可以分为两个阶段进行.

- 第一个是由图像得到2D关键点信息,可分为单人2D关键点检测,多人2D关键点检测(单人2D关键点检测研究已经比较成熟,相关方法如stacked hourglass(2017))
- 第二个阶段是阶段是从已知2D信息估计出3D姿势信息.

本文讨论的是已知单人2D关键点信息估计出3D姿势信息的方法.



# 基本模型

假设 $n$ 表示关键点的数量,2D姿态与3D姿态分别用 $x \in R^{2n}$ 和 $y \in R^{3n}$ 表示,对2D和3D数据要进行以均值为坐标原点的处理后,设 $M_0 = \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{pmatrix} \in R^{2 \times 3}$ 表示弱透视模型相机矩阵,其中 $m_1^T m_2 = 0$ ,则

$$x = My$$

在以往的研究中显示,人体姿态很适合用在稀疏空间中表示[?],设 $B = b_1, \dots, b_k \in R^{3n \times k}$ 是通过字典学习的方法学习到的字典[?](实际中用spams库实现, $k$ 是自己设定的字典长度,本次实验设计为200), $\alpha \in R^{k \times 1}$ 是对应的稀疏向量.(实现中 $\mu$ 为0)

$$y = B\alpha + \mu$$

# 优化问题的目标函数

根据2D关键点估计3D姿态可以转化为,一个优化问题

$$\min_{\alpha} ||x - M(B\alpha + \mu)||_1 + \theta ||\alpha||_1$$

加入约束,设肢体各个部分的长度分别为 $L_i$ ,则有

$$||C_i y||_2^2 = L_i$$

$$C_i = E_{i1} - E_{i2}$$

$$E_j = [0, \dots, I, \dots, 0] \in R^{3 \times 3n}$$

可总结为,在相机参数 $M$ 已知的情况下

$$\min_{\alpha} ||x - M(B\alpha + \mu)||_1 + \theta ||\alpha||_1$$

$$s.t. \quad ||C_i(B\alpha + \mu)||_2^2 = L_i$$

已知 $y$ ,而相机 $M$ 参数不知时,通过以下优化问题求相机参数

$$\min_{m_1, m_2} ||x - \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{pmatrix} y||_1$$

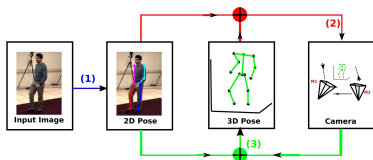
$$s.t. \quad m_1^T m_2 = 0$$

求3D姿态 $y$ 需要相机参数 $M$ ,而求 $M$ 时需要 $y$ ,形成依赖环路,此时用循环迭代求解的方式解决.

# 总结

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \|x - M(B\alpha + \mu)\|_1 + \theta \|\alpha\|_1 \\ \text{s.t.} \quad & \|C_i(B\alpha + \mu)\|_2^2 = L_i \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \min_{m_1, m_2} \quad & \|X - \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{pmatrix} Y\|_1 \\ \text{s.t.} \quad & m_1^T m_2 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$



- 1 对 $y$ 进行预处理.通过字典学习得到 $B$
- 2 设定初始值, $y_k = y_0$
- 3 将 $y_k$  带入(2)求得 $M_k$
- 4 将 $M_k$  带入(1),求得 $y_{k+1}$
- 5 3,4循环直到 $\|M_k - M_{k-1}\|_2 < \sigma_1$ 和 $\|y_k - y_{k-1}\|_2 < \sigma_1$

# ADMM算法补充

ADMM算法可以解决以下形式的优化问题

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) + g(z) \\ \text{s.t.} \quad & Ax + Bz = c \end{aligned}$$

其中f和g都是凸函数,其增强拉格朗日方程如下

$$L_\rho(x, z, y) = f(x) + g(z) + y^T(Ax + Bz - c) + \frac{\rho}{2} \|Ax + Bz - c\|_2^2$$

ADMM算法迭代方程

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= \underset{x}{\operatorname{argmin}} L_\rho(x, z^k, y^k) \\ z^{k+1} &= \underset{z}{\operatorname{argmin}} L_\rho(x^{k+1}, z, y^k) \\ y^{k+1} &= y^k + \rho(Ax^{k+1} + Bz^{k+1} - c) \end{aligned}$$

