

Diseño I: Elección de estructuras

Clase práctica

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Diferencias entre especificación y diseño

- En la etapa de especificación:
 - ▶ Nos ocupamos del '¿Qué?'
 - ▶ Lo explicamos usando TADs
 - ▶ Ese '¿Qué?' se explica bajo el paradigma funcional
- En la etapa de diseño:
 - ▶ Nos ocupamos del '¿Cómo?'
 - ▶ Lo explicamos con *módulos de abstracción*
 - ▶ Ese '¿Cómo?' lo explicaremos usando el paradigma imperativo
 - ▶ Tenemos un *contexto de uso* que nos fuerza a tomar decisiones respecto de la estructura.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- 1 **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- 1 **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- 1 **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- 1 **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.
 - ▶ Postcondición: lo que debe cumplirse después de la ejecución.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- ➊ **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.
 - ▶ Postcondición: lo que debe cumplirse después de la ejecución.
 - ▶ Descripción (Importante!).

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- ➊ **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.
 - ▶ Postcondición: lo que debe cumplirse después de la ejecución.
 - ▶ Descripción (Importante!).
 - ▶ Complejidad.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- 1 **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.
 - ▶ Postcondición: lo que debe cumplirse después de la ejecución.
 - ▶ Descripción (Importante!).
 - ▶ Complejidad.
 - ▶ Aliasing.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- ➊ **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.
 - ▶ Postcondición: lo que debe cumplirse después de la ejecución.
 - ▶ Descripción (Importante!).
 - ▶ Complejidad.
 - ▶ Aliasing.
- ➋ **Representación:** sección no accesible a los usuarios del módulo que detalla la estructura de representación y los algoritmos justificando elección de estructuras así y complejidad de los algoritmos. Define *Rep* y *Abs*.

Partes de un módulo

Un módulo de abstracción se divide en tres secciones:

- 1 **Interfaz:** sección accesible a los usuarios del módulo (e.g., otros módulos) que detalla cada operación exportada:
 - ▶ Signatura: que recibe y que devuelve.
 - ▶ Precondición: condiciones sobre los input.
 - ▶ Postcondición: lo que debe cumplirse después de la ejecución.
 - ▶ Descripción (Importante!).
 - ▶ Complejidad.
 - ▶ Aliasing.
- 2 **Representación:** sección no accesible a los usuarios del módulo que detalla la estructura de representación y los algoritmos justificando elección de estructuras así y complejidad de los algoritmos. Define *Rep* y *Abs*.
- 3 **Servicios usados:** detalla los supuestos sobre los servicios usados de otros módulos. Estos requisitos justifican las complejidades de la sección anterior (que a su vez justifican las de la interfaz).
 - ▶ Ejemplo: conjunto implementado sobre una lista enlazada.

Apuntes

- No se olviden de los apuntes:
 - ▶ Apunte de diseño.
 - ▶ Apunte de módulos básicos (módulos completos).

Apuntes

- No se olviden de los apuntes:
 - ▶ Apunte de diseño.
 - ▶ Apunte de módulos básicos (módulos completos).
- Veamos un poco estos apuntes...

Apuntes

- No se olviden de los apuntes:
 - ▶ Apunte de diseño.
 - ▶ Apunte de módulos básicos (módulos completos).
- Veamos un poco estos apuntes...
- En general no les vamos a pedir módulos completos.

Apuntes

- No se olviden de los apuntes:
 - ▶ Apunte de diseño.
 - ▶ Apunte de módulos básicos (módulos completos).
- Veamos un poco estos apuntes...
- En general no les vamos a pedir módulos completos.
- Sólo por hoy: diseñar un módulo completo.

Ejercicio: ¡Subite!

Sistema de tarjetas de transporte para el subte:

- En las boleterías, se venden tarjetas de 1, 2, 5, 10 y 30 viajes
- En la entrada a los andenes, hay molinetes con lectores de tarjetas
- Cuando el usuario pasa su tarjeta por el lector:
 - ▶ Si la tarjeta está agotada o es inválida, se informa de esto en el visor y no se abre el molinete
 - ▶ Si hay viajes en la tarjeta
 - ★ Se abre el molinete
 - ★ Se muestra el saldo en el visor
 - ★ Se actualiza en el sistema el nuevo saldo para esa tarjeta
 - ★ Se registra en el sistema el día y la hora del acceso

Ejercicio: ¡Subite!

