

# GTI HS 23 Serie 4

---

Tobias Kohler, Nicolas Wyss, Maya Nedir

Die 4. Serie ist bis Mittwoch, den 25. Oktober 2023 um 16:00 Uhr zu lösen und in schriftlicher Form in der Übungsstunde abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. **Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert.** Allfällige unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen.  
Viel Spass!

## 1 Karnaugh-Diagramm I (2 Punkte)

Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die dem folgenden Diagramm entspricht.

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1

## 2 Karnaugh-Diagramm II (1 Punkt)

Wie findet man Primimplikanten in Karnaugh-Diagrammen?

## 3 Karnaugh mit Don't Care (3 Punkte)

Entwickle unter Verwendung des Karnaugh-Verfahrens eine Schaltfunktion, welche für eine einstellige BCD-Zahl feststellt, ob sie ein Teiler ( $\neq 1$ ) von 252 ist. Führe dazu die folgenden Schritte aus:

- (a) (2 Punkte) Bestimme mit Hilfe einer Wertetabelle ein Karnaugh-Diagramm unter Ausnutzung der Don't-Care-Fälle.
- (b) (1 Punkt) Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die der Wertetabelle von (a) entspricht.

## 4 Quine und McCluskey (4 Punkte)

Die Funktion  $f : B^5 \rightarrow B$  habe genau die folgenden einschlägigen Indizes:

$$0, 1, 4, 5, 8, 12, 17, 20, 23, 28, 31$$

Bestimme mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten und eine kostenminimale, disjunktive Darstellung.

## 5 Ordered Binary Decision Diagrams (4 Punkte)

- (a) (2 Punkte) Stelle die folgende Funktion  $f(x, y, z)$  als OBDD zur Ordnung  $x < z < y$  dar und vereinfache dieses anschliessend.

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- (b) (2 Punkte) Gibt es eine Variablenordnung, die ein kleineres OBDD erzeugt? Falls ja, zeichne das entsprechende OBDD. Falls nein, weshalb nicht?

## Freiwillige Aufgaben

### Ordered Binary Decision Diagrams

Stelle die folgende Funktion  $y(x_0, x_1, x_2)$  als OBDD zur Ordnung  $x_0 < x_1 < x_2$  dar und vereinfache dieses anschliessend.

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y(x_0, x_1, x_2)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

### Quine und McCluskey

Vereinfache die Funktion

$$f(x, y, z) = xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz + x\bar{y}z$$

nach dem Verfahren von Quine und McCluskey.

## 1 Karnaugh-Diagramm I (2 Punkte)

Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die dem folgenden Diagramm entspricht.

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1

- $\neg A \neg B \neg C + A \neg B \neg C D + \neg B C$
- Kann auch anders gelöst werden, aber es sind nicht weniger Gruppen realisierbar.

## 2 Karnaugh-Diagramm II (1 Punkt)

Wie findet man Primimplikanten in Karnaugh-Diagrammen?

In Karnaugh-Diagrammen findet man Primimplikanten durch das Bilden von grösstmöglichen rechteckigen Gruppen von einschlägigen „1“-Werten. Gruppen können horizontal und vertikal über die Ränder des Diagramms gebildet werden. Die Grösse der Gruppen muss eine 2er-Potenz sein. Die Gruppen zeigen anschliessend direkt die Primimplikanten.

## 3 Karnaugh mit Don't Care (3 Punkte)

Entwickle unter Verwendung des Karnaugh-Verfahrens eine Schaltfunktion, welche für eine einstellige BCD-Zahl feststellt, ob sie ein Teiler ( $\neq 1$ ) von 252 ist. Führe dazu die folgenden Schritte aus:

Binary Coded Decimal

- (2 Punkte) Bestimme mit Hilfe einer Wertetabelle ein Karnaugh-Diagramm unter Ausnutzung der Don't-Care-Fälle.
- (1 Punkt) Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die der Wertetabelle von (a) entspricht.

A	B	C	D	BCD	f
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	1
1	0	0	0	8	0
1	0	0	1	9	1
1	0	1	0	10	D
1	0	1	1	11	D
1	1	0	0	12	D
1	1	0	1	13	D
1	1	1	0	14	D
1	1	1	1	15	D

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	0	1	1
11	D	D	D	D
10	0	1	D	D

b)  $C + B\bar{D} + AD$

#### 4 Quine und McCluskey (4 Punkte)

Lukas Batschelet, 16-499-733  
Paulo Rangel Garcia, 23-111-461

Die Funktion  $f: B^5 \rightarrow B$  habe genau die folgenden einschlägigen Indizes:

0, 1, 4, 5, 8, 12, 17, 20, 23, 28, 31

Bestimme mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten und eine kostenminimale, disjunktive Darstellung.

