1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

No. de libreta:

Carrera:

ALGEBRA - FINAL (13/12/02)

- 1.— Sea $f:G_{45}\to\mathbb{C}$ la función definida por $f(z)=z^5$. Determinar si f es inyectiva y calcular su imagen.
- 2.— Hallar todos los $a, b \in \mathbb{Z}$ coprimos tales que el polinomio

$$X^7 + 3X^6 - 2X^5 - X^4 + 2X^2 + bX + a$$

tenga (al menos) una raíz racional múltiple.

- 3.— ¿De cuántas maneras pueden ubicarse 20 bolitas indistinguibles en 5 cajas con la condición de que en cada caja haya a lo sumo 9 bolitas?
- **4.** Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$\left(\cos\frac{\pi}{15} + i\,\sin\frac{\pi}{15}\right)^n = \left(\cos\frac{\pi}{12} + i\,\sin\frac{\pi}{12}\right)^{3n+1}$$

5.— Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ la sucesión de números reales definida por

$$a_0 = 1$$
, $a_{n+1} = 15 a_n^2 - 2.7^{12n+1}$ $(n \in \mathbb{N})$

Probar que, para todo $n \in \mathbb{N}_0$, $a_n \in \mathbb{Z}$ y $a_n \equiv 1$ (13)

Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.