## Cálculo Relacional de Tuplas

 $23/\mathsf{Agosto}/2019$ 



### CRT - Marco General

- Consultas. Al igual que el Álgebra Relacional, el Cálculo Relacional de Tuplas (CRT) es un lenguaje de consultas asociado al Modelo Relacional (MR)
- Declarativo. No existe una descripción de "en qué orden" es evaluada la consulta (no es procedural)
- Importancia del Cálculo Relacional.
  - 1 Tiene un sólido fundamento en Lógica Matemática
  - SQL tiene sus bases fundacionales en CRT

## CRT - Expresión

### Expresión

$$\{t \mid COND(t)\}$$

- t es una variable de tipo tupla
- COND(t) es una expresión booleana condicional que afecta a t
- Resultado. Conjunto TODAS las tuplas t tal que evaluadas bajo COND(t) son verdaderas (<u>satisfacen</u> COND(t))

# CRT - Ejemplo 1

#### **EMPLEADO**

| EIIII EE/IBO |         |             |       |            |
|--------------|---------|-------------|-------|------------|
| DNI          | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
| 20222333     | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234     | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345     | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212     | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232     | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123     | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

• Listar empleados cuyo salario es mayor a \$22.000

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

## CRT - Ejemplo 1

#### **EMPLEADO**

| EIIII EEI IBO |         |             |       |            |
|---------------|---------|-------------|-------|------------|
| DNI           | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
| 20222333      | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234      | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345      | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212      | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232      | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123      | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

Listar empleados cuyo salario es mayor a \$22.000

 $\{t \mid t \in EMPLEADO \land t.Salario > \$22.000\}$ 

### **DEPARTAMENTO**

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

## CRT - Expresiones del CRT

#### Expresión General

 $\{t|\operatorname{\mathsf{COND}}(t)\}$ 

#### donde

- t es una variables de tipo tupla
- t es la única variable libre de la expresión
- COND es una fórmula bien formada de CRT

 Una fórmula bien formada puede estar compuesta por alguno de los siguientes predicados atómicos:

1  $r \in R$ Ejemplo:  $r \in EMPLEADO$ 2 r.A op s.BEjemplo: r.Depto=s.IDD3 r.A op c (c op r.A)Ejemplo: r.Salario > \$22.000

donde R es una relación, r y s son variables de tipo tupla, A y B son atributos asociados a r y a s respectivamente, c es un valor constante y  $\mathbf{op}$  es un operador del conjunto  $\{=,<,\leq,>,\geq,\neq\}$ 

 Una fórmula bien formada puede estar compuesta por alguno de los siguientes predicados atómicos:

1  $r \in R$ Ejemplo:  $r \in EMPLEADO$ 2 r.A op s.BEjemplo: r.Depto=s.IDD3 r.A op cEjemplo: r.Salario>\$22.000

donde R es una relación, r y s son variables de tipo tupla, A y B son atributos asociados a r y a s respectivamente, c es un valor constante y **op** es un operador del conjunto  $\{=,<,\leq,>,\geq,\neq\}$ 

- Cada predicado atómicos tiene un valor de verdad (verdadero o falso)
  - ① Si r toma el valor de una tupla que pertenece a la relación R, entonces el predicado es verdadero; caso contrario es falso
  - 2 y 3 si el valor que toman los atributos de r (y s) satisfacen la condición, entonces el predicado es verdadero; caso contrario es falso