可变形为

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= \underset{x}{\operatorname{argmin}} \left( f(x) + \frac{\beta}{2} \|Ax + Bz^k - c + \lambda^k / \beta\|_2^2 \right) \\ z^{k+1} &= \underset{z}{\operatorname{argmin}} \left( g(z) + \frac{\beta}{2} \|Ax^{k+1} + Bz - c + \lambda^k / \beta\|_2^2 \right) \\ \lambda^{k+1} &= \lambda_k + \beta[Ax^{k+1} + Bz^{k+1} - c] \end{aligned} \tag{3}$$

## 2D到3D目标方程求解

转换形式,方便借用ADMM方法求解

$$\begin{aligned}
 \min_{\alpha, \beta, \gamma} \quad & \|\gamma\|_1 + \theta \|\beta\|_1 \\
 \text{s.t.} \quad & \gamma = x - M(B\alpha + \mu) \\
 & \alpha = \beta \\
 & \|C_i(B\alpha + \mu)\|_2^2 = L_i, i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{4}$$

其增强拉格朗日方程为

$$\begin{aligned}
 L_1(\alpha, \beta, \gamma, \lambda_1, \lambda_2, \eta) = & \|\gamma\|_1 + \theta \|\beta\|_1 + \\
 & \lambda_1^T [\gamma - x + M(B\alpha + \mu)] + \lambda_2^T (\alpha - \beta) + \\
 & \frac{\eta}{2} [\|\gamma - x + M(B\alpha + \mu)\|^2 + \|\alpha - \beta\|^2]
 \end{aligned}$$

原优化问题可以等价于

$$\begin{aligned}
 \min_{\alpha, \beta, \gamma} \quad & L_1(\alpha, \beta, \gamma, \lambda_1, \lambda_2, \eta) \\
 \text{s.t.} \quad & \|C_i(B\alpha + \mu)\|_2^2 = L_i, i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$



# $\gamma$ 与 $\beta$ 的求解

舍弃拉格朗日增强方程中与 $\gamma, \beta$ 无关的变量后

$$\gamma^{k+1} = \underset{\gamma}{\operatorname{argmin}} \|\gamma\|_1 + \frac{\eta_k}{2} \|\gamma - [x - M(B\alpha^k + \mu) - \frac{\lambda_1^k}{\eta_k}]\|^2$$

$$\beta^{k+1} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \|\beta\|_1 + \frac{\eta_k}{2\theta} \|\beta - (\frac{\lambda_2^k}{\eta_k} + \alpha^k)\|^2$$

是无约束优化问题,可以符合DCP规则采用CVXPY直接求解,但以下有更简单的方法

## 定理

对于

$$\operatorname{prox}_{f_i, \sigma}(w) = \underset{x_i}{\operatorname{argmin}} f_i(x_i) + \frac{\sigma}{2} \|x_i - w\|^2$$

当 $f_i$ 为1-范数时

$$\operatorname{prox}_{f_i, \sigma}(w) = \operatorname{sgn}(w) \max(|w| - \sigma^{-1}, 0) \quad (5)$$

$\gamma^{k+1}, \beta^{k+1}$ 带入后可以得到闭合解形式,运算速度更快.

# $\alpha$ 的求解

舍弃拉格朗日增强方程中与 $\alpha$ 无关的变量后

$$\alpha^{k+1} = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \quad z^T W z$$

$$s.t. \quad z^T \Omega_i z = 0, i = 1, \dots, m$$

$$z = (\alpha^T \quad 1)^T$$

$$W = \begin{pmatrix} B^T M^T M B + I & 0 \\ 2[(\gamma^{k+1} - x + M\mu + \frac{\lambda_1^k}{n_k})^T M B - \beta^{k+1} + \frac{\lambda_2^k}{\eta_k}] & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Omega_i = \begin{pmatrix} B^T C_i^T C_i B & B^T C_i^T C_i \mu \\ \mu^T C_i^T C_i B & \mu^T C_i^T C_i \mu - L_i \end{pmatrix}$$

