LISTA DE EXERCÍCIOS nº7 – LÓGICA DE PREDICADOS (dedução formal)

1. Preencha a terceira coluna das seguintes provas, identificando cada uma das fórmulas ou como foram obtidas.

a) ¬p(c) ∨ (∃x)(p(x)), (∃x)(p(x)) → q(c)
conclusão: p(c) → q(c)

1.	¬p(c) ∨ (∃x)(p(x))		
2.	(∃x)(p(x)) → q(c)		
3.		p(c)	
4.		(∃x)(p(x))	
5.		q(c)	
6.	p(c) → q(c)		

b) (∀x)(p(x) → q(x)), p(c) conclusão: q(c)

1.	(∀x)(p(x) → q(x))	
2.	p(c)	
3.	p(c) → q(c)	
4.	q(c)	

c) ¬p(c) conclusão: ¬(∀x)(p(x))

1.	¬p(c)		
2.		(∀x)(p(x))	
3.		p(c)	
4.		false	
5.	¬(∀x)(p(x))		

d) (∀x)(p(x) → q(x)), (∀x)(q(x) → r(x))
conclusão: (∀x)(p(x) → r(x))

1.	(∀x)(p(x) → q(x))	
2.	(∀x)(q(x) → r(x))	
3.	p(c) → q(c)	
4.	q(c) → r(c)	
5.	p(c) → r(c)	
6.	(∀x)(p(x) → r(x))	

e) (∀x)(p(x))
conclusão: (∀x)(p(x) ∨ q(x))

1.	(∀x)(p(x))	
2.	p(c)	
3.	p(c) ∨ q(c)	
4.	(∀x)(p(x) ∨ q(x))	

f) p(c) ∧ q(c)
conclusão: (∃x)(p(x) ∧ q(x))

1.	p(c) ∧ q(c)	
2.	(∃x)(p(x) ∧ q(x))	

g) (∀x)(p(x) ∨ q(x))
conclusão: (∃x)(p(x) ∨ q(x))

1.	(∀x)(p(x) ∨ q(x))	
2.	p(c) ∨ q(c)	
3.	(∃x)(p(x) ∨ q(x))	

h) ¬((∃x)(p(x)) conclusão: (∀x)(¬p(x))

1.	¬((∃x)(p(x))		
2.		p(c)	
3.		(∃x)(p(x))	
4.		false	
5.	¬p(c)		
6.	(∀x)(¬p(x))		

i) (∃x)(p(x) ∧ q(x)) conclusão: (∃x)(p(x))

1.	(∃x)(p(x) ∧ q(x))		
2.		p(c) ∧ q(c)	
3.		p(c)	
4.		(∃x)(p(x))	
5.	(∃x)(p(x))		

j) (∀x)(p(x) → q(x)), (∃x)(p(x)) conclusão: (∃x)(q(x))

1.	(∀x)(p(x) → q(x))		
2.	(∃x)(p(x))		
3.		p(c)	
4.		p(c) → q(c)	
5.		q(c)	
6.		(∃x)(q(x))	
7.	(∃x)(q(x))		

