LÓGICA PROPOSICIONAL

<formalização de problemas>

Prof. Jonathan Gil Müller

FURB

Lógica Proposicional: **Formalização de Problemas**

Segundo Nolt e Rohatyn (1991), o **processo de formalização** converte uma **sentença** em uma **fórmula da lógica proposicional**, ou seja, uma estrutura composta por símbolos e conectivos proposicionais.

>> Uma **sentença simples** contém uma única afirmação. A formalização de sentenças simples é fácil.

>> Uma **sentença composta** é constituída por, pelo menos, duas sentenças simples. Quando as sentenças contêm vários operadores lógicos, a formalização requer cuidado.

FURB

Lógica Proposicional: **Formalização de Problemas**

A **formalização** de sentenças consiste basicamente em:

1º passo: selecionar um conjunto adequado de símbolos proposicionais, sendo que cada símbolo proposicional está **associado** a uma sentença simples;

2º passo: traduzir as sentenças (trechos do discurso) para uma ou mais fórmulas, respeitando o significado pretendido dos símbolos.

Exemplo

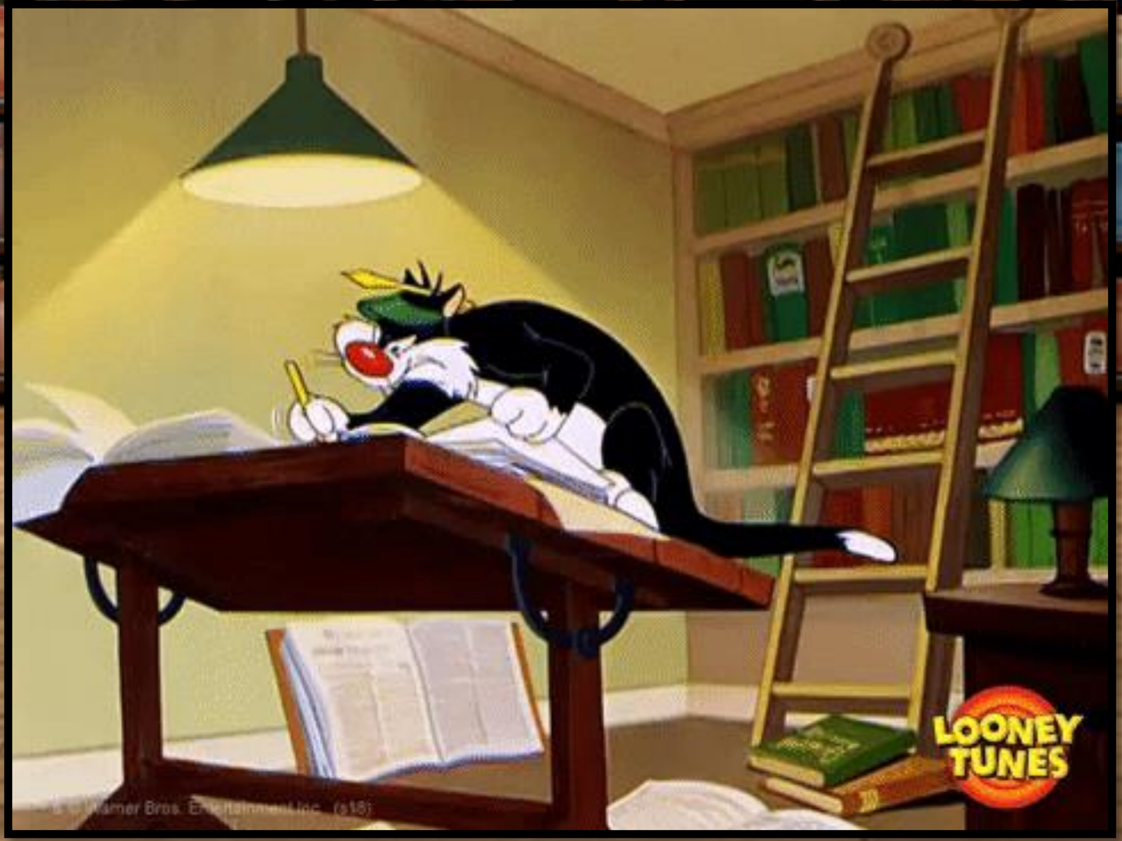
- C = Está chovendo.
- N = Está nevando.

a) Está chovendo. C
b) Não está chovendo. ~C
c) Está chovendo ou nevando. $C \vee N$
d) Está chovendo e nevando. $C \wedge N$
e) Está chovendo, mas não está nevando. $C \wedge \sim N$
f) Se não está chovendo, então está nevando. $\sim C \rightarrow N$
g) Está chovendo se e somente se está nevando. $C \leftrightarrow N$
h) Não é o caso que está chovendo e nevando. $\sim(C \wedge N)$

FURB

LISTA DE EXERCÍCIOS 5:

Questões 1 – 3.



