



# Télécommunications - TPs

## Étude de chaines de transmissions en bande de base

Bauriaud Laura  
Jeanvoine Achille

Département Sciences du Numérique - Première année  
2022-2023

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Étude de modulateurs bande de base</b>	<b>4</b>
2.1	Modulateur 1 . . . . .	4
2.2	Modulateur 2 . . . . .	7
2.3	Modulateur 3 . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist</b>	<b>14</b>
3.1	Étude sans canal de propagation . . . . .	14
3.1.1	Implantation optimale du bloc modulateur/démodulateur	14
3.2	Étude avec canal de propagation sans bruit . . . . .	17
3.2.1	BW = 8000Hz . . . . .	17
3.2.2	BW = 1000Hz . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Étude de l'impact du bruit et du filtrage adapté, notion d'efficacité</b>	<b>21</b>
4.1	Chaîne 1 . . . . .	21
4.1.1	Étude avec le bruit . . . . .	23
4.1.2	Étude des TEBs estimés et théoriques . . . . .	24
4.2	Chaîne 2 . . . . .	25
4.2.1	Étude avec le bruit . . . . .	25
4.2.2	Étude des TEBs estimés et théoriques . . . . .	27
4.3	Chaîne 3 . . . . .	28
4.3.1	Étude avec le bruit . . . . .	29
4.3.2	Étude des TEBs estimés et théoriques . . . . .	30
4.4	Comparaison des chaines de transmission implantées . . . . .	31
4.4.1	Comparaison des TEBs pour la chaîne 1 et 2 . . . . .	31
4.4.2	Comparaison des TEBs pour la chaîne 1 et 3 . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>33</b>

## Table des figures

1	Signal généré avec une échelle temporelle en secondes pour le modulateur 1 . . . . .	4
2	Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 1 . . . . .	5
3	Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 1 avec le théorique et estimé. . . . .	7
4	Signal généré avec une échelle temporelle en secondes pour le modulateur 2 . . . . .	8
5	Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 2 . . . . .	8

6	Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 2 avec le théorique et estimé.	9
7	Signal généré avec une échelle temporelle en secondes pour le modulateur 3 . . . . .	10
8	Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 3 . . . . .	11
9	Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 3 avec le théorique et estimé.	12
10	Comparaison des DSPs des 3 modulateurs. . . . .	13
11	Tracé du signal en sortie du filtre de réception. . . . .	14
12	Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission $g$ . . . . .	15
13	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception. . .	16
14	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission pour BW=8000Hz. . . . .	17
15	Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception pour BW=8000Hz. . . . .	18
16	Tracé de la réponse en fréquence du filtre de réception et du canal pour BW=8000Hz. . . . .	18
17	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission pour BW=1000Hz. . . . .	19
18	Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception pour BW=1000Hz. . . . .	19
19	Tracé de la réponse en fréquence du filtre de réception et du canal pour BW=1000Hz. . . . .	20
20	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 1 sans bruit. . . . .	22
21	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 1 avec le bruit. . . . .	23
22	Tracé des TEBs estimé et théorique pour la chaîne 1. . . . .	24
23	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 2 sans bruit. . . . .	25
24	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 2 avec le bruit. . . . .	26
25	Tracé des TEBs estimés et théoriques pour la chaîne 2. . . . .	27
26	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 3 sans bruit. . . . .	28
27	Diagramme de l'oeil pour la chaîne 3 avec le bruit. . . . .	29
28	Tracé des TEBs estimés et théoriques pour la chaîne 3. . . . .	30
29	Tracé des TEBs estimés de la chaîne 1 et 2. . . . .	31
30	Tracé des TEBs estimés de la chaîne 1 et 3. . . . .	32

# 1 Introduction

L'objectif de ce travail est d'étudier une chaîne de transmission en bande de base. Nous serons ainsi capable d'évaluer l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance d'une chaîne de transmission, d'identifier les solutions possibles pour optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance ; et finalement de comparer les chaînes en terme d'efficacité spectrale et en puissance.

## 2 Étude de modulateurs bande de base

Dans cette première partie, nous allons étudier des modulateurs bande de base et identifier les éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

### 2.1 Modulateur 1

Les caractéristiques de ce premier modulateur sont :

- Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
- Filtre de mise en forme rectangulaire de hauteur 1 et de durée égale à la durée symbole.