2. Demonstre a validade dos argumentos abaixo usando regras de inferência.

a) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)), (\forall x)(p(x))$ conclusão: $q(c)$
b) $(\forall x)((\forall y)(p(x,y)))$ conclusão: $p(c,c)$
c) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)), \neg q(c)$ conclusão: $\neg p(c)$
d) $(\forall x)(p(x)) \rightarrow (\forall x)(q(x)), \neg q(c)$ conclusão: $\neg((\forall x)(p(x)))$
e) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)), (\forall y)(p(y))$ conclusão: $(\forall x)(q(x))$
f) $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$ conclusão: $(\forall x)(p(x)) \wedge (\forall x)(q(x))$
g) $(\forall x)(p(x) \rightarrow (q(x) \vee r(x))), (\forall x)(\neg q(x))$ conclusão: $(\forall x)(p(x)) \rightarrow (\forall x)(r(x))$
h) $(\forall x)(p(x) \rightarrow (q(x) \vee r(x))), (\forall x)(\neg q(x))$ conclusão: $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x))$
i) $(\forall x)(p(c_1,x)), (\forall x)((\forall y)(p(x,y) \rightarrow q(y,x)))$ conclusão: $(\forall x)(q(x,c_1))$
j) $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$ conclusão: $(\exists x)(p(x)) \wedge (\exists x)(q(x))$
k) $(\exists x)((\forall y)(p(x,y)))$ conclusão: $(\forall x)((\exists y)(p(y,x)))$
l) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)), (\exists x)(\neg q(x))$ conclusão: $(\exists x)(\neg p(x))$
m) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)), (\exists x)(p(x) \wedge \neg r(x))$ conclusão: $(\exists x)(q(x) \wedge \neg r(x))$
n) $(\forall x)((p(x) \vee q(x)) \rightarrow r(x)), p(c)$ conclusão: $r(c)$
o) $(\forall x)(p(x)), (\exists x)(q(x))$ conclusão: $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$
p) $(\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)), (\forall y)(q(y) \rightarrow r(y)), (\forall x)(p(x))$ conclusão: $(\exists x)(r(x))$
q) $(\forall x)(p(x) \rightarrow u(x)), (\exists x)(p(x) \wedge h(x))$ conclusão: $(\exists x)(p(x) \wedge h(x) \wedge u(x))$
r) $(\exists x)(p(x) \wedge \neg q(x)), (\forall x)(r(x) \rightarrow q(x)), (\forall x)(r(x) \vee s(x))$ conclusão: $(\exists x)(p(x) \wedge s(x))$

LISTA DE EXERCÍCIOS nº7 – RESOLUÇÃO

1. Preencha a terceira coluna das seguintes provas, identificando cada uma das fórmulas ou como foram obtidas.

a) $\neg p(c) \vee (\exists x)(p(x))$, $(\exists x)(p(x)) \rightarrow q(c)$
<u>conclusão:</u> $p(c) \rightarrow q(c)$
(NOLT; ROHATYN, p.254 – 6.4)

1.	$\neg p(c) \vee (\exists x)(p(x))$	premissa
2.	$(\exists x)(p(x)) \rightarrow q(c)$	premissa
3.	$p(c)$	suposição
4.	$(\exists x)(p(x))$	E$\vee$(1,3)
5.	$q(c)$	E$\rightarrow$(MP,2,4)
6.	$p(c) \rightarrow q(c)$	I$\rightarrow$(3-5) – conclusão

b) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$, $p(c)$ <u>conclusão:</u> $q(c)$
Todos os homens são mortais.
Sócrates é homem.
Portanto, Sócrates é mortal.
(NOLT; ROHATYN, p.256 – 6.5)

1.	$(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$	premissa
2.	$p(c)$	premissa
3.	$p(c) \rightarrow q(c)$	E$\forall$(1)
4.	$q(c)$	E$\rightarrow$(MP,2,3) - conclusão

c) $\neg p(c)$ <u>conclusão:</u> $\neg(\forall x)(p(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.257 – 6.7)

1.	$\neg p(c)$	premissa
2.	$(\forall x)(p(x))$	suposição
3.	$p(c)$	E$\forall$(2)
4.	false	I*false*(1,3)
5.	$\neg(\forall x)(p(x))$	I$\neg$(2-4) – conclusão

d) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$, $(\forall x)(q(x) \rightarrow r(x))$
<u>conclusão:</u> $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.258 – 6.9)

1.	$(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$	premissa
2.	$(\forall x)(q(x) \rightarrow r(x))$	premissa
3.	$p(c) \rightarrow q(c)$	E$\forall$(1)
4.	$q(c) \rightarrow r(c)$	E$\forall$(2)
5.	$p(c) \rightarrow r(c)$	E$\rightarrow$(SH,3,4)
6.	$(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x))$	I$\forall$(5) - conclusão

e) $(\forall x)(p(x))$
<u>conclusão:</u> $(\forall x)(p(x) \vee q(x))$
(lista RENATA, q1-no.7)

1.	$(\forall x)(p(x))$	premissa
2.	$p(c)$	E$\forall$(1)
3.	$p(c) \vee q(c)$	I$\vee$(2)
4.	$(\forall x)(p(x) \vee q(x))$	I$\forall$(3) - conclusão

f) $p(c) \wedge q(c)$
<u>conclusão:</u> $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.266)

1.	$p(c) \wedge q(c)$	premissa
2.	$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$	I$\exists$(1) - conclusão

g) $(\forall x)(p(x) \vee q(x))$
<u>conclusão:</u> $(\exists x)(p(x) \vee q(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.268 – 6.15)