Sistema de tarjetas de transporte para el subte:

- En las boleterías, se venden tarjetas de 1, 2, 5, 10 y 30 viajes
- En la entrada a los andenes, hay molinetes con lectores de tarjetas
- Cuando el usuario pasa su tarjeta por el lector:
 - ▶ Si la tarjeta está agotada o es inválida, se informa de esto en el visor y no se abre el molinete
 - ▶ Si hay viajes en la tarjeta
 - ★ Se abre el molinete
 - ★ Se muestra el saldo en el visor
 - ★ Se actualiza en el sistema el nuevo saldo para esa tarjeta
 - ★ Se registra en el sistema el día y la hora del acceso
- Nos piden tiempo de acceso **sublineal** (en peor caso y en la cantidad total de tarjetas) para la operación de usar la tarjeta.

TAD SUBITE

observadores básicos

tarjetas : subite \longrightarrow conj(tarjeta)

crédito : subite $s \times$ tarjeta $t \longrightarrow$ nat $\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

viajes : subite $s \times$ tarjeta $t \longrightarrow$ secu(FechaHora) $\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

generadores

Crear : \longrightarrow subite

NuevaTarjeta : subite $s \times$ nat $c \longrightarrow$ subite $\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

otras operaciones

ultimaTarjeta : subite $s \longrightarrow$ tarjeta $\{\# \text{tarjetas}(s) > 0\}$

Fin TAD

TAD SUBITE**observadores básicos**

tarjetas : subite \longrightarrow conj(tarjeta)

crédito : subite $s \times$ tarjeta $t \longrightarrow$ nat $\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

viajes : subite $s \times$ tarjeta $t \longrightarrow$ secu(FechaHora) $\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

generadores

Crear : \longrightarrow subite

NuevaTarjeta : subite $s \times$ nat $c \longrightarrow$ subite $\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

otras operaciones

ultimaTarjeta : subite $s \longrightarrow$ tarjeta $\{\# \text{tarjetas}(s) > 0\}$

Fin TAD

Observación: ultimaTarjeta devuelve la última tarjeta creada por NuevaTarjeta.

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?
↔ La interfaz será la misma sin importar la estructura, y además nos puede dar ideas para esta última...

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?
↔ La interfaz será la misma sin importar la estructura, y además nos puede dar ideas para esta última...
- ¿Hay que pensar cuáles serán las operaciones provistas por la interfaz?

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?
↪ La interfaz será la misma sin importar la estructura, y además nos puede dar ideas para esta última...
- ¿Hay que pensar cuáles serán las operaciones provistas por la interfaz?
↪ ¡Sí! No siempre salen directamente del TAD...

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?
↪ La interfaz será la misma sin importar la estructura, y además nos puede dar ideas para esta última...
- ¿Hay que pensar cuáles serán las operaciones provistas por la interfaz?
↪ ¡Sí! No siempre salen directamente del TAD...
- Definamos entonces las operaciones y para cada una definir:
 - ▶ **Descripción**
 - ▶ Precondición
 - ▶ Postcondición
 - ▶ Complejidad (!)
 - ▶ Aliasing (!)

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?
↪ La interfaz será la misma sin importar la estructura, y además nos puede dar ideas para esta última...
- ¿Hay que pensar cuáles serán las operaciones provistas por la interfaz?
↪ ¡Sí! No siempre salen directamente del TAD...
- Definamos entonces las operaciones y para cada una definir:
 - ▶ **Descripción**
 - ▶ Precondición
 - ▶ Postcondición
 - ▶ Complejidad (!)
 - ▶ Aliasing (!)
- ¿Cómo elegimos entonces las operaciones?

Diseñado...

¿Qué hacemos ahora?