1. Assinale a 2ª coluna de acordo com a 1ª:

(1) A sentença pode ser convertida em uma fórmula da lógica proposicional, ou seja, é uma proposição.

(2) A sentença não é uma proposição.

a) (1) As bananas são amarelas. B

b) (2) Silêncio...

c) (1) Viajar de avião é seguro. A

d) (2) Feche a porta.

e) (1) Zé é baiano, mas Maria é catarinense. $Z \wedge M$

f) (2) Que frio!

g) (1) Está calor. C

h) (2) Viajar de avião é seguro?

i) (2) Estude e faça exercícios.

j) (1) Se viajar de avião é seguro e não é caro, eu não viajo de carro.

S C A

$(S \wedge C) \rightarrow \neg A$

2. Escreva em linguagem natural as fórmulas proposicionais abaixo, utilizando o seguinte esquema:

$P \equiv$ O livro é interessante.
$Q \equiv$ O livro é caro.
$R \equiv$ O livro é de lógica.

a) P	d) $\neg(P \vee Q)$	g) $(P \vee Q) \wedge R$	j) $P \to (Q \vee R)$
b) $\neg Q$	e) $Q \vee \neg P$	h) $Q \vee \neg R$	k) $P \leftrightarrow (\neg Q \wedge R)$
c) $P \wedge \neg Q$	f) $\neg P \wedge \neg Q$	i) $P \to Q$	l) $(P \leftrightarrow R) \wedge \neg Q$

a) O livro é interessante.
b) O livro não é caro.
c) O livro é interessante e não é caro.
d) Não é verdade que o livro é interessante ou caro.
e) O livro é caro ou não é interessante.
f) O livro não é interessante e o livro não é caro.
g) O livro é interessante ou carro e é de lógica / O livro é interessante ou carro, mas é de lógica.
h) O livro é caro ou não é de lógica.
i) Se o livro é interessante então ele é caro.
j) Se o livro é interessante, então ele é caro ou é de lógica.
k) O livro é interessante, se e somente se, ele não for caro e for de lógica.
l) O livro é interessante, se e somente se, ele for de lógica, contudo, ele não é caro.

3. Escreva fórmulas proposicionais para as sentenças abaixo, utilizando o seguinte esquema:

P ≡ Paula vai.
Q ≡ Quincas vai.
R ≡ Ricardo vai.
S ≡ Sara vai.

Ou exclusivo ($\veebar$): um ou outro, mas não ambos juntos

$$(\underbrace{\alpha}_{P} \vee \underbrace{\beta}_{R \wedge Q}) \wedge \neg(\alpha \wedge \beta)$$

a) Paula não vai. $\neg P$

b) Paula ou Ricardo vão. $P \vee R$

c) Paula vai, mas Quincas não vai. $P \wedge \neg Q$

d) Se Paula for, então Quincas também vai. $P \rightarrow Q$

e) Paula vai, se Quincas for. $Q \rightarrow P$

f) Nem Paula nem Quincas vão. $\neg P \wedge \neg Q$

g) Paula e Quincas não vão. $\neg(P \wedge Q)$

h) Paula não vai, se Quincas for. $Q \rightarrow \neg P$

i) Ou Paula vai, ou Ricardo e Quincas vão. $(P \vee (R \wedge Q)) \wedge \neg(P \wedge (R \wedge Q))$

j) Se Ricardo for, então se Paula não for, Quincas vai. $R \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$

k) Se nem Ricardo nem Quincas forem, então Paula vai. $(\neg R \wedge \neg Q) \rightarrow P$

l) Ricardo e Quincas vão se, e somente se, Paula ou Sara forem. $(R \wedge Q) \leftrightarrow (P \vee S)$

Lógica Proposicional: **Argumentos**

Um **argumento** pode ser definido como um conjunto de sentenças relacionadas que justificam ou levam a uma conclusão.