1.	$(\forall x)(p(x) \vee q(x))$	premissa
2.	$p(c) \vee q(c)$	E$\forall$(1)
3.	$(\exists x)(p(x) \vee q(x))$	I$\exists$(2) – conclusão

h) $\neg((\exists x)(p(x))$ <u>conclusão:</u> $(\forall x)(\neg p(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.270 – 6.17)

1.	$\neg((\exists x)(p(x))$	premissa
2.	$p(c)$	suposição
3.	$(\exists x)(p(x))$	I$\exists$(2)
4.	false	I*false*(1,3)
5.	$\neg p(c)$	I$\neg$(2-4)
6.	$(\forall x)(\neg p(x))$	I$\forall$(5) - conclusão

i) $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$ <u>conclusão:</u> $(\exists x)(p(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.272)

1.	$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$	premissa
2.	$p(c) \wedge q(c)$	suposição
3.	$p(c)$	E$\wedge$(2)
4.	$(\exists x)(p(x)$	I$\exists$(3)
5.	$(\exists x)(p(x)$	E$\exists$(1,2-4) - conclusão

j) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$, $(\exists x)(p(x))$ <u>conclusão:</u> $(\exists x)(q(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.277 – 6.19)

1.	$(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$	premissa
2.	$(\exists x)(p(x))$	premissa
3.	$p(c)$	suposição
4.	$p(c) \rightarrow q(c)$	E$\forall$(1)
5.	$q(c)$	E$\rightarrow$(MP,3,4)
6.	$(\exists x)(q(x)$	I$\exists$(5)
7.	$(\exists x)(q(x))$	E$\exists$(2,3-6) - conclusão

2. Demonstre a validade dos argumentos abaixo usando regras de inferência.

a) $(\forall x)(p(x) \to q(x))$, $(\forall x)(p(x))$
<u>conclusão:</u> $q(c)$
(NOLT; ROHATYN, p.256 – 6.6)

1.	$(\forall x)(p(x) \to q(x))$	premissa
2.	$(\forall x)(p(x))$	premissa
3.	$p(c) \to q(c)$	E$\forall$(1)
4.	$p(c)$	E$\forall$(2)
5.	$q(c)$	E$\to$(MP,3,4) - conclusão

b) $(\forall x)((\forall y)(p(x,y)))$
<u>conclusão:</u> $p(c,c)$
(NOLT; ROHATYN, p.257 – 6.8)

1.	$(\forall x)((\forall y)(p(x,y)))$	premissa
2.	$(\forall y)(p(c,y))$	E$\forall$(1)
3.	$p(c,c)$	E$\forall$(2) – conclusão

c) $(\forall x)(p(x) \to q(x))$, $\neg q(c)$
<u>conclusão</u>: $\neg p(c)$
(lista RENATA, q1-no.3)

1.	$(\forall x)(p(x) \to q(x))$	premissa
2.	$\neg q(c)$	premissa
3.	$p(c) \to q(c)$	E$\forall$(1)
4.	$\neg p(c)$	E$\to$(MT,2,3)

d) $(\forall x)(p(x)) \to (\forall x)(q(x))$, $\neg q(c)$
<u>conclusão</u>: $\neg((\forall x)(p(x)))$
(NOLT; ROHATYN, p.265 – 6.14)

1.	$(\forall x)(p(x) \to (\forall x)(q(x))$		premissa
2.	$\neg q(c)$		premissa
3.		$(\forall x)(p(x))$	suposição
4.		$(\forall x)(q(x))$	E$\to$(MP,1,3)
5.		$q(c)$	E$\forall$(4)
6.		false	I*false*(2,5)
7.	$\neg((\forall x)(p(x)))$		I$\neg$(3-6) – conclusão

e) $(\forall x)(p(x) \to q(x))$, $(\forall y)(p(y))$
<u>conclusão</u>: $(\forall x)(q(x))$
(UNISINUS, p.78)

1.	$(\forall x)(p(x) \to q(x))$	premissa
2.	$(\forall y)(p(y))$	premissa
3.	$p(c) \to q(c)$	E$\forall$(1)
4.	$p(c)$	E$\forall$(2)
5.	$q(c)$	E$\to$(MP,3,4)
6.	$(\forall x)(q(x))$	I$\forall$(5) - conclusão

f) $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$
<u>conclusão</u>: $(\forall x)(p(x)) \wedge (\forall x)(q(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.262 – 6.10)

