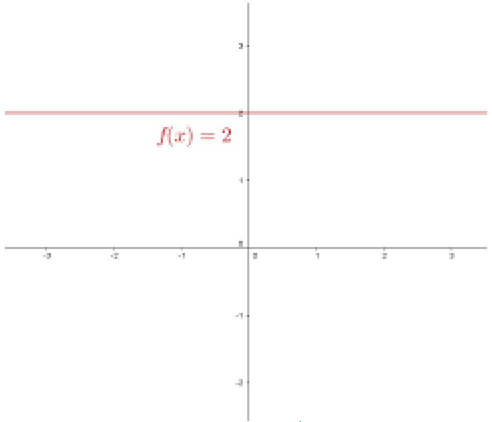
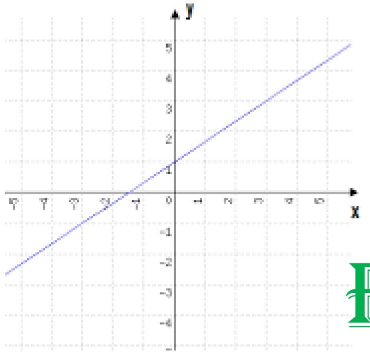
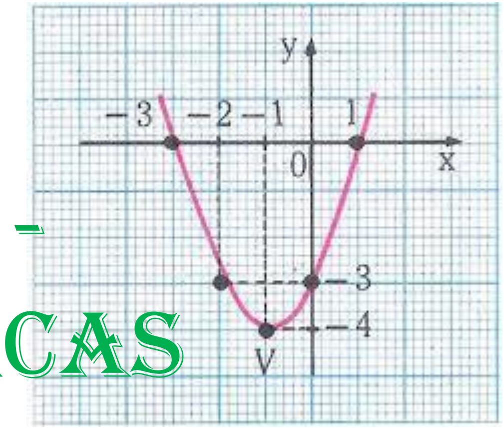
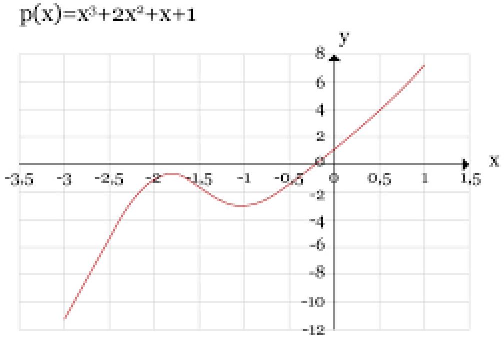
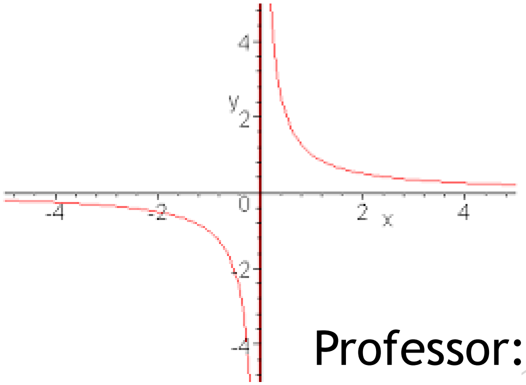




Revendo conceitos – Funções básicas







Professor: José Carlos Althoff

Função Constante

Seja b um número real. Uma função constante é uma função tal que:

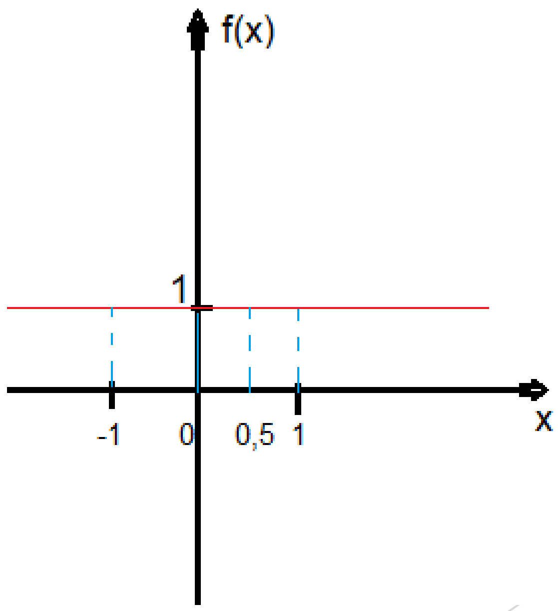
que para cada x em R, associa f(x) = b.

$f: R \to R / \ f(x) = b$

Exemplos

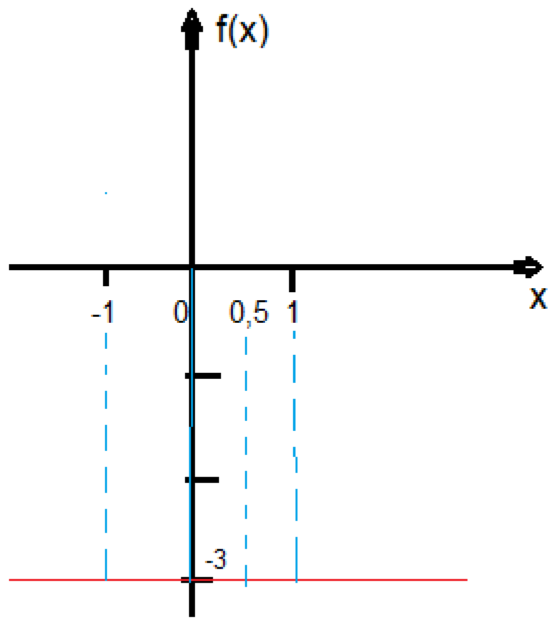
a) f(x) = 1

x	f(x)
-1	1
0	1
0,5	1
1	1
10	1



b) $f(x) = -3$

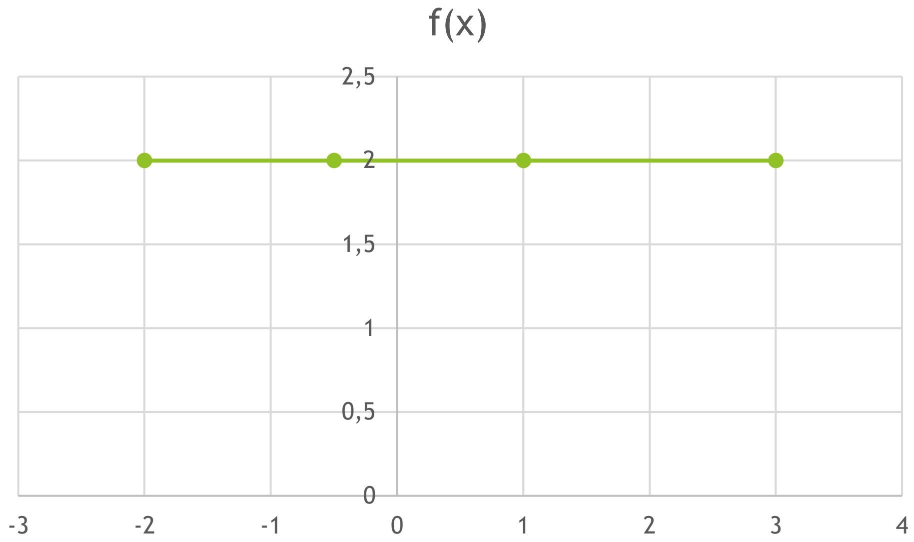
x	f(x)
-1	-3
0	-3
0,5	-3
1	-3
10	-3



O gráfico de uma função constante

Generalizando: f(x) = b   neste exemplo b = 2

X	f(x)
-2	2
-0,5	2
1	2
3	2



Função constante teremos sempre uma reta paralela ao eixo das abscissas (eixo x)

