Lógica de Predicados

<parte 1 - introdução>

LÓGICA PARA COMPUTAÇÃO

PROF. JONATHAN GIL MÜLLER

FURB

Introdução

Exemplo 1:

>> LINGUEM NATURAL: Todo estudante é mais jovem do que algum professor.

>> LINGUEM SIMBÓLICA (PROPOSICIONAL): P.

Na lógica proposicional podemos identificar essa frase como uma proposição atômica (simples). Porém, existem muitas **informações presentes nessa frase que não podem ser expressas na linguagem da lógica proposicional**, por exemplo:

- Ser um estudante.
- Ser um professor.
- Ser mais jovem que alguém.

A lógica proposicional possui certas limitações que não permitem a representar uma propriedade que relacione logicamente as informações.

Introdução

>> LINGUEM NATURAL: Todo estudante é mais jovem do que algum professor.

Como ou quais elementos poderíamos utilizar para melhorar a declaração da informação contida nessa frase?

- E (luan) = Luan é um estudante.
- P (jonathan) = Jonathan é um professor.
- J (luan, jonathan) = Luan é mais jovem que Jonathan.

Nesse caso, Luan e Jonathan são variáveis que pertencem a um universo

Introdução

- E (luan) = Luan é um estudante.
- P (jonathan) = Jonathan é um professor.
- J (luan, jonathan) = Luan é mais jovem que Jonathan.

A ideia de variável é interessante, pois, caso contrário, teríamos que testar a validade da frase com todos estudantes e professores de um determinado universo.

- E (x) = x é um estudante.
- P (y) = y é um professor.
- J (x, y) = x é mais jovem que y.

Assim torna-se possível formalizar a expressão sabendo que x e y são variáveis (x guarda lugar para um aluno e y guarda lugar para um professor) que pertencem a um respectivo conjunto universo (FURB, neste exemplo).

Porém, com estes símbolos **ainda não conseguimos representar a essência da frase inicial**: todo estudante é mais jovem do que algum professor. **O que ainda falta???**

Introdução

Todo estudante é mais jovem do que algum professor.

Para representar toda a informação da expressão precisamos de **quantificadores** para as variáveis pertencentes as palavras "todo" e "algum".

Considerando $\forall$ (todo, para qualquer, ...) e $\exists$ (algum, existe, ...) como símbolos quantificadores podemos expressar a frase acima na seguinte linguagem simbólica:

$$\forall x\big(E(x) \rightarrow (\exists y(P(y) \wedge J(x,y))\big)$$

INTERPRETAÇÃO: para todo x, se x é um estudante, então existe algum y que é professor tal que x é mais novo que y.

Introdução

Exemplo 2:

>> **LINGUEM NATURAL:** Nem todas as aves podem voar.

Existe alguma ave que não voa.

U = reino animal

1 variável (x)

A(x): x é uma ave

V(x): x voa

$$\boxed{(\exists x)(A(x) \land \neg V(x))}$$

ou

$$\boxed{\neg((\forall x)(A(x) \rightarrow V(x)))}$$

É falso que todas as aves voam.

Introdução

Exemplo 2:

>> LINGUEM NATURAL: Nem todas as aves podem voar.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

Qual o conjunto universo para esta situação?

Reino animal (sugestão) → x é um elemento do reino animal →

Quais predicados são necessários para caracterizar os elementos envolvidos no contexto da sentença?

Ser uma ave → A(x): x é uma ave

Poder voar → V(x): x pode voar

Introdução

Exemplo 2:

>> LINGUEM NATURAL: Nem todas as aves podem voar.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

$$\neg(\forall x(A(x)\rightarrow V(x)))$$

INTERPRETAÇÃO: não é verdade que todas as aves podem voar.