1.	$(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$	premissa
2.	$p(c) \wedge q(c)$	E$\forall$(1)
3.	$p(c)$	E$\wedge$(2)
4.	$q(c)$	E$\wedge$(2)
5.	$(\forall x)(p(x))$	I$\forall$(3)
6.	$(\forall x)(q(x))$	I$\forall$(4)
7.	$(\forall x)(p(x)) \wedge (\forall x)(q(x))$	I$\wedge$(5,6) - conclusão

g) $(\forall x)(p(x) \to (q(x) \vee r(x)))$, $(\forall x)(\neg q(x))$
<u>conclusão</u>: $(\forall x)(p(x)) \to (\forall x)(r(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.262 – 6.11)

1.	$(\forall x)(p(x) \to (q(x) \vee r(x)))$		premissa
2.	$(\forall x)(\neg q(x))$		premissa
3.		$(\forall x)(p(x))$	suposição
4.		$p(c)$	E$\forall$(3)
5.		$p(c) \to (q(c) \vee r(c))$	E$\forall$(1)
6.		$q(c) \vee r(c)$	E$\to$(MP,4,5)
7.		$\neg q(c)$	E$\forall$(2)
8.		$r(c)$	E$\vee$(6,7)
9.		$(\forall x)(r(x))$	I$\forall$(8)
10.	$(\forall x)(p(x)) \to (\forall x)(r(x))$		I$\neg$(3-9) – conclusão

h) $(\forall x)(p(x) \to (q(x) \vee r(x)))$, $(\forall x)(\neg q(x))$
<u>conclusão</u>: $(\forall x)(p(x) \to r(x))$
(NOLT; ROHATYN, p.263 – 6.12)

1.	$(\forall x)(p(x) \to (q(x) \vee r(x)))$		premissa
2.	$(\forall x)(\neg q(x))$		premissa
3.		$p(c)$	suposição
4.		$p(c) \to (q(c) \vee r(c))$	E$\forall$(1)
5.		$q(c) \vee r(c)$	E$\to$(MP,3,4)
6.		$\neg q(c)$	E$\forall$(2)
7.		$r(c)$	E$\vee$(5,6)
8.	$p(c) \to r(c)$		I$\to$(3-7)
9.	$(\forall x)(p(x) \to (r(x))$		I$\forall$(3-9) – conclusão

i) $(\forall x)(p(c_1,x))$, $(\forall x)((\forall y)(p(x,y) \to q(y,x)))$
<u>conclusão</u>: $(\forall x)(q(x,c_1))$
(NOLT; ROHATYN, p.264 – 6.13)

1.	$(\forall x)(p(c_1,x))$	premissa
2.	$(\forall x)((\forall y)(p(x,y)\to q(y,x)))$	premissa
3.	$p(c_1,c_2)$	E∀(1)
4.	$(\forall y)(p(c_1,y)\to q(y,c_1))$	E∀(2)
5.	$p(c_1,c_2) \to q(c_2,c_1)$	E∀(4)
6.	$q(c_2,c_1)$	E→(MP,3,5)
7.	$(\forall x)(q(x,c_1))$	I∀(6) – conclusão

j) $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$
<u>conclusão</u>: $(\exists x)(p(x)) \wedge (\exists x)(q(x))$
(lista RENATA, q1-no.1)

1.	$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$		premissa
2.		$p(c) \wedge q(c)$	suposição
3.		$p(c)$	E∧(2)
4.		$q(c)$	E∧(2)
5.		$(\exists x)(p(x))$	I∃(3)
6.		$(\exists x)(q(x))$	I∃(4)
7.		$(\exists x)(p(x))\wedge(\exists x)(q(x))$	I∧(5,6)
8.	$(\exists x)(p(x))\wedge(\exists x)(q(x))$		E∃(1,2-7) – conclusão

k) $(\exists x)((\forall y)(p(x,y)))$
<u>conclusão</u>: $(\forall x)((\exists y)(p(y,x)))$
(NOLT; ROHATYN, p.280 – 6.22)

1.	$(\exists x)((\forall y)(p(x,y)))$		premissa
2.		$(\forall y)(p(c_1,y))$	suposição
3.		$p(c_1,c_2)$	E∀(2)
4.		$(\exists y)(p(y,c_2))$	I∃(3)
5.		$(\forall x)((\exists y)(p(y,x)))$	I∀(4)
6.	$(\forall x)((\exists y)(p(y,x)))$		E∃(1,2-5) – conclusão

l) $(\forall x)(p(x) \to q(x))$, $(\exists x)(\neg q(x))$
<u>conclusão</u>: $(\exists x)(\neg p(x))$
(BISPO; CASTANHEIRA; SOUZA FILHO; p. 83)