- ¿Elegir estructura o definir la interfaz?
↪ La interfaz será la misma sin importar la estructura, y además nos puede dar ideas para esta última...
- ¿Hay que pensar cuáles serán las operaciones provistas por la interfaz?
↪ ¡Sí! No siempre salen directamente del TAD...
- Definamos entonces las operaciones y para cada una definir:
 - ▶ **Descripción**
 - ▶ Precondición
 - ▶ Postcondición
 - ▶ Complejidad (!)
 - ▶ Aliasing (!)
- ¿Cómo elegimos entonces las operaciones?
↪ Depende de muchas cosas (principalmente el contexto de uso).

Diseñado...

Antes que nada arrancamos con la cabecera:

- **Módulo:** Subite
- **Se explica con:** Subite
- **Géneros:** Subite
- **Operaciones:** ...

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: Crear() \rightarrow res: Subite
- Pre:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: Crear() \rightarrow res: Subite
- Pre: { true }
- Post:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: Crear() \rightarrow res: Subite
- Pre: { true }
- Post: { res = Crear } (*¿sombbrero?*)
- Descripción:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: $\text{Crear}() \rightarrow \text{res: Subite}$
- Pre: $\{ \text{true} \}$
- Post: $\{ \text{res} = \text{Crear} \}$ (*¿sombbrero?*)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : $\text{subite } s \times \text{nat } c \longrightarrow \text{subite}$

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : $\text{subite } s \longrightarrow \text{tarjeta}$

$\{\# \text{tarjetas}(s) > 0\}$

- Signatura:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: Crear() \rightarrow res: Subite
- Pre: { true }
- Post: { res = Crear } (*¿sombbrero?*)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : subite $s \times$ nat $c \longrightarrow$ subite

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : subite $s \longrightarrow$ tarjeta

$\{\#tarjetas(s) > 0\}$

- Signatura: NuevaTarjeta(inout s: Subite, in c: Nat) \rightarrow res: Tarjeta
- Pre:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: $\text{Crear}() \rightarrow \text{res: Subite}$
- Pre: $\{ \text{true} \}$
- Post: $\{ \text{res} = \text{Crear} \}$ (¿sombbrero?)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : $\text{subite } s \times \text{nat } c \longrightarrow \text{subite}$

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : $\text{subite } s \longrightarrow \text{tarjeta}$

$\{\# \text{tarjetas}(s) > 0\}$

- Signatura: $\text{NuevaTarjeta}(\text{inout } s: \text{Subite}, \text{in } c: \text{Nat}) \rightarrow \text{res: Tarjeta}$
- Pre: $\{ s = s_0 \wedge c \in \{1, 2, 5, 10, 30\} \}$

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: $\text{Crear}() \rightarrow \text{res: Subite}$
- Pre: $\{ \text{true} \}$
- Post: $\{ \text{res} = \text{Crear} \}$ (¿sombbrero?)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : $\text{subite } s \times \text{nat } c \longrightarrow \text{subite}$

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : $\text{subite } s \longrightarrow \text{tarjeta}$

$\{\# \text{tarjetas}(s) > 0\}$

- Signatura: $\text{NuevaTarjeta}(\text{inout } s: \text{Subite}, \text{in } c: \text{Nat}) \rightarrow \text{res: Tarjeta}$
- Pre: $\{ s = s_0 \wedge c \in \{1, 2, 5, 10, 30\} \}$
- Post:

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: $\text{Crear}() \rightarrow \text{res: Subite}$
- Pre: $\{ \text{true} \}$
- Post: $\{ \text{res} = \text{Crear} \}$ (¿sombbrero?)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : $\text{subite } s \times \text{nat } c \longrightarrow \text{subite}$

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : $\text{subite } s \longrightarrow \text{tarjeta}$

$\{\#tarjetas(s) > 0\}$

- Signatura: $\text{NuevaTarjeta}(\text{inout } s: \text{Subite}, \text{in } c: \text{Nat}) \rightarrow \text{res: Tarjeta}$
- Pre: $\{ s = s_0 \wedge c \in \{1, 2, 5, 10, 30\} \}$
- Post: $\{ \text{res} \notin tarjetas(s_0) \wedge \text{res} \in tarjetas(s) \wedge s = \text{NuevaTarjeta}(s_0, c) \}$