由 $x^T A y = \operatorname{tr}(x^T A y) = \operatorname{tr}(A y x^T)$ , 可以设 $Q = z z^T$ , 则

$$\min_Q \quad \operatorname{tr}(W Q)$$

$$s.t. \quad \operatorname{tr}(\Omega_i Q) = 0, i = 1, \dots, m$$

$$Q \geq 0, \operatorname{rank}(Q) \leq 1$$

# $\alpha$ 的求解

为借用ADMM方法,引入 $P$

$$\begin{aligned} \min_{Q, P} \quad & \text{tr}(WQ) \\ \text{s.t.} \quad & \text{tr}(\Omega_i Q) = 0, i = 1, \dots, m \\ & P = Q, \text{rank}(P) \leq 1, P \geq 0 \end{aligned}$$

其增强拉格朗日方程为

$$L_2(Q, P, G, \delta) = \text{tr}(WQ) + \text{tr}(G^T(Q - P)) + \frac{\delta}{2} \|Q - P\|_F^2$$

## ■ $Q^{l+1}$ 求解

$$\begin{aligned} Q^{l+1} = \operatorname{argmin} \quad & L_2(Q, P^l, G^l, \delta_l) \\ & \text{tr}(\Omega_i Q) = 0, i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

符合DCP规则,故直接用CVXPY求解决(具体参考补充内容)

## ■ $P^{l+1}$ 求解,参考补充内容,最终可以化为闭合解形式

$$\begin{aligned} P^{l+1} = \operatorname{argmin} \quad & \|P - (Q^{l+1} + \frac{2}{\delta_l} G^l)\| \\ & P \geq 0 \\ & \text{rank}(P) \leq 1 \end{aligned}$$

# 相机参数求解

同上,为采用ADMM方法,引入 $R$ ,改写原问题为

$$\begin{aligned} \min_{R, m_1, m_2} \quad & \|R\|_1 \\ \text{s.t.} \quad & R = X - \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{pmatrix} Y, \quad m_1^T m_2 = 0 \end{aligned}$$

增强拉格朗日方程为

$$\begin{aligned} & L_3(R, m_1, m_2, H, \zeta, \tau) \\ &= \|R\|_1 + \text{tr} \left( H^T \left[ \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{pmatrix} Y + R - X \right] \right) + \zeta(m_1^T m_2) \\ &+ \frac{\tau}{2} \left[ \left\| \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{pmatrix} Y + R - X \right\|_F^2 + (m_1^T m_2)^2 \right] \end{aligned}$$

# R和 $m_1, m_2$ 求解

## ■ R求解

$$R^{k+1} = \underset{R}{\operatorname{argmin}} \left\| R \right\|_1 + \frac{\tau_k}{2} \left\| R + \begin{pmatrix} (m_1^k)^T \\ (m_2^k)^T \end{pmatrix} Y - X + \frac{H^k}{\tau_k} \right\|_F^2$$

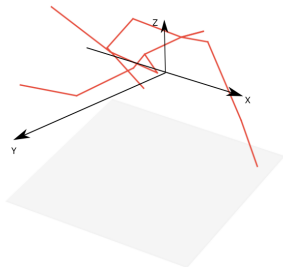
同样,参考公式(5),有闭合解

## ■ $m_1$ 求解

$$\begin{aligned} m_1^{k+1} = \underset{m_1}{\operatorname{argmin}} & \left\| \begin{pmatrix} m_1^T \\ (m_2^k)^T \end{pmatrix} Y + R^{k+1} - X + \frac{H^k}{\tau_k} \right\|_F^2 \\ & + (m_1^T m_2^k + \frac{\zeta^k}{\tau_k})^2 \end{aligned}$$

符合DCP规则,可以用CVXPY求解,其次通过观察可知目标函数是个平滑的凸函数,故通过令一阶导数为零可以得到闭合解. $m_2$ 同理

# 数据标准化



**3D数据标准化**, 对于世界坐标系中的 $y$ ,先将其变换到以物体为基准的坐标系,然后标准化

- 以左肩到右肩为 $x$ 轴,
- 以两肩中点到腰为 $y$ 轴
- $z$ 轴是 $x$ 与 $y$ 的叉乘.
- 然后以各个关节点各轴上点取平均得到 $\mu \in R^3$ ,以其为原点.
- 对于每个关节点,求 $x_i, y_i, z_i$ 坐标的平方和 $s_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ ,令 $S = \sqrt{\sum_i s_i}$ , $S$ 作为归一化系数,对于每个关节点,坐标变换为 $x_i/S, y_i/S, z_i/S$