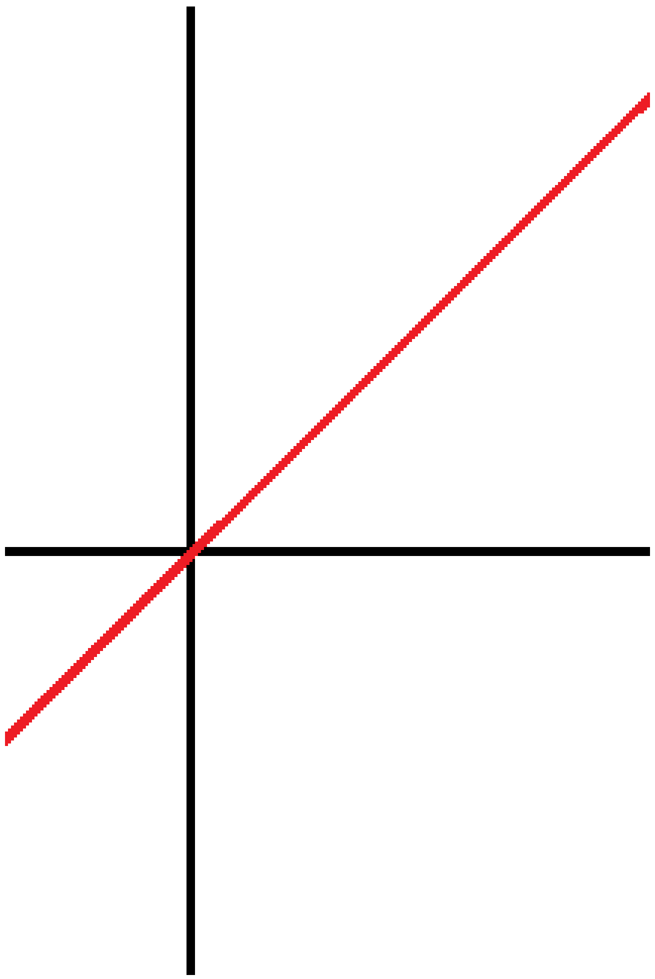
Função Linear ou Função do Primeiro Grau

Seja m um número real. Uma função linear é uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que para cada x em $\mathbb{R}$, associa $f(x) = mx + n$.

Onde $m \neq 0$ e $n \in \mathbb{R}$.

Obs: A função é também escrita como:

$f(x) = ax+b$; $a = m$ e $b = n$



O gráfico de uma função linear é uma reta.

Ao lado apresentamos uma função linear não completa. $f(x) = x$

Coeficiente angular

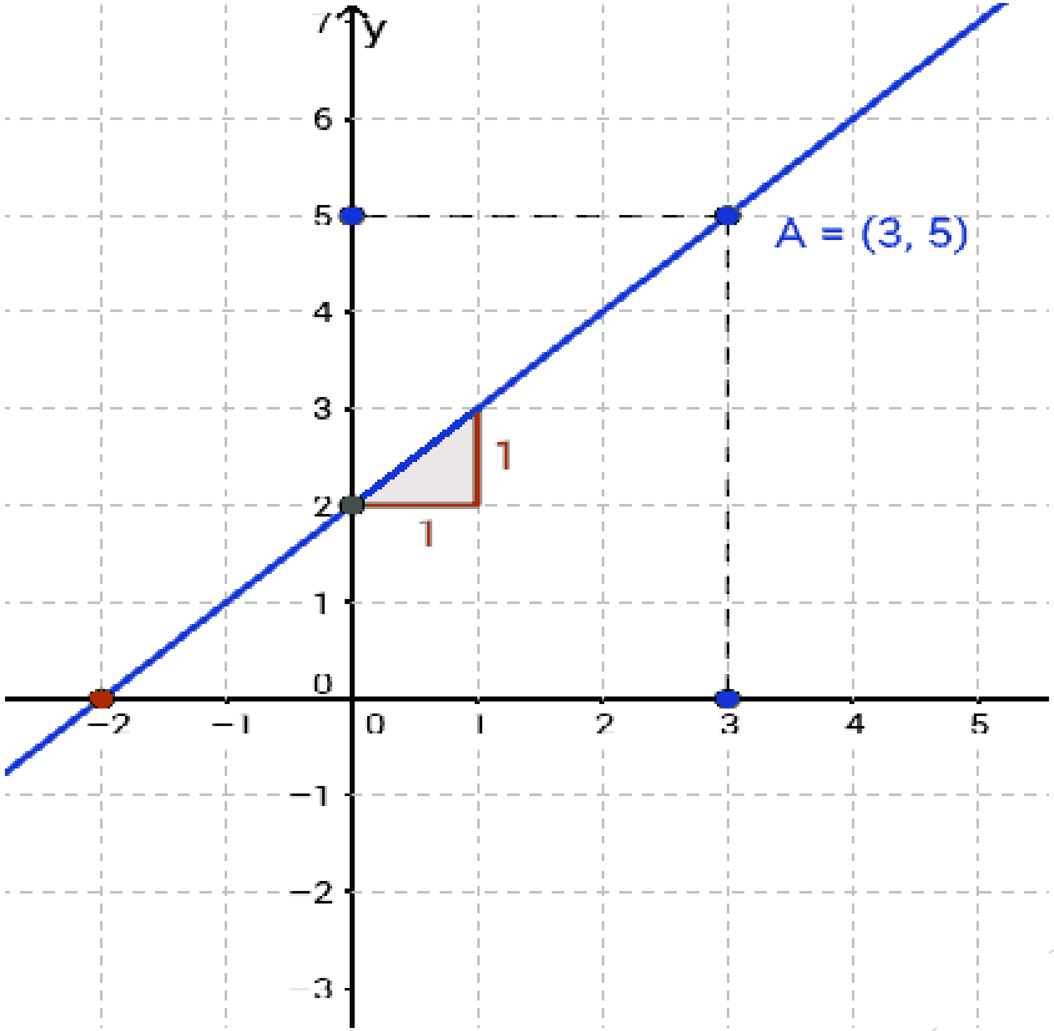
- ***Como o próprio nome indica, coeficiente angular esta relacionado ao ângulo, ou seja: determina a inclinação da reta.***

$$f(x) = mx + n.$$

No caso representado pela letra m.

A letra n representa o coeficiente Linear

Exemplo: Seja a função linear ou função do primeiro grau representada no gráfico abaixo. Determinar sua lei de formação.