$$\exists x(A(x)\wedge \neg V(x))$$

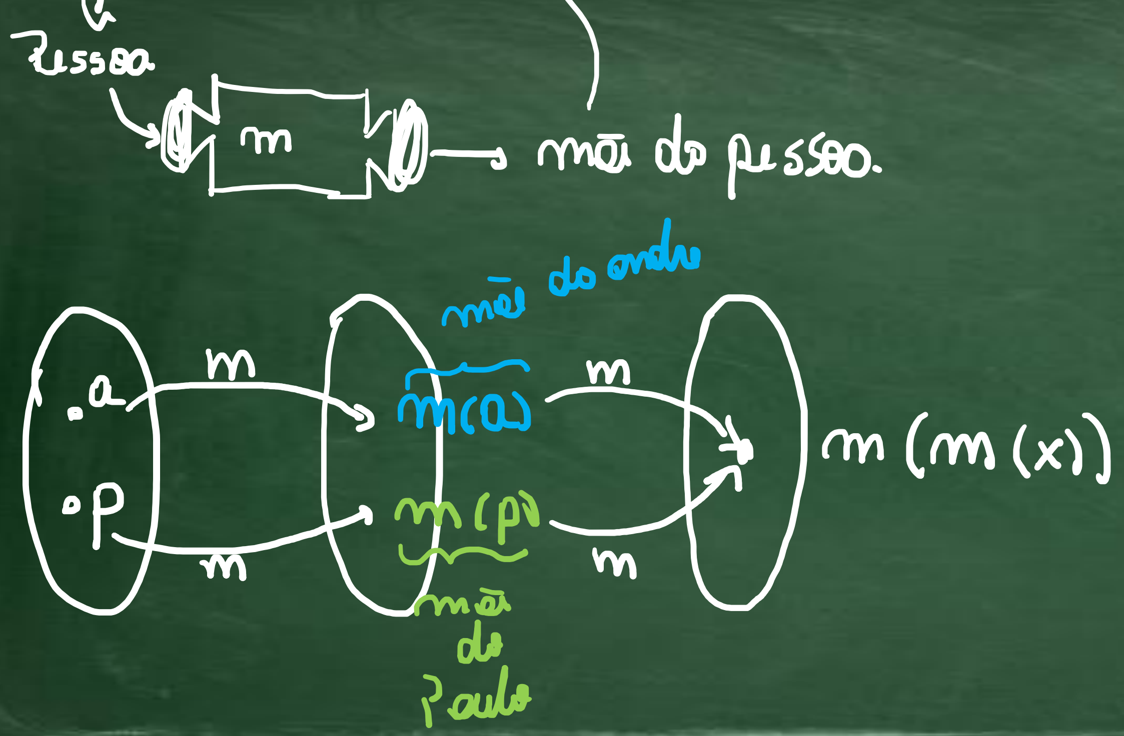
INTERPRETAÇÃO: existe algum x que é uma ave e não pode voar.

Introdução

Exemplo 3:

>> LINGUEM NATURAL: $\underbrace{\overbrace{\text{André}}^{a} \text{ e } \overbrace{\text{Paulo}}^{p}}_{\text{constantes}}$ têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?



Não pertence a lógica predicados

$$m(m(a)) = m(m(p))$$

$$I(x,y): x = y$$

$$\boxed{I(m(m(a)), m(m(p)))}$$

Introdução

Exemplo 3:

Temos que mostrar que a mãe de André e Paulo são irmãs, ou seja, tem a mesma mãe.

>> LINGUEM NATURAL: André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

Qual o conjunto universo para esta situação?

↓

Todas as pessoas do mundo (sugestão)

Quantas elementos diferentes estão envolvidas na sentença?

↓

3 pessoas, sendo 2 constantes e 1 variável

CONSTANTE

a = André

b = Paulo

VARIÁVEL

x =avó

Introdução

Temos que mostrar que a mãe de André e Paulo são irmãs, ou seja, tem a mesma mãe.

Exemplo 3:

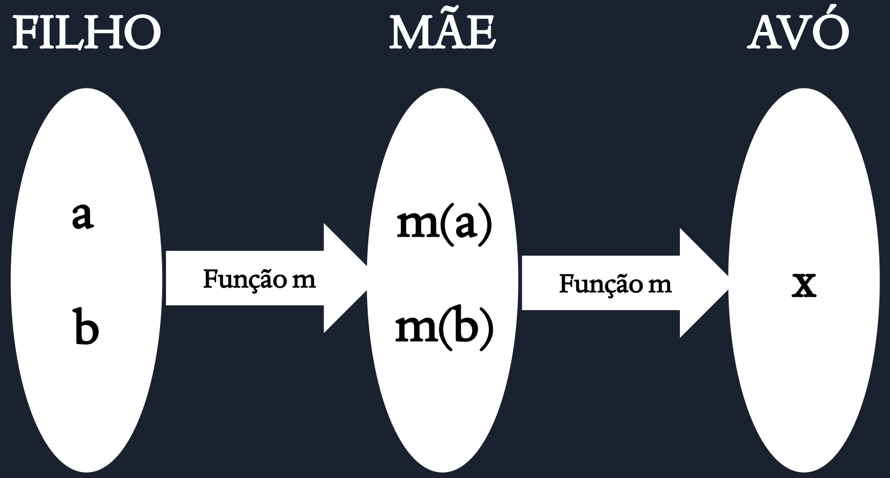
>> LINGUEM NATURAL: André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

Para esta situação podemos definir uma função que relaciona filho com sua respectiva mãe?

OBJETO ← **m(x) = y**: y é a mãe de x

VALOR VERDADE ← Faz a mesma função do predicado M(x,y): y é mãe de x, por exemplo



Introdução

Temos que mostrar que a mãe de André e Paulo são irmãs, ou seja, tem a mesma mãe.

Exemplo 2:

>> LINGUEM NATURAL: André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

$$m(m(a)) = m(m(p))$$

INTERPRETAÇÃO: a mãe da mãe do André (avó) é a mãe da mãe do Paulo (avó).

Introdução

CONCLUSÃO: a lógica de predicados complementa a lógica proposicional, portanto, percebe-se que sua linguagem é mais complexa.

LÓGICA PREDICADOS = LÓGICA PROPOSICIONAL + QUANTIFICADORES + VARIÁVEIS E CONSTANTES + PREDICADOS + FUNÇÕES

QUANTIFICADORES: $\forall$, $\exists$

PREDICADOS: $P(x)$: x é pai

FUNÇÕES: $p(x)$: pai de x