EXEMPLO:

- P_1 José Carlos cursa Ciência da Computação ou pratica esporte. $C \vee E$
- P_2 José Carlos não cursa Ciência da Computação. $\neg C$
- Q Portanto, José Carlos pratica esporte. E

$$(P_1 \wedge P_2) \rightarrow Q$$

$$\boxed{((C \vee E) \wedge \neg C) \rightarrow E} \rightarrow \text{Argumento}$$

Lógica Proposicional: **Argumentos**

Um argumento pode ser representado de forma simbólica como:

$$\left(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n\right) \rightarrow Q$$

onde:

P_i são fórmulas da lógica proposicional, chamadas de premissas do argumento;

Q é a conclusão.

Lógica Proposicional: **Argumentos**

A **formalização** de argumentos consiste basicamente em:

1º passo: identificar as **premissas** e a **conclusão**;

2º passo: selecionar um conjunto adequado de símbolos proposicionais, sendo que cada símbolo proposicional está **associado** a uma sentença simples;

3º passo: traduzir as premissas e a conclusão para uma ou mais fórmulas, respeitando o significado pretendido dos símbolos;

4º passo representar o argumento de forma simbólica como:

$\mathbf{P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n \rightarrow Q}$

desde que,
como,
assumindo que,
visto que,
dado que

portanto,
logo,
dessa maneira,
assim sendo,
segue que

FURB

Exemplo

- José Carlos cursa Ciência da Computação ou pratica esporte.
- José Carlos não cursa Ciência da Computação.
- Portanto, José Carlos pratica esporte.

  - **1º passo**: identificar as **premissas** e a **conclusão**

  Premissas:

  - José Carlos cursa Ciência da Computação ou pratica esporte.
  - José Carlos não cursa Ciência da Computação.

  Conclusão:

  - José Carlos pratica esporte.

FURB

Exemplo

- José Carlos cursa Ciência da Computação ou pratica esporte.
- José Carlos não cursa Ciência da Computação.
- Portanto, José Carlos pratica esporte.

  - **2º passo**: associar símbolos proposicionais a sentenças simples.
    - **C** ≡ José Carlos cursa Ciência da Computação.
    - **P** ≡ José Carlos pratica esporte.

  - **3º passo**: traduzir:

Premissas:

- José Carlos cursa Ciência da Computação ou pratica esporte: $C \vee P$
- José Carlos não cursa Ciência da Computação: $\neg C$

Conclusão:

- José Carlos pratica esporte: P

FURB

Exemplo

- José Carlos cursa Ciência da Computação ou pratica esporte.
- José Carlos não cursa Ciência da Computação.
- Portanto, José Carlos pratica esporte.

<u>4º passo</u>: representar o argumento

- $((\mathbf{C} \vee \mathbf{P}) \wedge \neg\mathbf{C}) \rightarrow \mathbf{P}$

- Premissas: $(\mathbf{C} \vee \mathbf{P})$, $\neg\mathbf{C}$
- Conclusão: **P**

FURB

Lógica Proposicional: **Argumentos**

\>> Quando um **argumento** deve ser considerado **válido**? Em outras palavras:

- quando **Q** pode ser deduzida logicamente de $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ ... $\mathbf{P_n}$
- quando **Q** é uma conclusão lógica de $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ ... $\mathbf{P_n}$
- quando $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ ... $\mathbf{P_n}$ <u>implicam logicamente</u> **Q**

Diz-se que um **argumento** é **válido** se e somente se a conclusão **Q** é verdadeira todas as vezes que as premissas $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ ... $\mathbf{P_n}$ são verdadeiras.

Portanto, um **argumento** é **válido** quando é uma **tautologia.**

FURB

Lógica Proposicional: **Argumentos**

Pergunta-se: como testar se um argumento é válido?

>> Deve-se testar se $\mathbf{P_1 \land P_2 \land \ldots \land P_n \rightarrow Q}$ é uma tautologia.

Além da **tabela verdade** e do **método de refutação**, pode-se verificar (demonstrar) a validade de um argumento usando **regras de inferência**.

Lógica Proposicional: **Argumentos**

SITUAÇÃO 1:

Provar usando regras de inferência

- Se hoje é domingo, então não tem aula.
- Hoje é domingo.
- Portanto, hoje não tem aula.

O argumento é válido

SITUAÇÃO 2:

Provar usando refutação

- Se hoje é domingo, então não tem aula.
- Hoje não tem aula.
- Portanto, hoje é domingo.

O argumento não é válido

- 1º passo: identificar premissas e conclusão
- 2º passo: associar símbolos proposicionais a sentenças simples
- 3º passo: traduzir
- 4º passo: representar o argumento

FURB

Vamos verificar a validade do argumento acima através da **tabela-verdade**, **método da refutação** e **regras de inferência**.

