

## Exercices 06 : Graphes-4

### Exercice 1.

Une chèvre, un chou et un loup se trouvent sur la rive d'un fleuve ; un passeur souhaite les transporter sur l'autre rive mais, sa barque étant trop petite, il ne peut transporter qu'un seul d'entre eux à la fois. Comment doit-il procéder afin de ne jamais laisser ensemble et sans surveillance le loup et la chèvre, ainsi que la chèvre et le chou ?

### Exercice 2.

Sept élèves, désignés par A,B,C,D,E,F et G se sont rendus à la bibliothèque aujourd'hui. Le tableau suivant précise « qui à rencontré qui » (la bibliothèque étant petite, deux élèves présents au même moment se rencontrent nécessairement...).

- ♦ Quel est l'ordre d'arrivée des élèves à la bibliothèque ?
- ♦ leur ordre de départ ?

élève	A	B	C	D	E	F	G
a rencontré	D,E	D,E,F,G	E,G	A,B,E	A,B,C,D,F,G	B,E,G	B,C,E,F

### Exercice 3. Coloration de graphes

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Graphe\\_planaire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Graphe_planaire)

Tout graphe contenant un triangle ( $K_3$ ) ne peut être colorié en moins de trois couleurs.

- ♦ (o) Construire un graphe sans triangle qui nécessite également trois couleurs.
- ♦ (o) Comment, à partir du graphe précédent, construire un graphe sans  $K_4$  nécessitant 4 couleurs ?
- ♦ (o) Un graphe sans  $K_5$  nécessitant 5 couleurs ?

### Exercice 4.

Un *tournoi* est un graphe orienté tel que toute paire de sommets est reliée par un arc, dans un sens ou dans l'autre (mais pas dans les deux sens).

- ♦ (o) Pourquoi, selon vous, appelle-t-on de tels graphes des tournois ?
- ♦ (ooo) Montrez que si un tournoi contient un circuit de longueur  $k$ , alors il contient également des circuits de longueur  $k'$ , pour tout  $k'$ ,  $3 \leq k' < k$  (une « preuve » à l'aide d'un dessin suffit...).
- ♦ (o) Dessinez un tournoi à 6 sommets ne possédant pas de circuit de longueur 4.

### Exercice 5.

La mise en exploitation d'un nouveau gisement minier demande la réalisation d'un certain nombre de tâches. Le tableau suivant représente ces différentes tâches avec leurs relations d'antériorité.

Tâche	Description	Durée (en jours)	Tâches antérieures
A	obtention d'un permis d'exploitation	120	-
B	établissement d'une piste de 6 km	180	A
C	transport et installation à pied d'œuvre de 2 sondeuses	3	B
D	création de bâtiments provisoires pour le bureau des plans, le logement des ouvriers sondeurs	30	B
E	goudronnage de la piste	60	B
F	adduction d'eau	90	D
G	campagne de sondage	240	C,D
H	forage et équipement de trois puits	180	E,F,G
I	transport et installation au fond du matériel d'exploitation	30	J,H
J	construction de bureaux et logements, ouvriers et ingénieurs	240	E,F,G
K	tracage et aménagement du fond	360	J,H
L	construction d'une laverie	240	J,H

- ♦ Déterminez les dates au plus tôt et les dates au plus tard de chaque tâche.
- ♦ Déterminez le temps minimum de réalisation de l'ensemble.