---

tags: 电磁场与电磁波 categories: 学习 mathjax: true title: 电磁场与电磁波学习笔记(8) pdf: true date: 2025-06-10 10:01:24

平面电磁波的反射与折射

反射和折射的基本规律

（1）反射波、折射波与入射波的角频率相等

（2）入射波矢量、反射波矢量和折射波矢量在同一平面

（3）入射角等于反射角

（4）满足折射定律

$$k_i \sin\theta_i = k_t \sin\theta_t$$

后面推导全透射会用到

波的极化

任意极化的波 = 平行极化波 + 垂直极化波

垂直极化波: 入射波电场矢量垂直于入射面

平行极化波: 入射波电场矢量平行于入射面

垂直极化入射的反射系数和折射系数

可由边界条件推出

$$R_{\perp}=\frac{E_{r0}}{E_{t0}}=\frac{\eta_2\cos\theta_i-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t}$$
$$T_{\perp}=\frac{E_{t0}}{E_{t0}}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t}$$

当入射波垂直入射到分界面上时

$$R_{\perp}=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}$$
$$T_{\perp}=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}$$

同理平行极化入射时

$$R_{//}=\frac{E_{r0}}{E_{i0}}=\frac{\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}$$
$$T_{//}=\frac{E_{t0}}{E_{i0}}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}$$

入射波垂直入射与上同理

垂直入射理想介质与理想导体分界面

$$\text{入射波}:\vec{E}_i=\vec{a}_x E_{i0}e^{-jk_1z}$$
$$\widetilde{H}_i=\vec{a}_y\frac{E_{i0}}{\eta_1}e^{-jk_1z}$$
$$\text{反射波}:\vec{E}_r=\vec{a}_x E_{r0}e^{jk_1z}$$
$$\ddot{H}_r=-\vec{a}_y\frac{E_{r0}}{\eta_1}e^{jk_1z}$$
$$E_{r0}=RE_{i0}$$

因为理想导体内部没有电场，由边界条件可知

$$E_{i0}+E_{r0}=0$$

所以T=0 R=-1

下面是合成波的形式

$$
\begin{aligned}
&\text{复数形式} \quad && \vec{E}_1 = -\vec{a}_x 2 j E_{i0} \sin k_1 z \\
& && \vec{H}_1 = \vec{a}_y \frac{2E_{i0}}{\eta_1} \cos k_1 z \\
&\text{瞬时值形式} && \\
& && \vec{E}_1 = \vec{a}_x 2 E_{i0} \sin k_1 z \underbrace{\sin(\omega t)} \\
& && \vec{H}_1 = \vec{a}_y \frac{2E_{i0}}{\eta_1} \cos k_1 z \underbrace{\cos(\omega t)}
\end{aligned}
$$

注意不能使用H等于n×E的方法求 因为合成波是驻波，只能使用麦克斯韦方程组求出

垂直入射理想介质与理想介质分界面

$$
\begin{aligned}
&\text{入射波}: \vec{E}_i = \vec{a}_x E_{i0} e^{-j\beta_1 z} \\
&\vec{H}_i = \vec{a}_y \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z} \\
&\text{反射波}: \vec{E}_r = \vec{a}_x E_{r0} e^{j\beta_1 z} = \vec{a}_x R E_{i0} e^{j\beta_1 z} \\
&\vec{H}_r = -\vec{a}_y H_{r0} e^{j\beta_1 z} = -\vec{a}_y \frac{R E_{i0}}{\eta_1} e^{j\beta_1 z} \\
&\text{透射波}: \vec{E}_t = \vec{a}_x E_{t0} e^{-j\beta_2 z} = \vec{a}_x T E_{i0} e^{-j\beta_2 z} \\
&\vec{H}_t = \vec{a}_y H_{t0} e^{-j\beta_2 z} = \vec{a}_y \frac{T E_{i0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z}
\end{aligned}
$$

一区域的合成波

$$
\vec{E}_1(z,t) = \mathrm{Re}\left[\vec{E}_1(z) e^{j\omega t}\right] = \vec{a}_x E_{i0}\left[(1+R)\cos(\omega t - \beta_1 z) - 2R\sin\beta_1 z \sin\omega t\right]
$$