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: $\text{Crear}() \rightarrow \text{res: Subite}$
- Pre: $\{ \text{true} \}$
- Post: $\{ \text{res} = \text{Crear} \}$ (¿sombbrero?)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : $\text{subite } s \times \text{nat } c \longrightarrow \text{subite}$

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : $\text{subite } s \longrightarrow \text{tarjeta}$

$\{\#tarjetas(s) > 0\}$

- Signatura: $\text{NuevaTarjeta}(\text{inout } s: \text{Subite}, \text{in } c: \text{Nat}) \rightarrow \text{res: Tarjeta}$
- Pre: $\{ s = s_0 \wedge c \in \{1, 2, 5, 10, 30\} \}$
- Post: $\{ \text{res} \notin \text{tarjetas}(s_0) \wedge \text{res} \in \text{tarjetas}(s) \wedge s = \text{NuevaTarjeta}(s_0, c) \}$
- Descripción: Agrega una nueva tarjeta al sistema y la retorna.

Subite: Creación y nuevas tarjetas

Crear : \longrightarrow subite

- Signatura: $\text{Crear}() \rightarrow \text{res: Subite}$
- Pre: $\{ \text{true} \}$
- Post: $\{ \text{res} = \text{Crear} \}$ (¿sombbrero?)
- Descripción: Crea una nueva instancia
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (no aplica)

NuevaTarjeta : $\text{subite } s \times \text{nat } c \longrightarrow \text{subite}$

$\{c \in \{1,2,5,10,30\}\}$

ultimaTarjeta : $\text{subite } s \longrightarrow \text{tarjeta}$

$\{\#tarjetas(s) > 0\}$

- Signatura: $\text{NuevaTarjeta}(\text{inout } s: \text{Subite}, \text{in } c: \text{Nat}) \rightarrow \text{res: Tarjeta}$
- Pre: $\{ s = s_0 \wedge c \in \{1, 2, 5, 10, 30\} \}$
- Post: $\{ \text{res} \notin \text{tarjetas}(s_0) \wedge \text{res} \in \text{tarjetas}(s) \wedge s = \text{NuevaTarjeta}(s_0, c) \}$
- Descripción: Agrega una nueva tarjeta al sistema y la retorna.
- Complejidad: La definiremos más adelante.
- Aliasing: (E.g) Se devuelve una referencia no modificable a la nueva tarjeta.

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

Supongamos que el contexto de uso nos indica lo siguiente:

- Queremos que UsarTarjeta indique si la misma era válida o no.
- Y además, de usarla, que nos devuelva el nuevo saldo de la tarjeta.

¿Podemos **alterar la signature** para **mejorar la usabilidad** del módulo?

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

- Signatura:

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

- Signatura:

UsarTarjeta(inout s: Subite, in t: Tarjeta, in h: FechaHora, **out** c: Nat)

\rightarrow **res**: Bool

- Pre:

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

- Signatura:

UsarTarjeta(inout s: Subite, in t: Tarjeta, in h: FechaHora, **out** c: Nat)

\rightarrow **res:** Bool

- Pre: $\{ s = s_0 \}$

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

- Signatura:

UsarTarjeta(inout s: Subite, in t: Tarjeta, in h: FechaHora, **out c: Nat**)

\rightarrow **res: Bool**

- Pre: $\{ s = s_0 \}$
- Post:

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

- Signatura:

UsarTarjeta(inout s : Subite, in t : Tarjeta, in h : FechaHora, **out** c : Nat)

\rightarrow **res**: Bool

- Pre: $\{ s = s_0 \}$

- Post: $\{ \text{res} = (t \in \text{tarjetas}(s_0) \wedge \text{crédito}(s_0, t) > 0) \wedge_L$
 $(\text{res} \Rightarrow_L s = \text{UsarTarjeta}(s_0, t, h) \wedge c = \text{crédito}(s, t)) \wedge (\neg \text{res} \Rightarrow s = s_0) \}$

Subite: Usar tarjeta

UsarTarjeta : subite $s \times$ tarjeta $t \times$ FechaHora \longrightarrow subite