Solução

$$tag(\propto) = \frac{C.O}{C.A}$$

$$f(x) = mx + n$$

$tag(\propto)$=m

$$m = \frac{C.O}{C.A}$$

$$f(x) = 1x + n$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$f(x) = x + 2$$

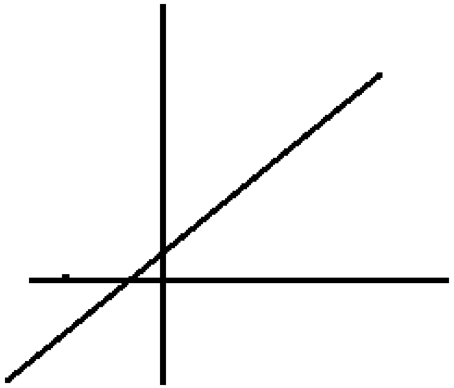
$$m = \frac{5-2}{3-0}$$

Coeficiente linear

$$f(x) = mx + n$$

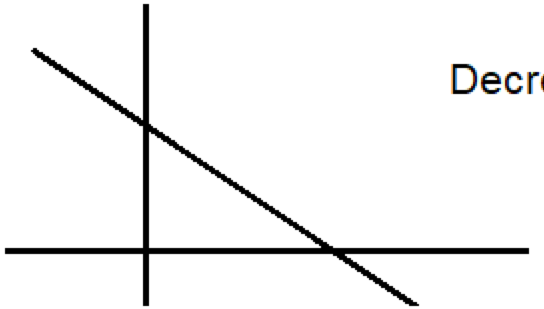
Coeficiente
Angular

n indica onde
cruza o eixo
das ordenadas



$m > 0$

Crescente



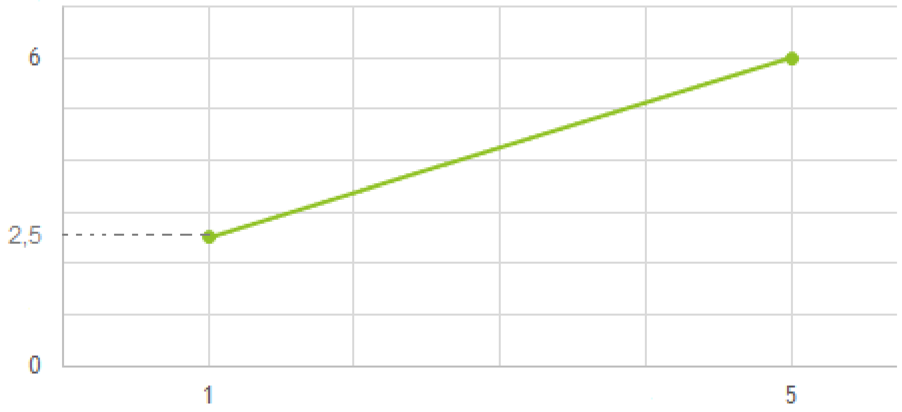
$m < 0$

Decrescente

Exercício

1) Construa o gráfico da função $f(x) = 2x + 10$.

2) Determine a função a partir do gráfico.



Função quadrática

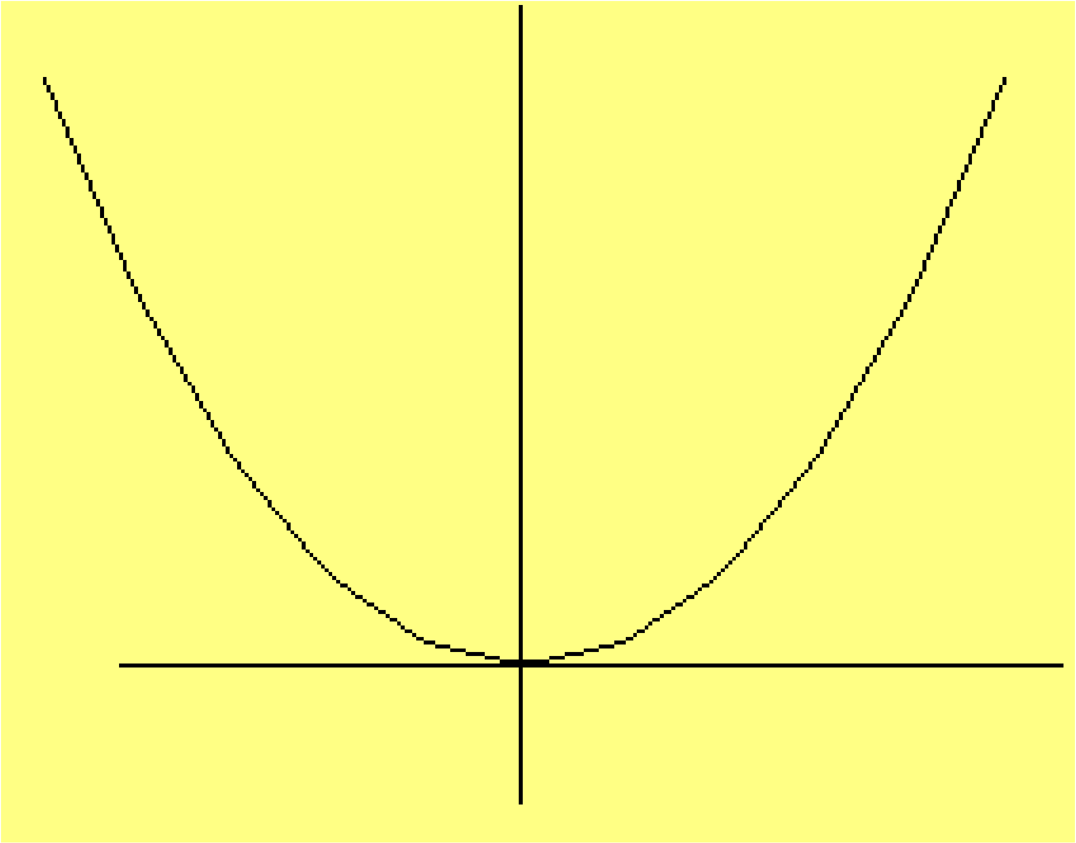
Sejam a, b e c números reais, com a não nulo.
Uma função quadrática é uma função f:R→R

que para cada x em R, associa $f(x)=ax^2+bx+c$

Onde a, b e c são constantes reais e a

deve ser diferente de zero ($a \neq 0$).

O gráfico de uma função quadrática é uma curva denominada parábola



Obs: A função do segundo grau ou quadrática pode ter a concavidade voltada para baixo ou para cima. O vértice da função determina o ponto mínimo e/ou o ponto máximo.