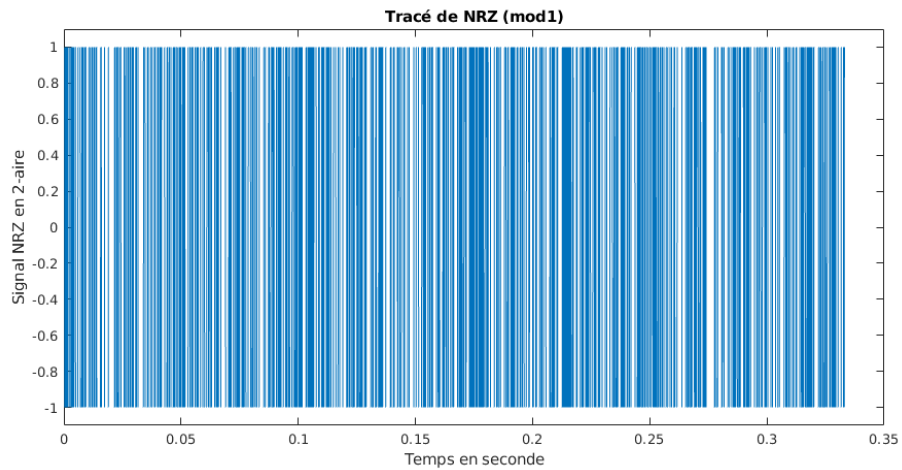


FIGURE 1 – Signal généré avec une échelle temporelle en secondes pour le modulateur 1

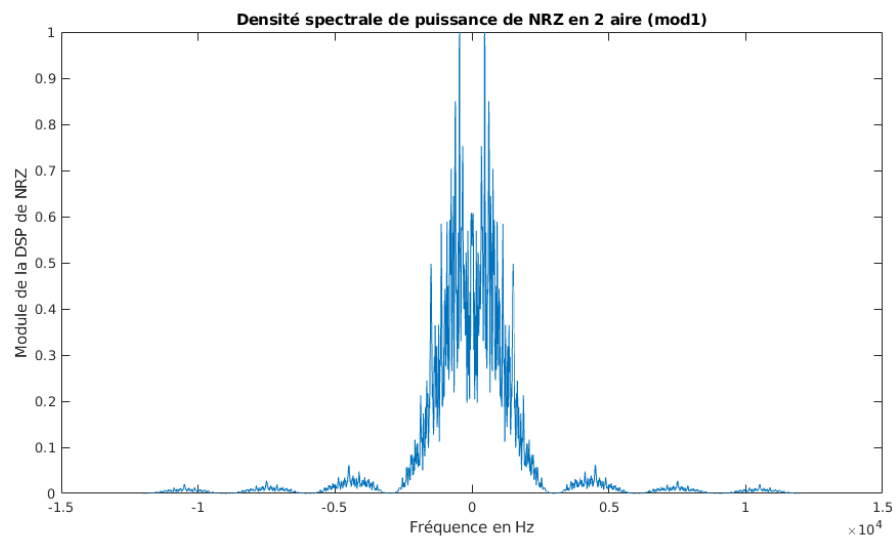


FIGURE 2 – Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 1

**Calcul théorique de la densité spectrale de puissance pour le modulateur 1 :**

En appliquant la formule de Beneth :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_a^2}{T_s} \sum_{k=1}^{\infty} \Re[R_a(k) e^{j2\pi f k T_s}] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_{k=1}^{\infty} |H(\frac{k}{T_s})|^2 \delta(f - \frac{k}{T_s})$$

Or, puisque les  $a_k$  sont équiprobables :

$$m_a = E[a_k] = 1 \cdot \frac{1}{2} + (-1) \cdot \frac{1}{2} = 0$$

Et, puisque les  $a_k$  sont décorrélés,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Re[R_a(k) e^{j2\pi f k T_s}] = 0$$

D'où,

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2$$

Avec :

$$\sigma_a^2 = E[a_k^2] - E[a_k]^2 = 1 - 0 = 1$$

$$H(f) = TF \left( \Pi_{T_s} \left( t - \frac{T_s}{2} \right) \right) = T_s \text{sinc}(T_s f \pi) e^{-j\pi f T_s}$$

Or,

$$|H(f)| = T_s \text{sinc}(T_s f \pi)$$

Ainsi,

$$\boxed{S_x(f) = T_s \text{sinc}^2(\pi T_s f)}$$

(1)