SITUAÇÃO 1:

- Se hoje é domingo, então não tem aula. P_1
- Hoje é domingo. P_2
- Portanto, hoje não tem aula. C

1º PASSO

2º Passo:

D = hoje é domingo
A = hoje tem aula

3º Passo:

$P_1 : D \to \neg A$
$P_2 : D$
$C : \neg A$

4º Passo:

ARGUMENTO: $(P_1 \wedge P_2) \to C$

$$\boxed{((D \to \neg A) \wedge D) \to \neg A}$$

Verificar validade do argumento:

TABELA-VERDADE:

$(D$	$\to$	$\neg$	$A)$	$\wedge$	$D)$	$\to$	$\neg$	A
V	F	F	V	F	V	V	F	V
V	V	V	F	V	V	V	V	F
F	V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	F	V	V	F

Fórmula: $((D \to \neg A) \wedge D) \to \neg A$

Tautologia → Argumento é válido

MÉTODO DA REFUTAÇÃO

$((D \to \neg A) \wedge D) \to \neg A$

$(D$	$\to$	$\neg$	$A)$	$\wedge$	$D)$	$\to$	$\neg$	A
V	V	V	F	V	V	F	F	V
7	5	8	9	2	6	1	3	4

Absurdo

DEDUÇÃO FORMAL

1. $D \to \neg A$ — Premissas
2. D

---

3. $\neg A$ — MP (1,2)

Como a conclusão pode ser deduzida a partir das premissas, então o argumento é válido.

Vamos verificar a validade do argumento acima através da **tabela-verdade**, **método da refutação** e **regras de inferência**.

SITUAÇÃO 2:

- Se hoje é domingo, então não tem aula.
- Hoje não tem aula.
- Portanto, hoje é domingo.

$P_1 : D \to \neg A$

$P_2 : \neg A$

$C : D$

ARGUMENTO: $((D \to \neg A) \land \neg A) \to D$

F V V F V V F F F

7 4 9 8 2 5 6 1 3

não é tautologia

1. $D \to \neg A$ Premissas
2. $\neg A$

3. $\neg D$ Hip

⋮

?

Como a conclusão não pode ser deduzida, temos que o argumento não é válido.

Lógica Proposicional: **Formalização de Problemas**

MOTIVAÇÃO (GERSTING, 2001, p. 1): como simbolizar matematicamente o conhecimento abaixo expresso em linguagem natural:

Se meu cliente fosse culpado, a faca estaria na gaveta. Ou a faca não estava na gaveta ou Jacson viu a faca. Se a faca não estava lá no dia 10 de outubro, então Jacson não viu a faca. Além disso, se a faca estava lá no dia 10 de outubro, então a faca estava na gaveta e o martelo estava no celeiro. Mas todos sabemos que o martelo não estava no celeiro. Portanto, senhoras e senhores, meu cliente é inocente.

FURB

SÍMBOLOS PROPOSICIONAIS:

C = cliente culpado
F = Fogo no porto
J = Jaeson viu Fogo
O = Fogo em 10 outubro
M = martelo no celeiro

PREMISSAS E CONCLUSÃO

P_1 : $C \rightarrow F$
P_2 : $(\neg F \vee J) \wedge \neg(\neg F \wedge J)$
P_3 : $\neg O \rightarrow \neg J$
P_4 : $O \rightarrow (F \wedge M)$
P_5 : $\neg M$
Q : $\neg C$

ARGUMENTO:

$$((P_1 \wedge P_2) \wedge ((P_3 \wedge P_4) \wedge P_5)) \rightarrow Q$$

$$((\,(C \rightarrow F) \wedge ((\neg F \vee J) \wedge \neg(\neg F \wedge J))) \wedge$$
$$(((\neg O \rightarrow \neg J) \wedge (O \rightarrow (F \wedge M))) \wedge \neg M)) \rightarrow \neg C$$

Dedução Formal :

Nº	AFIRMAÇÃO	JUSTIFICATIVA
1.	$C \to F$	Premissas
2.	$(\neg F \vee J) \wedge \neg(\neg F \wedge J)$	
3.	$\neg O \to (\neg J)$	
4.	$O \to (F \wedge M)$	
5.	$\neg M$	
6.	$\neg F \vee J$	$E\wedge(2)$
7.	$\neg\neg C$	Hip
8.	C	$E\neg\neg(7)$
9.	F	$MP(1,8)$
10.	$\neg(\neg F)$	$I\neg\neg(9)$
11.	J	$E\vee(6,10)$
12.	$\neg(\neg J)$	$I\neg\neg(11)$
13.	$\neg\neg O$	$MT(3,12)$

Continuação ...