$\{t \in \text{tarjetas}(s) \wedge \text{crédito}(s,t) > 0\}$

- Signatura:

UsarTarjeta(inout s : Subite, in t : Tarjeta, in h : FechaHora, **out** c : Nat)

\rightarrow **res**: Bool

- Pre: $\{ s = s_0 \}$
- Post: $\{ res = (t \in \text{tarjetas}(s_0) \wedge \text{crédito}(s_0, t) > 0) \wedge_L$
 $(res \Rightarrow_L s = \text{UsarTarjeta}(s_0, t, h) \wedge c = \text{crédito}(s, t)) \wedge (\neg res \Rightarrow s = s_0) \}$
- Descripción: Si la tarjeta pasada por parámetro está registrada y puede utilizarla, entonces actualiza su crédito y retorna true
- Complejidad: tiene que ser $< O(n)$, pero lo precisamos luego.
- Aliasing: idem...

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver viajes:
 - ▶ $\text{Viajes}(\text{in } s: \text{Subite}, \text{in } t: \text{Tarjeta}, \text{out } vs: \text{Secu}(\text{FechaHora})) \rightarrow \text{res}: \text{Bool}$

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver viajes:
 - ▶ $\text{Viajes}(\text{in } s: \text{Subite}, \text{in } t: \text{Tarjeta}, \text{out vs: Secu}(\text{FechaHora})) \rightarrow \text{res: Bool}$
 - ▶ Pre:

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver viajes:
 - ▶ $\text{Viajes}(\text{in } s: \text{Subite}, \text{in } t: \text{Tarjeta}, \text{out vs: Secu}(\text{FechaHora})) \rightarrow \text{res: Bool}$
 - ▶ Pre: $\{ \text{true} \}$

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver viajes:
 - ▶ $\text{Viajes}(\text{in } s: \text{Subite}, \text{in } t: \text{Tarjeta}, \text{out vs: Secu}(\text{FechaHora})) \rightarrow \text{res: Bool}$
 - ▶ Pre: $\{ \text{true} \}$
 - ▶ Post:

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver viajes:
 - ▶ $\text{Viajes}(\text{in } s: \text{Subite}, \text{in } t: \text{Tarjeta}, \text{out } vs: \text{Secu}(\text{FechaHora})) \rightarrow \text{res}: \text{Bool}$
 - ▶ Pre: $\{ \text{true} \}$
 - ▶ Post: $\{ (res = t \in \text{tarjetas}(s)) \wedge_L (res \Rightarrow_L vs = \text{viajes}(s, t)) \}$

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver viajes:

- ▶ $\text{Viajes}(\text{in } s: \text{Subite}, \text{in } t: \text{Tarjeta}, \text{out } vs: \text{Secu}(\text{FechaHora})) \rightarrow \text{res}: \text{Bool}$
- ▶ Pre: $\{ \text{true} \}$
- ▶ Post: $\{ (res = t \in \text{tarjetas}(s)) \wedge_L (res \Rightarrow_L vs = \text{viajes}(s, t)) \}$
- ▶ Descripción: Si la tarjeta pasada por parámetro está registrada, retorna true y asigna en *viajes* los viajes realizados
- ▶ Complejidad: La definimos más adelante
- ▶ Aliasing: (E.g) Se devuelve una referencia no modificable a la lista de viajes realizados.

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver crédito:
 - ▶ Crédito(in s: Subite, in t: Tarjeta, out cred: nat) \rightarrow res: Bool

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver crédito:
 - ▶ Crédito(in s: Subite, in t: Tarjeta, out cred: nat) \rightarrow res: Bool
 - ▶ Pre:

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver crédito:
 - ▶ Crédito(in s: Subite, in t: Tarjeta, out cred: nat) \rightarrow res: Bool
 - ▶ Pre: { true }

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver crédito:
 - ▶ Crédito(in s: Subite, in t: Tarjeta, out cred: nat) \rightarrow res: Bool
 - ▶ Pre: { true }
 - ▶ Post:

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver crédito:
 - ▶ Crédito(in s: Subite, in t: Tarjeta, out cred: nat) \rightarrow res: Bool
 - ▶ Pre: { true }
 - ▶ Post: { (res = t \in tarjetas(s)) \wedge_L (res \Rightarrow_L cred = crédito(s, t)) }

Subite: Ver viajes y crédito

$\text{viajes} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{secu}(\text{FechaHora})$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$
$\text{crédito} : \text{subite } s \times \text{tarjeta } t \longrightarrow \text{nat}$	$\{t \in \text{tarjetas}(s)\}$

Podemos hacer algo parecido para ver los viajes y el crédito....