A função do segundo grau pode cortar o eixo das abscissas (eixo x) em dois pontos. A intersecção da parábola com o eixo x é encontrado através da igualdade y = 0. Ou seja $ax^2 + bx + c = 0$ logo estamos diante de uma equação do segundo grau. Utilizamos a fórmula de Bhaskara para encontrar a intersecção.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Os vértices da parábola podem ser encontrados por:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$

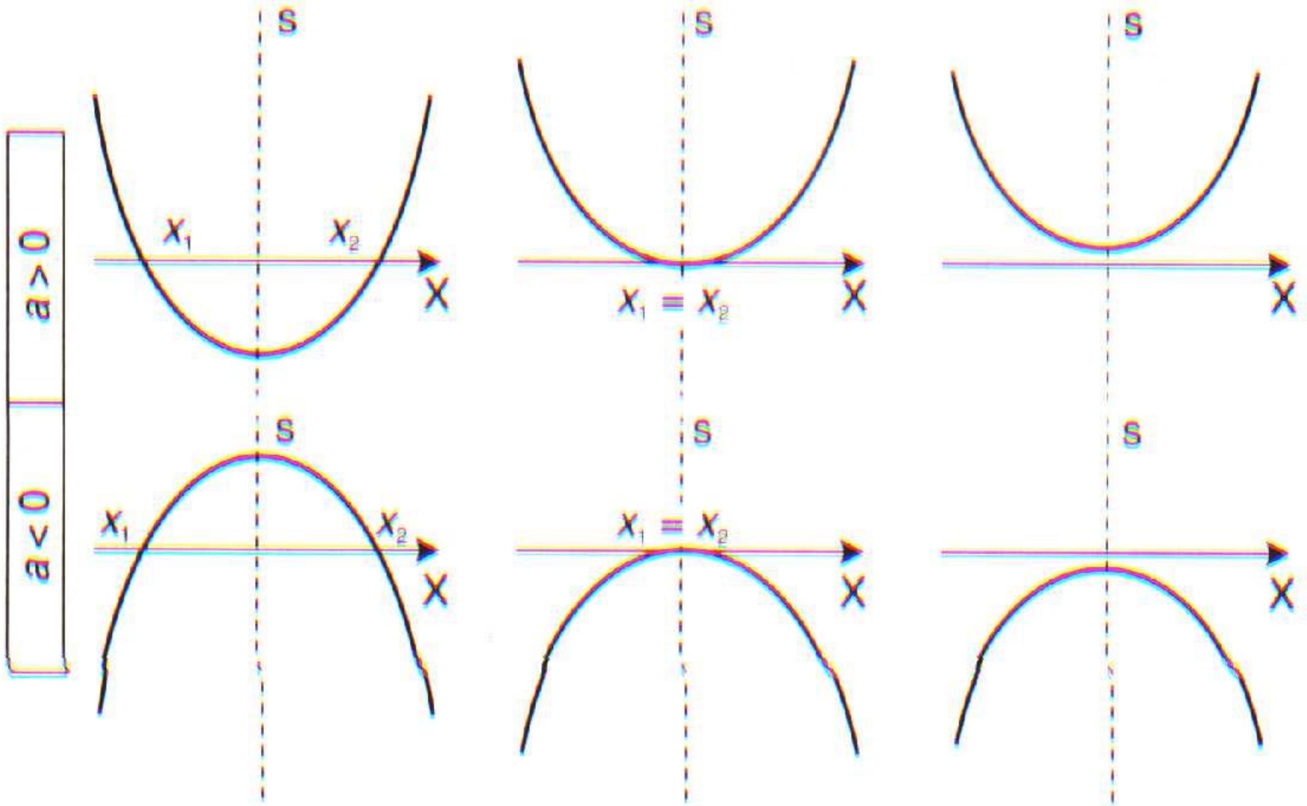
A parábola intercepta o eixo x em dois pontos.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

A parábola intercepta o eixo dos x em um único ponto.

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

A parábola não inercepta o eixo das abscissas (x)


a > 0
a < 0
S
X
x_1
x_2
$x_1 = x_2$

Exercícios

1) Construa o gráfico da função $f(x) = x^2 + 5$

Função polinomial

É toda função cuja a imagem é um polinômio da variável x, isto é, f é uma função polinomial de grau n se:

$$f(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x^1 + a_n$$

Em que $a_0, a_1, a_2, \ldots . a_n$ são todos números reais com $a_0 \neq 0$

Exemplos:

a) A função $f(x) = 5$ é uma função polinomial de grau 0 (função constante)

a) A função $f(x) = 2x + 3$ é uma função polinomial de grau 1. (Função do primeiro grau).

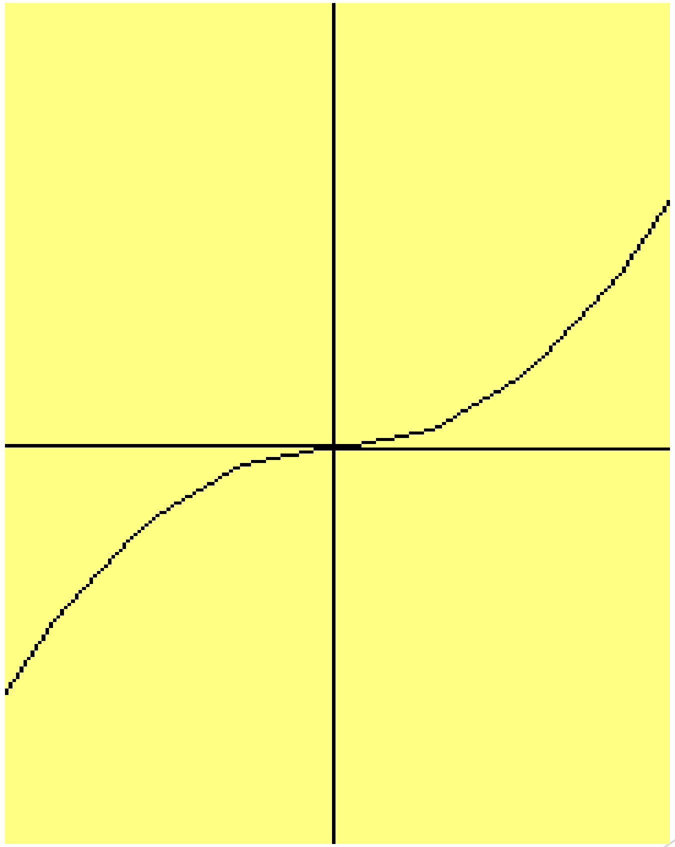
b) A função $f(x) = x^2 - 7x + 12$ é uma função polinomial de grau 2. (função do segundo grau).

c) A função $f(x) = x^3$ é uma função polinomial de grau 3.

E assim sucessivamente

O gráfico da função cúbica do item (d), se assemelha a uma parábola tanto no primeiro como no terceiro quadrante, mas no primeiro os valores de f(x) são positivos e no terceiro os valores de f(x) são negativos.