Einschlägige Indizes								einschlägige indizes	Decimal indizes	
i	A	B	C	D	E	Ar				
0	0	0	0	0	0	5	0	31	1 1 1 1 1	1 * 1 1 1 23, 31 0
1	0	0	0	0	1	4	1	23	1 0 1 1 1	* 1 1 0 0 12, 28 2
4	0	0	1	0	0	4	2	28	1 1 1 0 0	1 * 1 0 0 20, 28 2
5	0	0	1	0	1	3		5	0 0 1 0 1	0 0 * 0 1 1, 5 3
8	0	1	0	0	0	4	3	12	0 1 1 0 0	* 0 0 0 1 1, 12 3
12	0	1	1	0	0	3		17	1 0 0 0 1	0 * 1 0 0 4, 12 3
17	1	0	0	0	1	3		20	1 0 1 0 0	0 0 1 0 * 4, 5 3
20	1	0	1	0	0	3		1	0 0 0 0 1	0 1 * 0 0 8, 12 3
23	1	0	1	1	1	1	4	4	0 0 1 0 0	* 0 1 0 0 4, 20 3
28	1	1	1	0	0	2		8	0 1 0 0 0	0 0 0 0 * 0, 1 4
31	1	1	1	1	1	0	5	0	0 0 0 0 0	0 0 * 0 0 0, 4 4
										0 * 0 0 0 0, 8 4

0 0 0 0 *	0, 1
0 0 * 0 0	0, 4
0 * 0 0 0	0, 8
0 0 * 0 1	1, 5
* 0 0 0 1	1, 17
0 0 1 0 *	4, 5
0 * 1 0 0	4, 12
* 0 1 0 0	4, 20
0 1 * 0 0	8, 12
* 1 1 0 0	12, 28
1 * 1 0 0	20, 28
1 * 1 1 1	23, 31

0 0 * 0 *	0, 1, 4, 5
0 * * 0 0	0, 4, 8, 12
* * 1 0 0	4, 12, 20, 28

	0	1	4	5	8	12	17	20	23	28	31		A	B	C	D	E
1, 17		X					X						*	0	0	0	1
23, 31									X		X		1	*	1	1	1
0, 1, 4, 5	X	X	X	X	X								0	0	*	0	*
0, 4, 8, 12	X		X		X	X							0	*	*	0	0
4, 12, 20, 28			X			X		X		X			*	*	1	0	0

lässt sich nicht mehr weiter vereinfachen, da jede Zeile mindestens einen einzigartigen Wert hat.

$$f = \underline{\underline{\bar{B}\bar{C}\bar{D}E + ACDE + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{D}\bar{E} + C\bar{D}\bar{E}}}$$

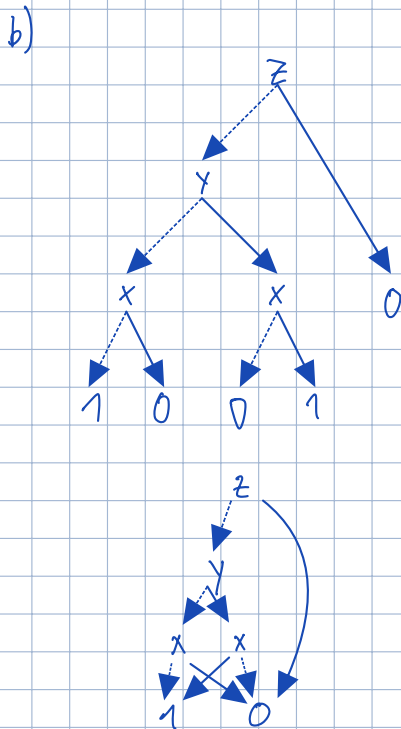
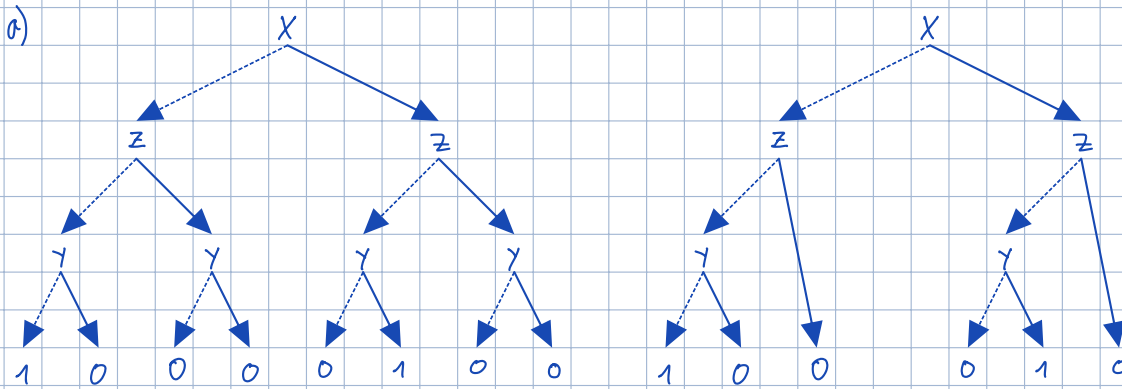
## 5 Ordered Binary Decision Diagrams (4 Punkte)

Lukas Batschelet, 16-499-733  
Paulo Rangel Garcia, 23-111-461

- (a) (2 Punkte) Stelle die folgende Funktion  $f(x, y, z)$  als OBDD zur Ordnung  $x < z < y$  dar und vereinfache dieses anschließend.

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- (b) (2 Punkte) Gibt es eine Variablenordnung, die ein kleineres OBDD erzeugt? Falls ja, zeichne das entsprechende OBDD. Falls nein, weshalb nicht?



Da nur zwei einschlägige Indizes vorhanden lässt sich das relativ einfach überlegen:  
 $x$  und  $y$  sind bei den einschlägigen Indizes jeweils unterschiedlich.  
 $z$  ist bei beiden Indizes 0.  
 $\rightarrow$  Mit  $z$  lässt sich am meisten vereinfachen, die Reihenfolge von  $x$  und  $y$  spielen keine Rolle