- Ver crédito:

- ▶ Crédito(in s: Subite, in t: Tarjeta, out cred: nat) \rightarrow res: Bool
- ▶ Pre: { true }
- ▶ Post: { $(res = t \in \text{tarjetas}(s)) \wedge_L (res \Rightarrow_L cred = \text{crédito}(s, t))$ }
- ▶ Descripción: Si la tarjeta pasada por parámetro está registrada, retorna true y asigna el crédito en *cred* si no retorna false
- ▶ Complejidad: Libre, al no tener restricciones podemos elegirla más adelante
- ▶ Aliasing: -

Subite: Elección de estructuras

- Elijamos la estructura, sabiendo que la única restricción de complejidad que tenemos es en utilizar la tarjeta ($< O(n)$)

Subite: Elección de estructuras

- Elijamos la estructura, sabiendo que la única restricción de complejidad que tenemos es en utilizar la tarjeta ($< O(n)$)
- Subite se podría representar con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `Dicc(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: Secuencia(FechaHora)>`

Subite: Elección de estructuras

- Elijamos la estructura, sabiendo que la única restricción de complejidad que tenemos es en utilizar la tarjeta ($< O(n)$)
- Subite se podría representar con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `Dicc(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: Secuencia(FechaHora)>`
- ¿Así cumple con las complejidades requeridas?

Subite: Elección de estructuras

- Elijamos la estructura, sabiendo que la única restricción de complejidad que tenemos es en utilizar la tarjeta ($< O(n)$)
- Subite se podría representar con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `Dicc(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: Secuencia(FechaHora)>`
- ¿Así cumple con las complejidades requeridas?
- Recordemos que utilizar la tarjeta implica:
 - ▶ **Buscar la tarjeta**
 - ▶ Descontarle el saldo
 - ▶ Agregarle un viaje

Subite: Elección de estructuras

- Elijamos la estructura, sabiendo que la única restricción de complejidad que tenemos es en utilizar la tarjeta ($< O(n)$)
- Subite se podría representar con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `Dicc(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: Secuencia(FechaHora)>`
- ¿Así cumple con las complejidades requeridas?
- Recordemos que utilizar la tarjeta implica:
 - ▶ **Buscar la tarjeta**
 - ▶ Descontarle el saldo
 - ▶ Agregarle un viaje
- Escribamos el algoritmo y veamos...

Subite: Algoritmo de UsarTarjeta

```
function IUSARTARJETA(inout s: estr, in i: Tarjeta, out crédito: Nat)
  if  $\neg$ definido(e, i) then                                     ▷  $O(\text{definido})$ 
    res  $\leftarrow$  false
  else
    datos  $\leftarrow$  obtener(e, i)                                ▷  $O(\text{obtener})$ 
    if datos.credito = 0 then
      res  $\leftarrow$  false
    else
      datos.credito  $\leftarrow$  datos.credito-1
      agregar(datos.viajes, FechaHoraActual)                  ▷  $O(\text{agregar})$ 
      credito  $\leftarrow$  datos.credito
      res  $\leftarrow$  true
    end if
  end if
  devolver res
end function
```

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...
- Para el agregar, si implementamos la secuencia con una lista enlazada, el agregar al final cuesta $O(1)$

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...
- Para el agregar, si implementamos la secuencia con una lista enlazada, el agregar al final cuesta $O(1)$
- ¿Y el diccionario?
 - ▶ Vectores de tuplas