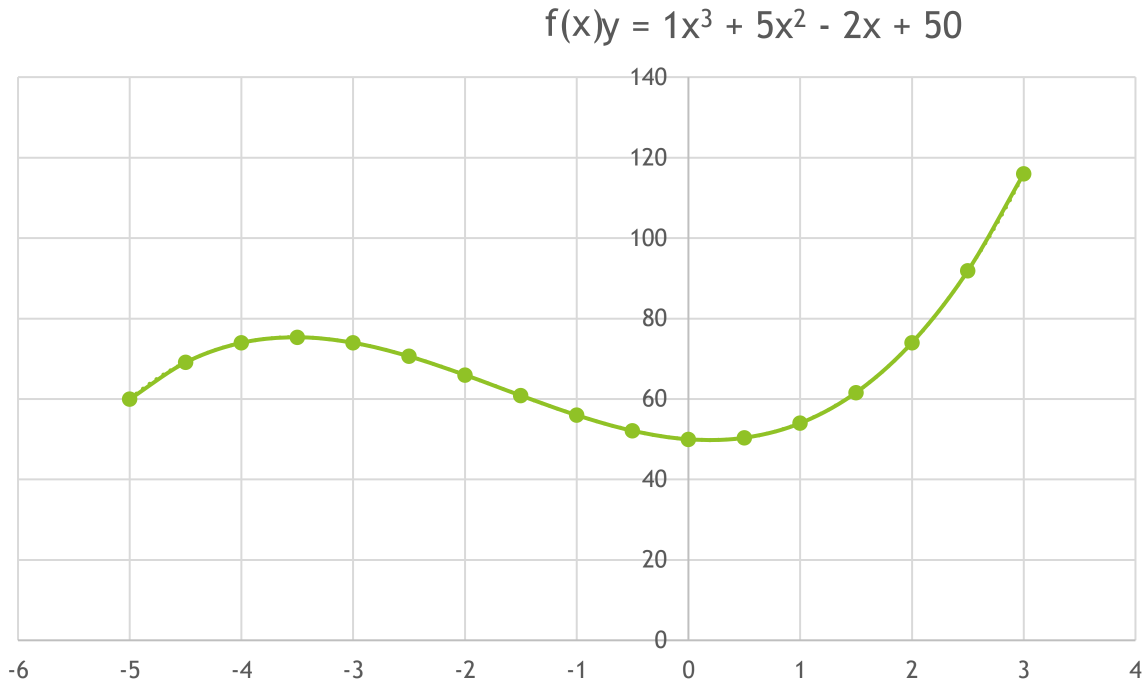
Acabamos adotando que funções Polinomiais iniciam a partir de ordem 3.



Exercício

Construir o gráfico da função: $f(x) = x^3 + 5.x^2 - 2x + 50 \ \ no\ intervalo\ [-5; 3]$.

x	f(x)
-5	60
-4,5	69,125
-4	74
-3,5	75,375
-3	74
-2,5	70,625
-2	66
-1,5	60,875
-1	56
-0,5	52,125
0	50
0,5	50,375
1	54
1,5	61,625
2	74
2,5	91,875
3	116



Função Exponencial

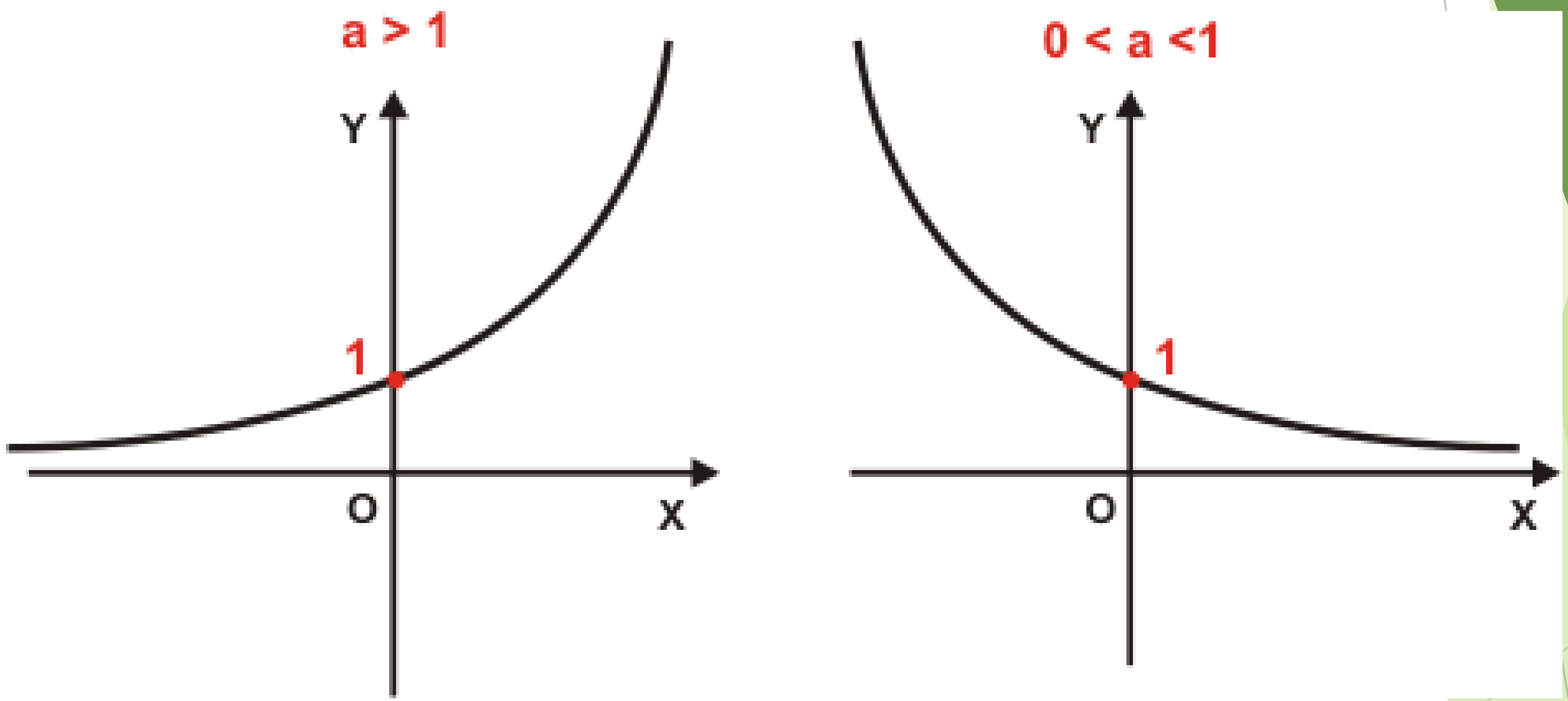
Dado um número real a, tal que $1 \neq a > 0$