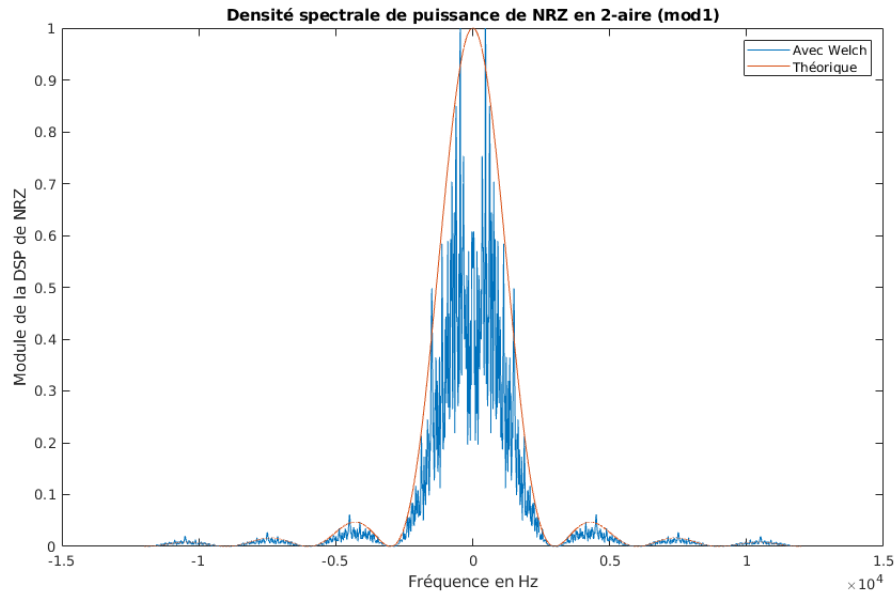


FIGURE 3 – Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 1 avec le théorique et estimé.

## 2.2 Modulateur 2

Les caractéristiques de ce premier modulateur sont :

- Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
- Filtre de mise en forme rectangulaire de hauteur 1 et de durée égale à la durée symbole.

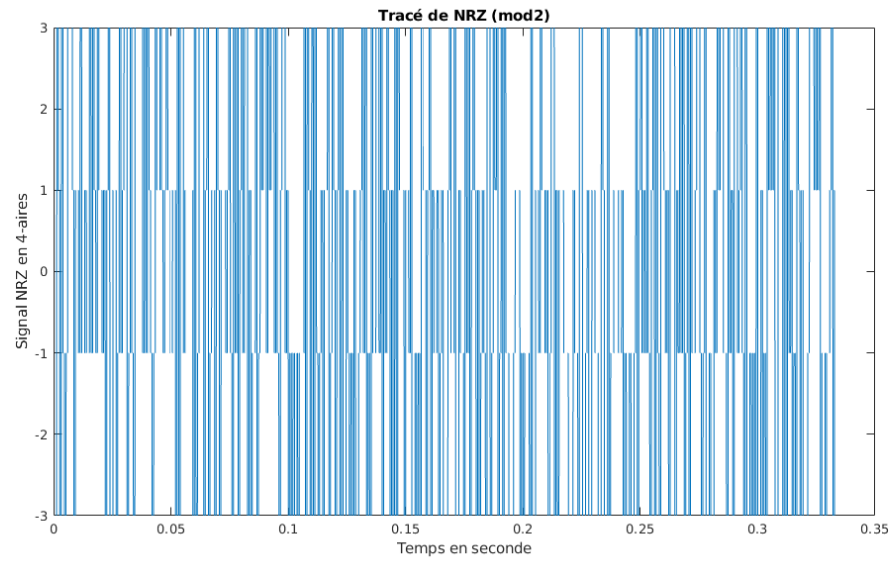


FIGURE 4 – Signal généré avec une échelle temporelle en secondes pour le modulateur 2