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...
- Para el agregar, si implementamos la secuencia con una lista enlazada, el agregar al final cuesta $O(1)$
- ¿Y el diccionario?
 - ▶ Vectores de tuplas
 - ▶ Tabla de Hash (lo van a ver en la teórica y en el labo):
Permite buscar «casi» en $O(1)$

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...
- Para el agregar, si implementamos la secuencia con una lista enlazada, el agregar al final cuesta $O(1)$
- ¿Y el diccionario?
 - ▶ Vectores de tuplas
 - ▶ Tabla de Hash (lo van a ver en la teórica y en el labo):
Permite buscar «casi» en $O(1)$
 - ▶ Árbol ABB:
Si agregan con una distribución uniforme permite buscar en $O(\log n)$

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...
- Para el agregar, si implementamos la secuencia con una lista enlazada, el agregar al final cuesta $O(1)$
- ¿Y el diccionario?
 - ▶ Vectores de tuplas
 - ▶ Tabla de Hash (lo van a ver en la teórica y en el labo):
Permite buscar «casi» en $O(1)$
 - ▶ Árbol ABB:
Si agregan con una distribución uniforme permite buscar en $O(\log n)$
 - ▶ Árbol AVL:
Permite buscar en $O(\log n)$

Ejercicio: Requisitos de complejidad

- Ok, entonces definido, obtener y agregar tienen que ser sublineales...
- Para el agregar, si implementamos la secuencia con una lista enlazada, el agregar al final cuesta $O(1)$
- ¿Y el diccionario?
 - ▶ Vectores de tuplas
 - ▶ Tabla de Hash (lo van a ver en la teórica y en el labo):
Permite buscar «casi» en $O(1)$
 - ▶ Árbol ABB:
Si agregan con una distribución uniforme permite buscar en $O(\log n)$
 - ▶ Árbol AVL:
Permite buscar en $O(\log n)$
- Si elegimos implementar la secuencia con una lista enlazada y el diccionario con un árbol AVL, entonces... touché!

```

function IUSARTARJETA(inout s: Subite, in i: Tarjeta, out crédito: Nat)
return res
    if  $\neg$ definido(e, i) then                                ▷  $O(\log n)$ 
        res  $\leftarrow$  false
    else
        datos  $\leftarrow$  obtener(e, i)                        ▷  $O(\log n)$ 
        if datos.credito = 0 then
            res  $\leftarrow$  false
        else
            datos.credito  $\leftarrow$  datos.credito - 1
            agregar(datos.viajes, FechaHoraActual)        ▷  $O(1)$ 
            credito  $\leftarrow$  datos.credito
            res  $\leftarrow$  true
        end if
    end if
end function

```

Subite: estructura elegida

Finalmente:

- Subite se representa con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `DiccAVL(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: ListaEnlazada(FechaHora)>`
- Y donde `DiccAVL(Tarjeta, DatosTarjeta)` se representa con `AVL(Nodo)` donde
 - ▶ `Nodo` es `<Tarjeta, DatosTarjeta>`

Subite: estructura elegida

Finalmente:

- Subite se representa con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `DiccAVL(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: ListaEnlazada(FechaHora)>`
- Y donde `DiccAVL(Tarjeta, DatosTarjeta)` se representa con `AVL(Nodo)` donde
 - ▶ `Nodo` es `<Tarjeta, DatosTarjeta>`
- Deberíamos diseñar `DiccAVL`, pero eso lo damos por hecho... ;-)

Subite: estructura elegida

Finalmente:

- Subite se representa con `estr`, donde:
 - ▶ `estr` es `DiccAVL(Tarjeta, DatosTarjeta)`
 - ▶ `Tarjeta` es `Nat`
 - ▶ `DatosTarjeta` es `Tupla<Crédito: Nat, Viajes: ListaEnlazada(FechaHora)>`
- Y donde `DiccAVL(Tarjeta, DatosTarjeta)` se representa con `AVL(Nodo)` donde
 - ▶ `Nodo` es `<Tarjeta, DatosTarjeta>`
- Deberíamos diseñar `DiccAVL`, pero eso lo damos por hecho... ;-)
- Restan completar el resto de los algoritmos y...
- Nos faltó el Invariante de Representación y la Función de Abstracción (tarea)

Fin