1.	$(\forall x)(p(x) \to q(x))$		premissa
2.	$(\exists x)(\neg q(x))$		premissa
3.		$\neg q(c)$	suposição
4.		$p(c) \to q(c)$	E∀(1)
5.		$\neg p(c)$	E→(MT,3,4)
6.		$(\exists x)(\neg p(x))$	I∃(5)
7.	$(\exists x)(\neg p(x))$		E∃(2,3-6) – conclusão

m) $(\forall x)(p(x) \to q(x))$, $(\exists x)(p(x) \wedge \neg r(x))$
<u>conclusão</u>: $(\exists x)(q(x) \wedge \neg r(x))$
(BISPO; CASTANHEIRA; SOUZA FILHO; p. 84)

1.	$(\forall x)(p(x) \to q(x))$		premissa
2.	$(\exists x)(p(x) \wedge \neg r(x))$		premissa
3.		$p(c) \wedge \neg r(c)$	suposição
4.		$p(c) \to q(c)$	E∀(1)
5.		$p(c)$	E∧(3)
6.		$q(c)$	I→(MP,4,5)
7.		$\neg r(c)$	E∧(3)
8.		$q(c) \wedge \neg r(c)$	I∧(6,7)
9.		$(\exists x)(q(x) \wedge \neg r(x))$	I∃(8)
10.	$(\exists x)(q(x) \wedge \neg r(x))$		E∃(2,3-9) – conclusão

n) $(\forall x)((p(x) \vee q(x)) \to r(x))$, $p(c)$
<u>conclusão</u>: $r(c)$
(BISPO; CASTANHEIRA; SOUZA FILHO; p. 84)

1.	$(\forall x)((p(x) \vee q(x)) \to r(x))$	premissa
2.	$p(c)$	premissa
3.	$(p(c) \vee q(c)) \to r(c)$	E∀(1)
4.	$p(c) \vee q(c)$	I∨(2)
5.	$r(c)$	E→(MP,3,4) – conclusão

o) $(\forall x)(p(x))$, $(\exists x)(q(x))$
<u>conclusão</u>: $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$ (lista RENATA, q1-no.8)

1.	$(\forall x)(p(x))$		premissa
2.	$(\exists x)(q(x))$		premissa
3.		$q(c)$	suposição
4.		$p(c)$	E∀(1)
5.		$p(c) \wedge q(c)$	I∧(3,4)
6.		$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$	I∃(5)
7.	$(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$		E∃(2,2-7) – conclusão

p) $(\exists x)(p(x) \to q(x))$, $(\forall y)(q(y) \to r(y))$, $(\forall x)(p(x))$
<u>conclusão</u>: $(\exists x)(r(x))$ (lista RENATA, q1-no.12)

1.	$(\exists x)(p(x) \to q(x))$		premissa
2.	$(\forall y)(q(y) \to r(y))$		premissa
3.	$(\forall x)(p(x))$		premissa
4.		$p(c) \to q(c)$	suposição
5.		$q(c) \to r(c)$	E∀(2)
6.		$p(c)$	E∀(3)
7.		$q(c)$	E→(MP,4,6)
8.		$r(c)$	E→(MP,5,7)
9.		$(\exists x)(r(x))$	I∃(8)
10.	$(\exists x)(r(x))$		E∃(1,4-9) – conclusão

q) $(\forall x)(p(x) \rightarrow u(x)), (\exists x)(p(x) \wedge h(x))$
conclusão: $(\exists x)(p(x) \wedge h(x) \wedge u(x))$
(lista RENATA, q2-no.1)

1.	$(\forall x)(p(x) \rightarrow u(x))$		premissa
2.	$(\exists x)(p(x) \wedge h(x))$		premissa
3.		$p(c) \wedge h(c)$	suposição
4.		$p(c) \rightarrow u(c)$	E∀(1)
5.		$p(c)$	E∧(3)
6.		$u(c)$	E→(MP,4,5)
7.		$p(c) \wedge h(c) \wedge u(c)$	I∧(3,6)
8.		$(\exists x)(p(x) \wedge u(x) \wedge h(x))$	I∃(7)
9.	$(\exists x)(p(x) \wedge u(x) \wedge h(x))$		E∃(2,3-8) – conclusão

r) $(\exists x)(p(x) \wedge \neg q(x)), (\forall x)(r(x) \rightarrow q(x)), (\forall x)(r(x) \vee s(x))$
conclusão: $(\exists x)(p(x) \wedge s(x))$
(lista RENATA, q2-no.6)