a função f: R→R definida como

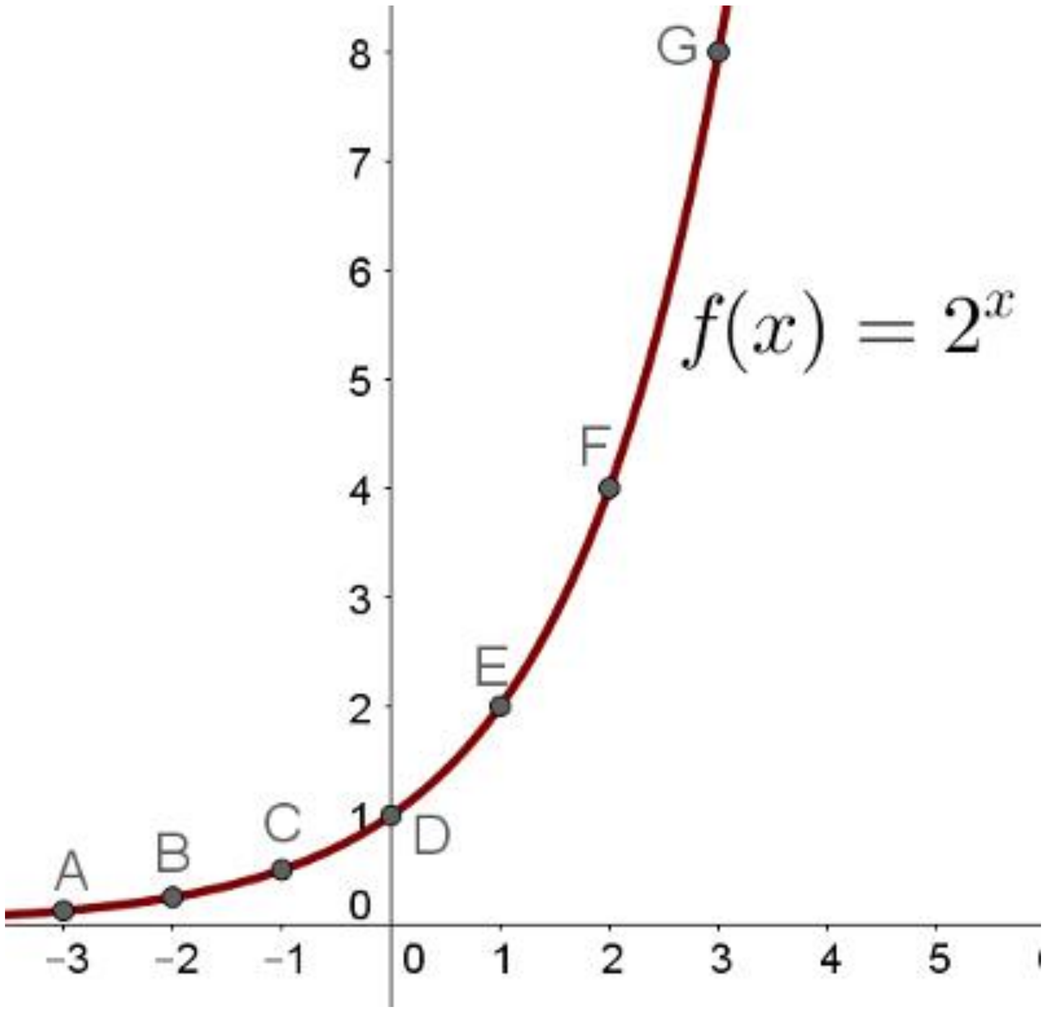
$$f(x) = a^x \qquad \text{com } a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

é dita função exponencial.

Seu gráfico é do tipo:



Exemplo:



$x = -3$

$f(-3) = 2^{-3}$

$$f(-3) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$x = 0$

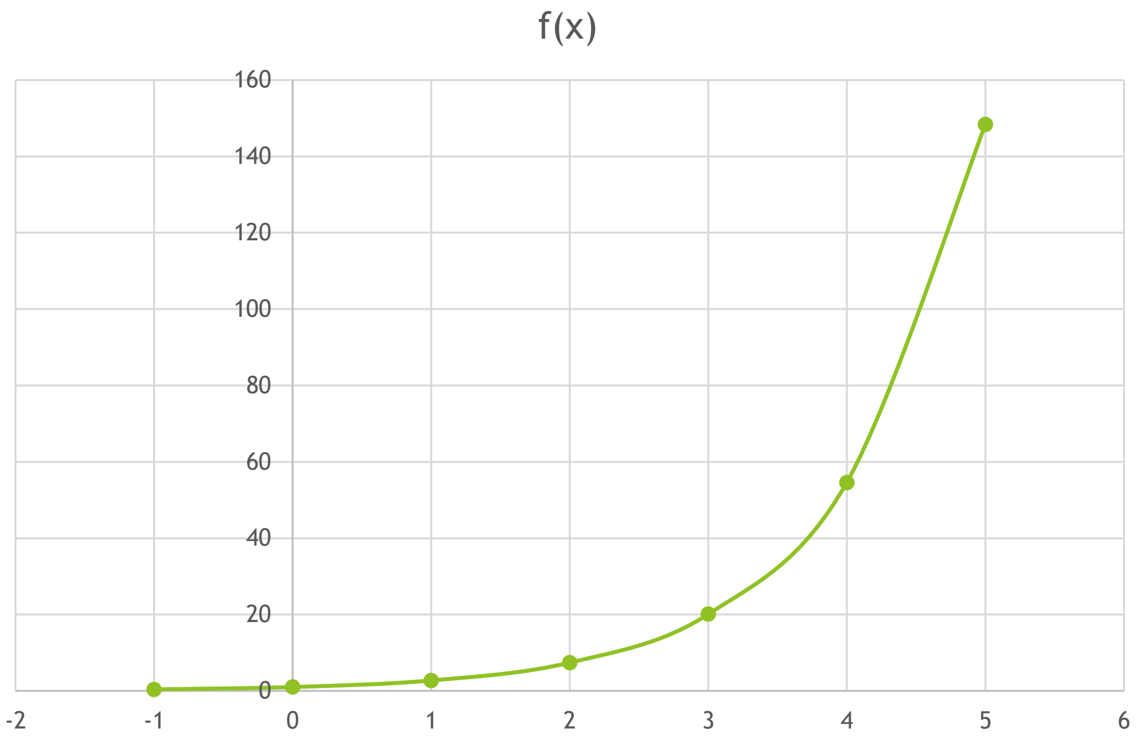
$f(0) = 2^0 = 1$

Exercício.

Construa o gráfico da função $f\!: \rightarrow R \;\; definida\, por\; f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

- Solução.

X	f(x)
-2	4
-1	2
0	1
1	0,5
2	0,25
3	0,125
4	0,0625
5	0,03125
6	0,015625
7	0,007813
8	0,003906
9	0,001953



O número “e” é denominado número natural; ou número neperiano.
Ele tem infinitas casas decimais, por isto é representado pela letra e.
Seu valor aproximado é : 2,71828......

Muitas funções exponenciais utilizam este número.

A função exponencial com número neperiano

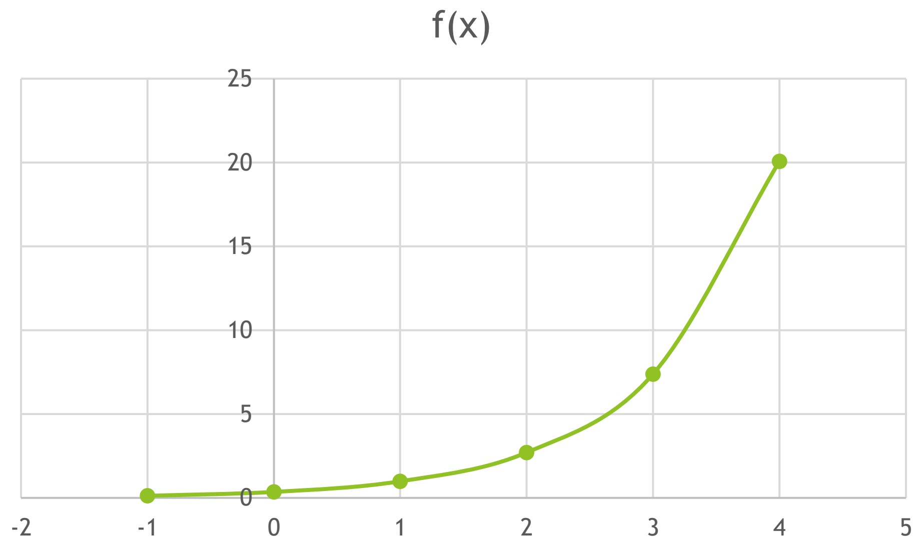
$$y = e^{x}$$

$$f(x) = e^{x}$$

- Construir o gráfico da função: $f(x) = \frac{e^x}{e}$

Solução

x	f(x)
-1	0,135363
0	0,367918
1	1
2	2,718
3	7,387524
4	20,07929



Logaritmos

Definição:

$$\log_a^b = c$$

Onde c = logaritmo

a = base

b = logaritmando

$$\log_a^b = c \leftrightarrow a^c = b$$

Propriedades.