Nº	AFIRMAÇÃO	JUSTIFICATIVA
14.	O	$E\neg\neg$ (13)
15.	$F \wedge M$	MP (4, 14)
16.	M	$E\wedge$ (15)
17.	Falsa	I Falsa (5, 16)
18.	$\neg\neg\neg C$	$I\neg$ (7, 17)
19.	$\neg C$	$E\neg\neg$ (18) $\rightsquigarrow$ Conclusão

Como a conclusão foi obtida a partir das premissas, o argumento é válido.

LISTA DE EXERCÍCIOS 5:

Questões 4 e 5.

FURB

4ª Questão: Escreva fórmulas proposicionais para os argumentos abaixo e verifique se os mesmos são válidos.

a) Ricardo ama Lúcia ou Elaine. Se Ricardo ama Lúcia, então ele também ama Elaine. Portanto, Ricardo ama Lúcia.

Nº	AFIRMAÇÃO	JUSTIFICATIVA

b) Ricardo ama Lúcia ou Elaine. Se Ricardo ama Lúcia, então ele também ama Elaine. Portanto, Ricardo ama Elaine.

c) Se a segurança é um problema, então o controle será aumentado. Se a segurança não é um problema, então os negócios na Internet irão aumentar. Logo, se o controle não for aumentado, os negócios na Internet crescerão.

d) Se as taxas de juros caírem, o mercado imobiliário vai melhorar. Ou as taxas de descontos vão cair, ou o mercado imobiliário não vai melhorar. As taxas de juros vão cair. Assim sendo, as taxas de descontos vão cair.

e) Se Guga joga uma partida de tênis, a torcida comparece se o ingresso é barato. Porém, se Guga joga uma partida de tênis, o ingresso é barato. Dessa maneira, se Guga jogar uma partida de tênis, a torcida vai comparecer.

g) Sócrates está disposto a visitar Platão, só se Platão estiver disposto a visitá-lo. Platão não está disposto a visitar Sócrates, se Sócrates estiver disposto a visitá-lo. Platão está disposto a visitar Sócrates, se Sócrates não estiver disposto a visitá-lo. Portanto, Sócrates está disposto a visitar Platão.

Se continuar chovendo, a cidade ficará alagada. Se continuar chovendo e a cidade alagar, haverá congestionamento. Se houver congestionamento, então o culpado é o prefeito. Logo, se continuar chovendo, o culpado é o prefeito.

Símbolos proposicionais:

C = chovendo
A = alagado
T = trânsito
P = prefeito

Premissas:

$P_1 : C \rightarrow A$
$P_2 : (C \wedge A) \rightarrow T$
$P_3 : T \rightarrow P$

Conclusão:

$Q : C \rightarrow P$

Validação:

$\therefore C \rightarrow P$

1.	$C \rightarrow A$	Premissas
2.	$(C \wedge A) \rightarrow T$	
3.	$T \rightarrow P$	
4.	$(C \wedge A) \rightarrow P$	SH (2,3)
5.	C	Hip
6.	A	MP (1,5)
7.	$C \wedge A$	I∧ (5,6)
8.	P	MP (4,7)
9.	$C \rightarrow P$	I→ (5,8)

Argumento válido

5ª Questão: Para os enunciados a seguir:
a) analise as premissas e assinale a alternativa que apresenta a conclusão correta.
b) escreva o argumento na linguagem da lógica proposicional, indicando o significado dos símbolos proposicionais utilizados, identificando premissas e conclusão.

I- Surfo ou estudo. Fumo ou não surfo. Velejo ou não estudo. Ora, não velejo.

Portanto:
(a) Estudo e fumo.
(b) Não fumo e surfo.
(c) Fumo e surfo.
(d) Não velejo e não fumo.
(e) Estudo e não fumo.

Nº	AFIRMAÇÃO	JUSTIFICATIVA

II- Se o anão foge do tigre, então o tigre é feroz. Se o tigre é feroz, então o rei fica no castelo. Se o rei fica no castelo, a rainha briga com ele. Ora, a rainha não briga com o rei.