- Una fórmula bien formada se define recursivamente de la siguiente manera:
  - Todo predicado atómico es una fórmula
  - ( $F_1 \wedge F_2$ ),  $(F_1 \vee F_2)$ ,  $(\neg F_1)$  son fórmulas, donde  $F_1$  y  $F_2$  son fórmulas. Su valor de verdad es:
    - $(F_1 \land F_2)$  es verdadera si  $F_1$  y  $F_2$  son verdaderas; si no es falsa
    - **2**  $(F_1 \lor F_2)$  es verdadera si  $F_1$  o  $F_2$  son verdaderas; si no es falsa
    - $(\neg F_1)$  es verdadera si  $F_1$  es falsa; caso contrario es falsa
  - (∃r)(F). Si F es una fórmula en la que la variable de tipo tupla r aparece al menos una vez de manera libre, entonces (∃r)(F) es una fórmula. (∃r)(F) es verdadera si, para algún valor de r, cuando es reemplazado en todas las ocurrencias libres de r en F, hace que el valor de verdad de la fórmula sea verdadera: caso contrario es falsa
  - **③**  $(\forall r)(\mathbf{F})$ . Si F es una fórmula en la que la variable de tipo tupla r aparece al menos una vez de manera libre, entonces  $(\forall r)(F)$  es una fórmula.  $(\forall r)(F)$  es verdadera si cada valor de r, cuando es reemplazado en todas las ocurrencias libres de r en F, hace que el valor de verdad de la fórmula sea verdadera: caso contrario es falsa

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |
|          |         |             |       |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

 Listar nombre y salario de aquellos empleados que trabajan en el Departamento cuyo detalle es RRHH

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

#### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |
|-----|----------------|
| IN  | Investigación  |
| RH  | RRHH           |
| GG  | Gerencia Gral. |

 Listar nombre y salario de aquellos empleados que trabajan en el Departamento cuyo detalle es RRHH

 $\{t \ | (\exists e) (\exists d) \ (e \in EMPLEADO \land d \in DEPARTAMENTO \land d.Detalle='RRHH' \land e.Depto=d.IDD \land t.Nombre=e.Nombre \land t.Salario=e.Salario)\}$ 

### Importante

- Sólamente se permite una variable libre: t
- Los atributos que tendrán las tuplas devueltas son solamente los que aparecen alguna vez en la consulta

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |
|          |         |             |       |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

 Listar nombre, salario y nombre de Departamento de aquellos empleados que ganan más de \$15.000

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

 Listar nombre, salario y nombre de Departamento de aquellos empleados que ganan más de \$15.000

 $\{t \mid (\exists e) (\exists d) \ (e \in EMPLEADO \land e.Salario > \$15.000 \land d \in DEPARTAMENTO \land e.Depto = d.IDD \land t.Nombre = e.Nombre \land t.Salario = e.Salario \land t.Departamento = d.Detalle)\}$ 

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |
|-----|----------------|
| IN  | Investigación  |
| RH  | RRHH           |
| GG  | Gerencia Gral. |

• Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |
|-----|----------------|
| IN  | Investigación  |
| RH  | RRHH           |
| GG  | Gerencia Gral. |

• Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor  $\{t \mid (\exists e)(\exists s) \ (e \in EMPLEADO \land s \in EMPLEADO \land e.Supervisor=s.DNI \land t.Nombre=e.Nombre \land t.Supervisor=s.Nombre)\}$ 

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |
|          |         |             |       |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |
|-----|----------------|
| IN  | Investigación  |
| RH  | RRHH           |
| GG  | Gerencia Gral. |

- Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor {t | (∃e)(∃s) (e ∈ EMPLEADO ∧ s ∈ EMPLEADO ∧ e.Supervisor=s.DNI ∧ t.Nombre=e.Nombre ∧ t.Supervisor=s.Nombre)}
- Listar el nombre de cada empleado del Departamento de Investigación junto al de su supervisor

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

- Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor {t | (∃e)(∃s) (e ∈ EMPLEADO ∧ s ∈ EMPLEADO ∧ e.Supervisor=s.DNI ∧ t.Nombre=e.Nombre ∧ t.Supervisor=s.Nombre)}
- Listar el nombre de cada empleado del Departamento de Investigación junto al de su supervisor

 $\{t \mid (\exists e)(\exists s) \ (\exists d) \ (e \in EMPLEADO \land s \in EMPLEADO \land d \in DEPARTAMENTO \land a\}\}$ 

 $d. \textit{Detalle}{='} \textit{Investigacion'} \land e. \textit{Supervisor}{=} s. \textit{DNI} \land e. \textit{Depto}{=} d. \textit{IDD} \land \\$ 

 $t.Nombre=e.Nombre \land t.Supervisor=s.Nombre)$ 



#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |
|-----|----------------|
| IN  | Investigación  |
| RH  | RRHH           |
| GG  | Gerencia Gral. |