1.	$(\exists x)(p(x) \wedge \neg q(x))$		premissa
2.	$(\forall x)(r(x) \rightarrow q(x))$		premissa
3.	$(\forall x)(r(x) \vee s(x))$		premissa
4.		$p(c) \wedge \neg q(c)$	suposição
5.		$r(c) \rightarrow q(c)$	E∀(2)
6.		$r(c) \vee s(c)$	E∀(3)
7.		$\neg q(c)$	E∧(4)
8.		$\neg r(c)$	E→(MT,5,7)
9.		$s(c)$	E∨(6,8)
10.		$p(c)$	E∧(4)
11.		$p(c) \wedge s(c)$	I∧(9,10)
12.		$(\exists x)(p(x) \wedge s(x))$	I∃(11)
13.	$(\exists x)(p(x) \wedge s(x))$		E∃(1,4-12) – conclusão

REGRAS DE INFERÊNCIA (lógica de predicados)

i. <u>exemplo:</u>
(∀x)(p(x)) → (∀x)(q(x)), (∀x)(p(x))   <u>conclusão:</u> (∀x)(q(x))

1.	(∀x)(p(x)) → (∀x)(q(x))	premissa
2.	(∀x)(p(x))	premissa
3.	(∀x)(q(x))	E→(MP,1,2) – conclusão

fazer q1(a)

já **para**:
(∀x)(p(x) → q(x)), p(c)   <u>conclusão:</u> q(c)
¬((∃x)(p(x))   <u>conclusão:</u> (∀x)(¬p(x))
são necessárias novas regras para inclusão (generalização) e exclusão (particularização):

- do quantificador universal (I∀, E∀)
- do quantificador existencial (I∃, E∃)

regra / restrições	*nome da regra*
$\dfrac{(\forall x)(\alpha(x))}{\alpha[x/c]}$ Se I[α] = V para todos os valores de x, então I[α] = V para um valor constante c. Logo, pode-se substituir x por c em α.	E∀

ii. <u>exemplos:</u>
todo nº natural x é maior ou igual a 0.
∴ 10 é maior ou igual a 0.

1.	(∀x)(p(x))	premissa
2.	p(c)	E∀(1)

1.	(∀x)(p(x) → q(x))	premissa
2.	p(c) → q(c)	E∀(1)

1.	(∀x)(p(x)) → (∀x)(q(x))	premissa
2.	p(c) → (∀x)(q(x))	E∀(1)

fazer q1(b, c)

regra / restrições	*nome da regra*
$\dfrac{\alpha(c)}{(\forall x)(\alpha[c/x])}$ Se I[α] = V para um valor constante c, onde c substituiu x em α quando da <u>exclusão do ∀</u>, então pode-se substituir c por x em α. **restrições**: (i) a constante c não pode aparecer nas premissas e nas suposições ainda não descartadas; (ii) α(c) não pode ter sido deduzida da <u>exclusão do ∃</u>; (iii) a variável x não pode aparecer em α; (iv) todas as ocorrências de c em α devem ser substituídas	I∀

iii. <u>exemplos:</u>

1.	(∀x)(p(x))	premissa
2.	p(c)	E∀(1)
3.	(∀y)(p(y))	I∀(2)

restrições:
(i) a constante c não pode aparecer nas premissas e nas suposições ainda não descartadas

1.	p(**c**)	**premissa**
2.	(∀x)(p(x))	I∀(1) – errado **X**

1.	(∀x)(p(x) → q(x))		premissa
2.	p(c) → q(c)		E∀(1)
3.		p(**c**)	**suposição**
4.		q(c)	E→(MP,2,3)
5.		(∀x)(q(x))	I∀(4) – errado **X**
6.	p(c) → (∀x)(q(x))		**X**

(ii) α(c) não pode ter sido deduzida da <u>exclusão do ∃</u>

1.	**(∃x)(p(x) → q(x))**		premissa
2.		p(c) → q(c)	**suposição**
3.		(∀x)(p(x) → q(x))	I∀(2) – errado **X**
4.	(∀x)(p(x) → q(x))		**X**