Primeira propriedade

$$\log_a^{(b1.b2.b3...bn)} = \log_a^{b1} + \log_a^{b2} + \log_a^{b3} + ... + \log_a^{bn}$$

$$\text{com} \quad 0 < a \neq 1 \quad \text{e} \quad b1, b2, b3, ..., bn > 0$$

Segunda propriedade

$$\log_a^{\frac{b}{c}} = \log_a^b - \log_a^c \quad \text{desde que}$$

$$0 < a \neq 1 \quad \text{e} \quad b, c > 0$$

Terceira propriedade

$$\log_a^{b^\alpha} = \alpha . \log_a^b \quad \text{desde que}$$

$$0 < a \neq 1 \quad \text{e} \quad b > 0 \quad \text{e} \quad \alpha \in \Re$$

Quarta propriedade (conhecida como mudança de base)

$$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$$

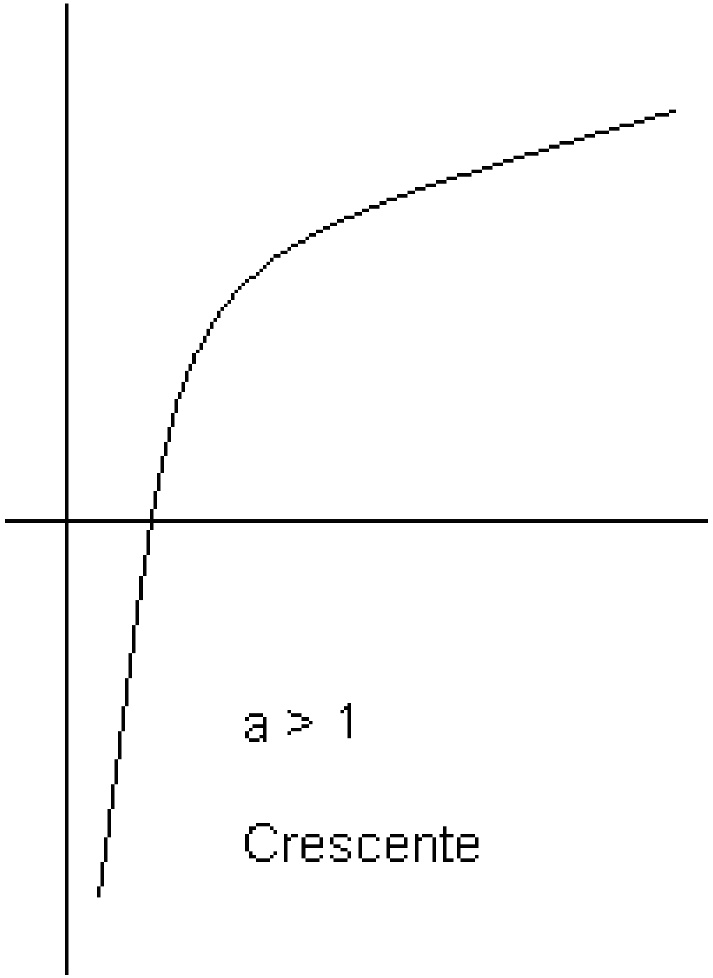
Função Logarítmica.

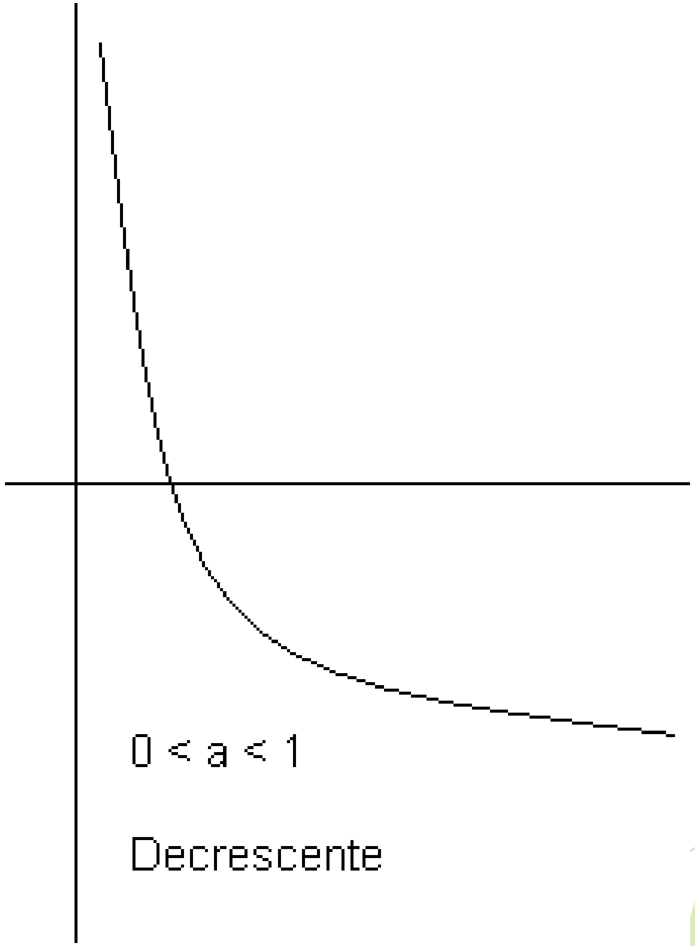
É toda função:

$$f : R_{+}^{*} \rightarrow R \quad \text{definida por} \quad f(x) = \log_{a}^{x}$$