 Listar el nombre de los empleados que trabajan en el Departamento de RRHH o su supervisor gana más de \$15.000

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

#### DEPARTAMENTO

|   | IDD | Detalle        |
|---|-----|----------------|
| ſ | IN  | Investigación  |
| Ī | RH  | RRHH           |
| [ | GG  | Gerencia Gral. |

 Listar el nombre de los empleados que trabajan en el Departamento de RRHH o su supervisor gana más de \$15.000

```
 \begin{cases} t \mid (\exists e)(e \in EMPLEADO \land \\ (\\ (\exists d)(d \in DEPARTAMENTO \land e.Depto = d.IDD \land d.Detalle = "RRHH") \\ \lor \\ (\exists s) (s \in EMPLEADO \land e.Supervisor = s.DNI \land s.Salario > \$15.000) \\) \land t.Nombre = e.Nombre) \end{cases}
```

En este caso, el OR funciona como el UNION



#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

|    | IDD | Detalle        |  |
|----|-----|----------------|--|
|    | IN  | Investigación  |  |
|    | RH  | RRHH           |  |
| GG |     | Gerencia Gral. |  |

• Tarea: Listar el nombre de los empleados que no tienen Supervisor asignado

#### **EMPLEADO**

| DNI      | Nombre  | Salario     | Depto | Supervisor |
|----------|---------|-------------|-------|------------|
| 20222333 | Diego   | \$20.000,00 | IN    | 33456234   |
| 33456234 | Laura   | \$25.000,00 | IN    |            |
| 45432345 | Marina  | \$10.000,00 | IN    | 33456234   |
| 12323212 | Beatriz | \$12.000,00 | RH    | 12323212   |
| 34323232 | Pedro   | \$17.000,00 | RH    |            |
| 11232123 | María   | \$55.000,00 | GG    |            |

### DEPARTAMENTO

| IDD | Detalle        |  |
|-----|----------------|--|
| IN  | Investigación  |  |
| RH  | RRHH           |  |
| GG  | Gerencia Gral. |  |

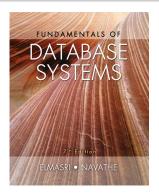
● Tarea: Listar el nombre de los empleados que no tienen Supervisor asignado  $\{t \mid (\exists e)(e \in EMPLEADO \land (\forall s) (s \in EMPLEADO \implies e.Supervisor \neq s.DNI) \land t.Nombre=e.Nombre)\}$ 

## CRT - Equivalencias

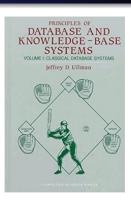
### Algunas equivalencias útiles

| $(\forall x) (P(x))$                             | = | $\neg (\exists x) (\neg (P(x)))$                           |
|--|---|--|
| $(\exists x) (P(x))$                             | = | $\neg (\forall x) (\neg (P(x)))$                           |
| $(\forall x) (P(x) \wedge Q(x))$                 | = | $\neg (\exists x) (\neg (P(x)) \lor \neg (Q(x)))$          |
| $(\forall x) (P(x) \vee Q(x))$                   | = | $\neg (\exists x) (\neg (P(x)) \land \neg (Q(x)))$         |
| $(\exists x) (P(x) \lor Q(x))$                   | = | $\neg (\forall x) (\neg (P(x)) \land \neg (Q(x)))$         |
| $(\exists x) (P(x) \land Q(x))$                  | = | $\neg (\forall x) (\neg (P(x)) \lor \neg (Q(x)))$          |
| $(\forall x) (P(x)) \implies (\exists x) (Q(x))$ | = | $\neg (\exists x) (Q(x)) \implies \neg (\forall x) (P(x))$ |
|  |   |  |

# CRT - Bibliografía



Capítulo 8 (a partir de sección 8.6) Elmasri/Navathe - Fundamentals of Database Systems, 7th Edition Pearson, 2015.



Capítulo 3 (a partir de sección 3.8) Ullman - Principles of Database and Knowledge-Base Systems Computer Science Press, 1988