这里的波是行驻波

$$
\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r = \vec{a}_x E_{i0}\left(e^{-j\beta_1 z} + R e^{j\beta_1 z}\right) = \vec{a}_x E_{j0} e^{-j\beta_1 z}\left(1 + R e^{j2\beta_1 z}\right) = \vec{a}_x E_{i0} e^{-j\beta_1 z}\left[1 + R(\cos 2\beta_1 z + j\sin 2\beta_1 z)\right] = \vec{a}_x E_{i0} e^{-j\beta_1 z}\left[(1 + R\cos 2\beta_1 z) + jR\sin 2\beta_1 z\right]
$$

从第三个等式我们可以看到z对振幅的影响，将其分为实部和虚部讨论其振幅最大值最小值

$$
\begin{aligned}
\left|\vec{E}_1\right| &= E_{i0}\left[(1+R\cos 2\beta_1 z)^2+(R\sin 2\beta_1 z)^2\right]^{1/2}\\
&= E_{i0}\left[1+2R\cos 2\beta_1 z+R^2\cos^2 2\beta_1 z+R^2\sin^2 2\beta_1 z\right]^{1/2}\\
&= E_{i0}\left[1+R^2+2R\cos 2\beta_1 z\right]^{1/2}
\end{aligned}
$$

可见最大值最小值的取值要看R的正负

当R大于0时，cos值取1最大值为E0（1+R）当R小于0时 cos取-1最大 最大值为E0（1-R）

如果讨论合成波的磁场则会发现，电场振幅和磁场振幅的最大值最小值位置刚好互换

$$
\vec{H}_1=\vec{H}_i+\vec{H}_r=\vec{a}_y\frac{E_{i0}}{n}\left(e^{-j\beta_i z}-Re^{j\beta_i z}\right)=\vec{a}_y\frac{E_{i0}}{n}e^{-j\beta_i z}\left(1-Re^{j2\beta_i z}\right)
$$

讨论合成波的平均波印延矢量

$$
\vec{S}_{1av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]
$$

$$
\begin{aligned}
&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{a}_x E_{i0}\left(e^{-j\beta_1 z}+Re^{j\beta_1 z}\right)\times\vec{a}_y\frac{E_{i0}}{\eta_1}\left(e^{j\beta_1 z}-Re^{-j\beta_1 z}\right)\right]\\
&=\frac{\vec{a}_z}{2}\frac{E_{i0}^2}{\eta_1}\left(1-R^2\right)=\frac{\vec{a}_z}{2\eta_1}E_{i0}^2-\frac{\vec{a}_z}{2\eta_1}R^2E_{i0}^2=\vec{S}_{iav}+\vec{S}_{rav}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2\text{区}:\bar{S}_{2av}&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}_2\times\vec{H}_2^*\right]\\
&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{a}_x TE_{i0}e^{-j\beta_2 z}\times\vec{a}_y\frac{TE_{i0}}{\eta_2}e^{j\beta_2 z}\right]\\
&=\frac{1}{2}\vec{a}_z\frac{T^2E_{i0}^2}{\eta_2}
\end{aligned}
$$

而由

$$
\begin{aligned}
&E_{i0}+RE_{i0}=TE_{i0}\Rightarrow 1+R=T\\
&\frac{E_{i0}}{\eta_1}-\frac{RE_{i0}}{\eta_1}=\frac{TE_{i0}}{\eta_2}\Rightarrow\frac{1}{\eta_1}-\frac{R}{\eta_1}=\frac{T}{\eta_2}
\end{aligned}
$$

我们可以推出两区内的波印延矢量相等

全透射与全反射

垂直极化波不存在全透射，平行极化波的全透射角为布鲁斯特角

由菲涅尔公式

$$R_{//}=\frac{E_{r0}}{E_{i0}}=\frac{\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i+\eta_2\cos\theta_t}$$
$$T_{//}=\frac{E_{t0}}{E_{i0}}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i+\eta_2\cos\theta_t}$$

及投射定律

$$n_1\sin\theta_i=n_2\sin\theta_t$$

注意这里的n是透射率

$$\begin{cases}\sin\theta_i=\sin\boxed{\theta_b}=\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}} \\ \\ \theta_b+\theta_t=\frac{\pi}{2} \qquad\qquad\qquad \text{布鲁斯特角}\end{cases}$$

无反射发生条件：(1) 波为平行极化入射；(2) 入射角等于布儒斯特角。

全透射现象的应用 极化滤波：任意极化波以 θ_p 入射时，反射波中只有垂直分量，从而实现了极化滤波。