(iii) a variável x não pode aparecer em α

1.	(...)	premissa
2.	(∃x)(p(**x**,c)) **[x em α]**	…
3.	(∀x)((∃x)(p(**x**,x)))	I∀(2) – errado **X**

(iv) todas as ocorrências de c em α devem ser substituídas

1.	(∀x)(p(x,x))	premissa
2.	p(c,c)	E∀(1)
3.	(∀y)(p(**c**,y))	I∀(2) – errado **X**

fazer q1(d, e)
fazer q2(a - i)

regra / restrições	*nome da regra*
$\dfrac{(\exists x)(\alpha(x)) \qquad \begin{matrix}[\alpha[x/c]] \\ \dots \\ \beta\end{matrix}}{\beta}$ Supondo que I[α] = V para algum valor constante c, caso seja possível deduzir que I[β] = V, pode-se eliminar o quantificador existencial. **restrições**: (i) a constante c não pode ter sido usada anteriormente na demonstração, ou seja, c não pode aparecer em α, β, premissas ou suposições ainda não descartadas	E∃

iv. <u>exemplo:</u> q1(i)

1.	(∃x)**(p(x) ∧ q(x))** **[α]**		premissa
2.		p(c) ∧ q(c)	suposição **α[x/c]**
3.		p(c)	E∧(2)
4.		(∃x)(p(x))	I∃(3) β
5.	(∃x)(p(x))		E∃(1,2-4) – conclusão β

restrições: [a constante c não pode ter sido usada antes na demonstração]

(i) a constante c não pode aparecer em α

1.	(∀x)((∃y)(p(y,x))		premissa
2.	(∃y)(p(y,**c**)) **[c em α]**		E∀(1)
3.		p(c,c)	suposição – errado **X**
4.		(∃x)(p(x,x))	I∃(3) **X**
5.	(∃x)(p(x,x))		E∃(2,3-4) **X**

(ii) a constante c não pode aparecer em β

1.	(∃x)(p(x,x))		premissa
2.		p(c,c)	suposição
3.		(∃x)(p(x,**c**))	I∃(2) – errado **X** **[c em β]**
4.	(∃x)(p(x,c))		E∃(1,2-3) **X**

(iii) a constante c não pode aparecer nas premissas

1.	(∃x)(p(x))		premissa
2.	q(**c**)		**premissa**
3.		p(c)	suposição – errado **X**
4.		p(c) ∧ q(c)	I∧(2,3) **X**
5.		(∃x)(p(x) ∧ q(x))	I∃(4) **X**
6.	(∃x)(p(x) ∧ q(x))		E∃(1,3-5) **X**

(iv) a constante c não pode aparecer nas suposições ainda não descartadas

1.	(∃x)(p(x))			premissa
2.	(∃x)(q(x))			premissa
3.		q(**c**)		**suposição**
4.			p(c)	suposição – errado **X**
5.			p(c) ∧ q(c)	I∧(3,4) **X**
6.			(∃x)(p(x) ∧ q(x))	I∃(5) **X**
7.		(∃x)(p(x) ∧ q(x))		E∃(1,4-6) **X**
8.	(∃x)(p(x) ∧ q(x))			E∃(2,3-7) **X**

regra / restrições	*nome da regra*
$\dfrac{\alpha(c)}{(\exists x)(\alpha[c/x])}$ Se I[α] = V para algum valor constante c, então I[α] = V para algum valor x. Logo, pode-se substituir c por x em α. **restrição**: (i) a variável x não pode aparecer em α; (ii) pelo menos uma ocorrência de c deve ser substituída	I∃

v. <u>exemplos:</u>

10 é maior ou igual a 0.

∴ algum nº natural x é maior ou igual a 0.

1.	p(x)	premissa
2.	(∃x)(p(x))	I∃(1)

restrições:

(i) a variável x não pode aparecer em α

1.	(∀x)(p(**x**,c)) **[x em α]**	premissa
2.	(∃x)((∀x)(p(**x**,x)))	I∃(1) – errado **X**

(ii) pelo menos uma ocorrência de c deve ser substituída

1.	p(c,c)	premissa
2.	(∃x)(p(**c**,**c**))	I∃(1) – errado **X**

fazer q1(f - h)