**2D数据标准化**,

- 然后以各个关节点各轴上点取平均得到 $\mu \in R^2$ ,以其为原点.
- 对于每个关节点,求 $x_i, y_i$ 坐标的平方和 $s_i = x_i^2 + y_i^2$ ,令 $S = \sqrt{\sum_i s_i}$ , $S$ 作为归一化系数,对于每个关节点,坐标变换为 $x_i/S, y_i/S$

# 字典学习

字典学习采用spams库提供算法,算出 $B$ ,注意其中3D坐标已经按上述归一化,得到字典矩阵 $B$ 为 $45 \times 200$

```
import spams  
param = { 'K' : 200, 'lambda1' : 0.01, 'iter' : 300}  
B=spams.trainDL(np.asfortranarray(poses3Ds),**param)
```

## 由2D关节点信息推断3D姿态

- 1 **获得骨骼长度** 实现中,首先要确定各个关节点间距离,即骨骼长度.可人工设置,实验中直接由3D姿态坐标计算出.
- 2 **获得初始 $\alpha$** , 字典学习中得到的字典矩阵 $B$ 为 $45 \times 200,42(3 \times 15)$ 是关节点坐标,所以 $\alpha$ 是 $200 \times 1$ 的稀疏向量.迭代过程中需要初始化,如果以200维数据开始优化,效率低下.所以先用快速求解lasso问题的算法得出大概的 $\alpha$ ,再在此基础上开始优化求解.

```
a = spams.lasso(np.asfortranarray(x),np.asfortranarray(M@B),
               return_reg_path = False,lambda1=0.01)
```

- 3  $\alpha$ 求解过程,引入 $Q, P$ 与上文描述一致, $\gamma, \beta$ 亦于上文一致



## 相机参数求解

实践中发现利用迭代优化方法求解相机参数效率低下,且在实践中发现会有不收敛的现象,以下采用一种有闭合解的近似方法.加速了算法,在实践中相比于迭代优化的方法表现更好.

$$\begin{aligned}
 P &= \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}' & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & t_1 \\ \mathbf{r}_2^T & t_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} &= P \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 \mathbf{r}_1^T \\ s_1 \mathbf{r}_2^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1 t_1 \\ s_2 t_2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t'_1 \\ t'_2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

因为3D坐标和2D坐标都是以均值点作为原点,所以 $t_1, t_2$ 为0

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = s \mathbf{R} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

# 相机参数求解

假设  $x \in R^2, y \in R^3$ , 理想情况下

$$My = x$$

近似估计  $M$  为

$$M' = xy^T(yy^T)^{-1}$$

一般条件下, 这样得出的矩阵不满足  $M$  是正交矩阵的条件, 且  $M'y \neq x$ , 对  $M$  求 RQ 分解

$$M' = \begin{pmatrix} 0 & s'_1 & \eta \\ 0 & 0 & s'_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_3'^T \\ r_1'^T \\ r_2'^T \end{pmatrix}$$

实验中  $\eta$  相对  $s_1, s_2$  较小, 且接近于 0, 所以令  $\eta = 0$  (实践中令  $\eta = 0.05\eta$  效果较好), 再反向求  $M$  得到估计值

$$\begin{aligned} M' &= \begin{pmatrix} 0 & s'_1 & 0 \\ 0 & 0 & s'_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_3'^T \\ r_1'^T \\ r_2'^T \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} s'_1 & 0 \\ 0 & s'_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1'^T \\ r_2'^T \end{pmatrix} \end{aligned}$$

# 优缺点

优点:

- 相对于深度学习,其学习速度快.可以用于小样本的情况
- 学习过程中,不需要2D图像和3D姿态信息对,只需要3D姿态信息,数据相对容易获取.

缺点:

- 许多参数需要细致设置.
- 推断速度慢,迭代求解,可并行化程度低.
- 需要人工设置的各个关节点间距离,即骨骼长度.