$$Com \quad a > 0 \quad e \quad a \neq 1$$

O gráfico de uma função logarítmica $y = \log_a^x$



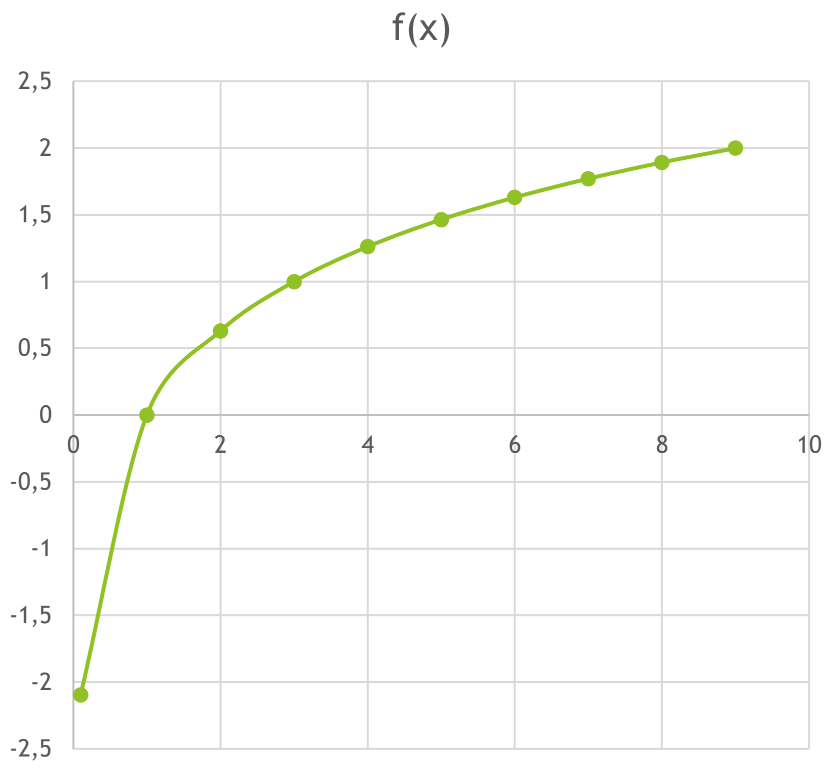


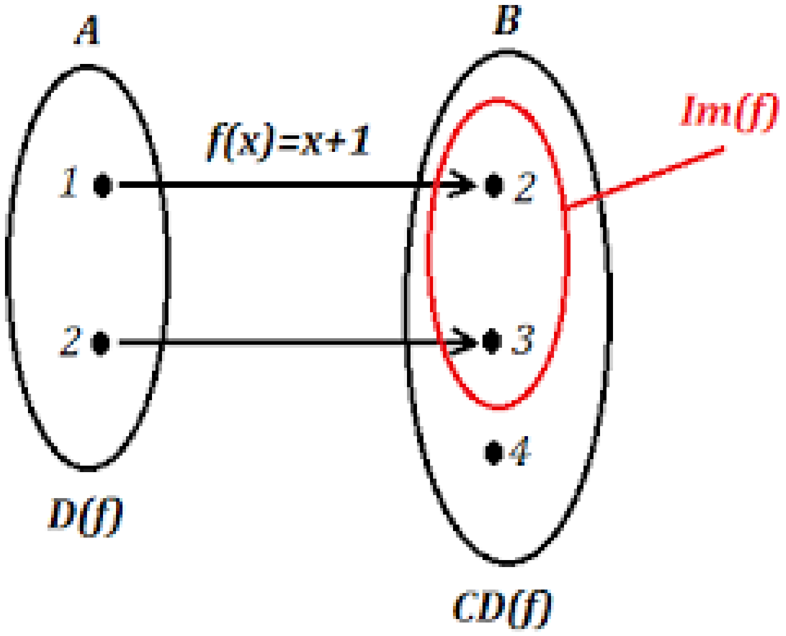
Exercício

Construir o gráfico da função $f(x) = \log_3(x)$

Solução

x	f(x)
0,1	-2,0959
1	0
2	0,63093
3	1
4	1,26186
5	1,464974
6	1,63093
7	1,771244
8	1,892789
9	2





O domínio das Funções na Análise de Algoritmos

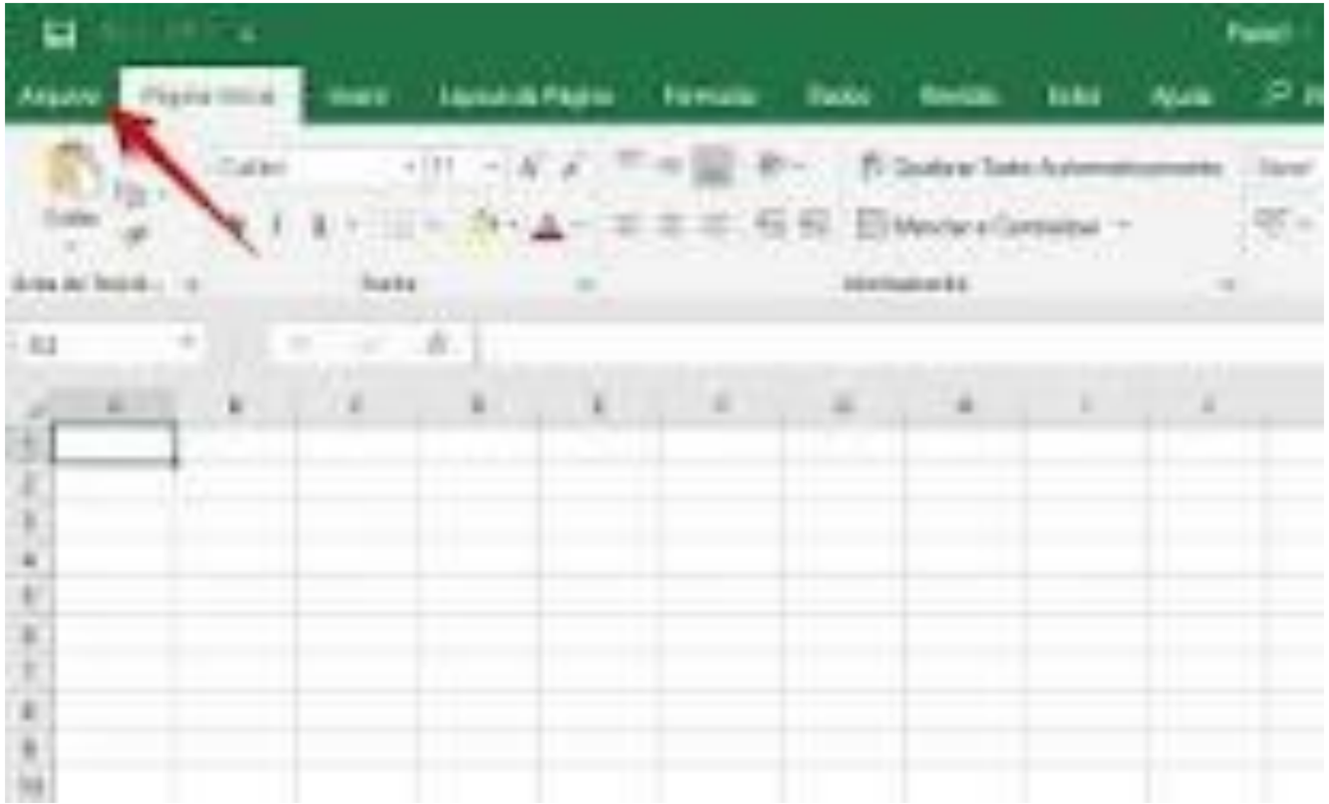
Quando trabalhamos com algoritmos estamos pensando nos dados que serão trabalhados pelo algoritmo.

Bom, estes dados na análise de algoritmos chamamos de N (Nossa entrada).

Quando trabalhamos com as funções a variável x esta ligada ao domínio da função.

Ou seja o x passa a ser o valor N (valor da entrada).

Usando a Planilha Excel Para Construir Gráficos da Funções Básicas.



Atividade

Construir o gráfico das funções através do Excel. Obs: (considerar N > 0), observar o que ocorre com o gráfico para valores N grandes.

a) $f(N) = 2N$ +30

b) f(N) =$\frac{N^2}{10} - n + 20$

c) f(N)= $N^3 + N^2 - 5N$

d) f(N)=$\log(N)$

e) f(N)=$2^N + N^2$

f) $f(N) = N.\log(N)$

g) $f(N) = log^2(N)$