Logo:

(a) O tigre não é feroz e o anão foge do tigre
(b) O rei fica no castelo e o tigre é feroz.
(c) O rei não fica no castelo e o tigre é feroz.
(d) O tigre é feroz e o anão foge do tigre.
(e) O rei não fica no castelo e o anão não foge do tigre.

III- Sabe-se que determinado rio passa pelas cidades A, B e C. Então, não chove em A ou o rio transborda. Não chove em B ou o rio transborda. Não chove em C ou o rio não transborda. O rio transbordou.

Conclui-se que:

(a) Choveu em A e choveu em B.
(b) Não choveu em C.
(c) Choveu em A ou choveu em B.
(d) Choveu em C.
(e) Choveu em A.

IV- Bia é alta e patriota, ou Bia é educada. Bia não é educada.

Dessa maneira:

(a) Bia é alta e patriota.
(b) Bia não é alta e não é patriota.
(c) Bia é alta ou patriota.
(d) Bia não é alta ou não é educada.
(e) Bia é alta e não é patriota.

V- Pedro toca piano se e somente se Vitor toca violino. Ora, Vitor toca violino ou Pedro toca piano.

Assinale a alternativa que apresenta a conclusão correta.

(a) Pedro não toca piano.
(b) Vitor não toca violino.
(c) Vitor toca violino.
(d) Se Pedro toca piano, então Vitor não toca violino.
(e) Pedro não toca piano e Vitor toca violino.

Lógica Proposicional

- **O que já foi estudado?**
  - ✓ a linguagem da **lógica proposicional**, considerando sintaxe (regras para escrever fórmulas a partir de símbolos proposicionais, de pontuação, de conectivos proposicionais) e semântica (regras para determinar o significado das fórmulas);
  - ✓ os métodos para determinar a interpretação das fórmulas: tabela verdade, método da refutação;
  - ✓ como deduzir conhecimento, usando **regras de inferência**, a partir de conhecimento dado a priori (**inferência lógica** ou **raciocínio**);
  - ✓ como representar (**formalizar**) o conhecimento e provar que o argumento é ou não válido.

FURB

Escopo da disciplina:

Unidade 1:

INTRODUÇÃO À LÓGICA

>> ~~O que é lógica~~?

>> ~~Porque estudar lógica~~?

>> ~~Histórico e evolução~~.

FINALIZADO

Unidade 2:

LÓGICA PROPOSICIONAL

>> ~~Introdução: proposições, princípios, operadores lógicos~~;

>> ~~Linguagem: sintaxe e semântica~~;

>> ~~Métodos para verificar a validade de fórmulas: (a) tabelas verdade, (b) método da refutação, (c) dedução formal~~

>> ~~Formalização de problemas~~.

FINALIZADO

Unidade 3:

LÓGICA DE PREDICADOS

>> Introdução;

>> Linguagem: sintaxe e semântica;

>> Métodos para verificar a validade de fórmulas: dedução formal;

>> Formalização de Problemas.

Unidade 4:

FORMALIZAÇÃO DE PROGRAMAS E SISTEMAS DE COMPUTAÇÃO SIMPLES

>> PROgramming in LOGic (PROLOG)

FURB

Lógica Proposicional: **Documentos consultados**

1. ABE, J. M.; SCALZITTI, A.; SILVA FILHO, J. I. **Introdução à lógica para a ciência da computação**. 2.ed. São Paulo: Arte & Ciência, 2002.

2. BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; SOUZA FILHO, O. M. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

3. CASANOVA, M. A.; GIORNO, F. A. C; FURTADO, A. L. **Programação em lógica e a linguagem PROLOG**. São Paulo: E. Blucher, 1987.

4. GLUZ, J. C.; PY, M. X. **Lógica para Computação.** Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS, 2002.

5. GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

FURB

Lógica Proposicional: **Documentos consultados**

6. MORTARI, C. A. **Introdução à lógica**. São Paulo: UNESP, 2001.

7. NOLT, J.; ROHATYN, D. **Lógica**. São Paulo: Makron Books, 1991.

8. PARIS, R. de. **Lógica.** Unisinos. 2016.

9. SILVA, F. S. C.; FINGER, M.; MELO, A. C. V. **Lógica para computação**. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

10. SOUZA, J. N. **Lógica para ciência da computação**: fundamentos de linguagem, semântica e sistemas de dedução. Rio de Janeiro: Campus, 2002.

11. SCHREINER, M. A. Introdução à lógica. Universidade Federal do Paraná. 2016.

FURB

loading...

100%