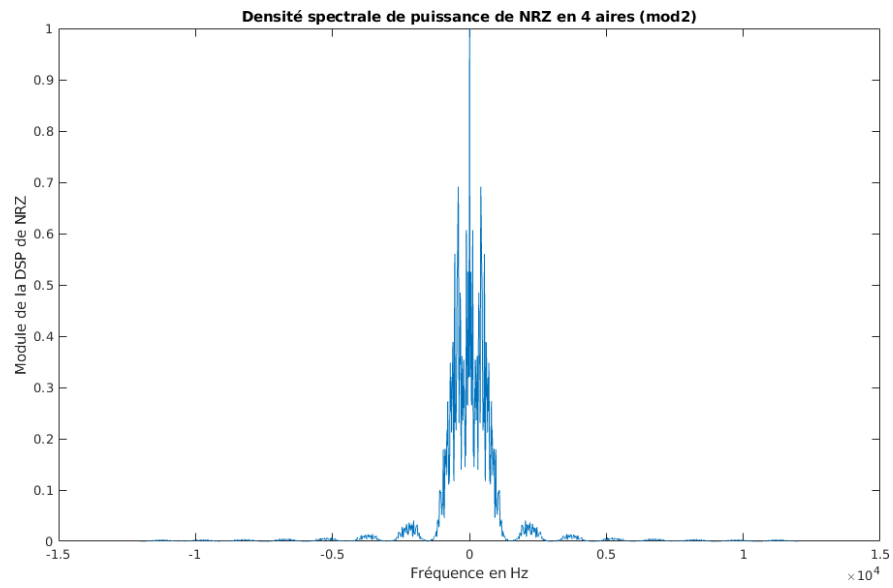


FIGURE 5 – Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 2



**Calcul théorique de la densité spectrale de puissance pour le modulateur 2 :**

En réutilisant la formule du modulateur 1 avec :

$$\sigma_a^2 = E[a_k^2] - E[a_k]^2 = \frac{1}{4} * ((-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2) - 0 = 5$$

On obtient :

$$S_x(f) = 5 * T_s \text{sinc}^2(\pi T_s f)$$

(2)

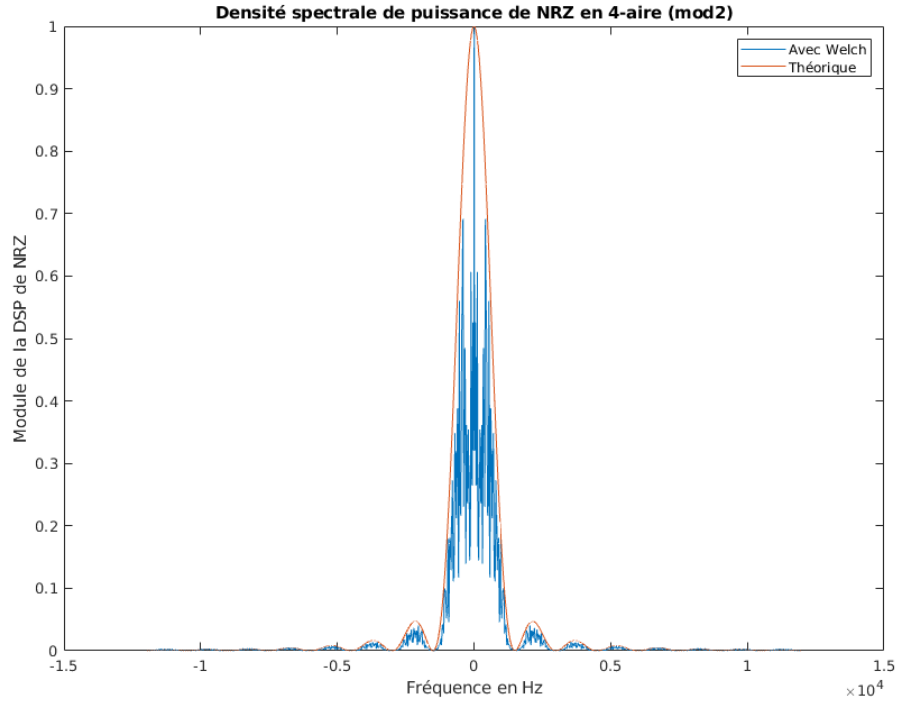


FIGURE 6 – Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 2 avec le théorique et estimé.

## 2.3 Modulateur 3

Les caractéristiques de ce premier modulateur sont :

- Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
- Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé. .

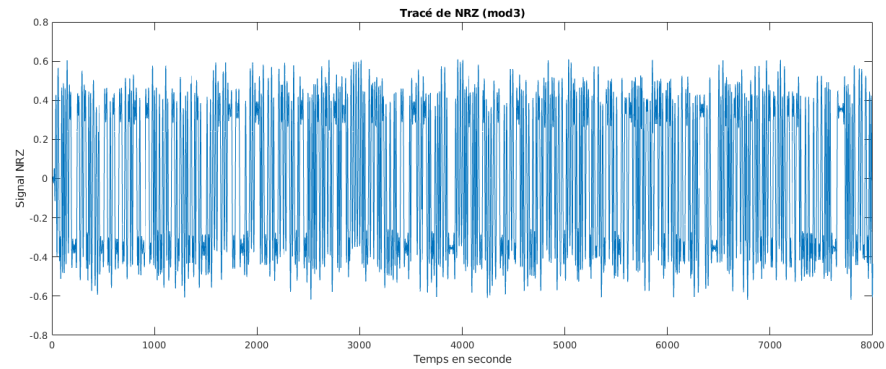


FIGURE 7 – Signal généré avec une échelle temporelle en secondes pour le modulateur 3

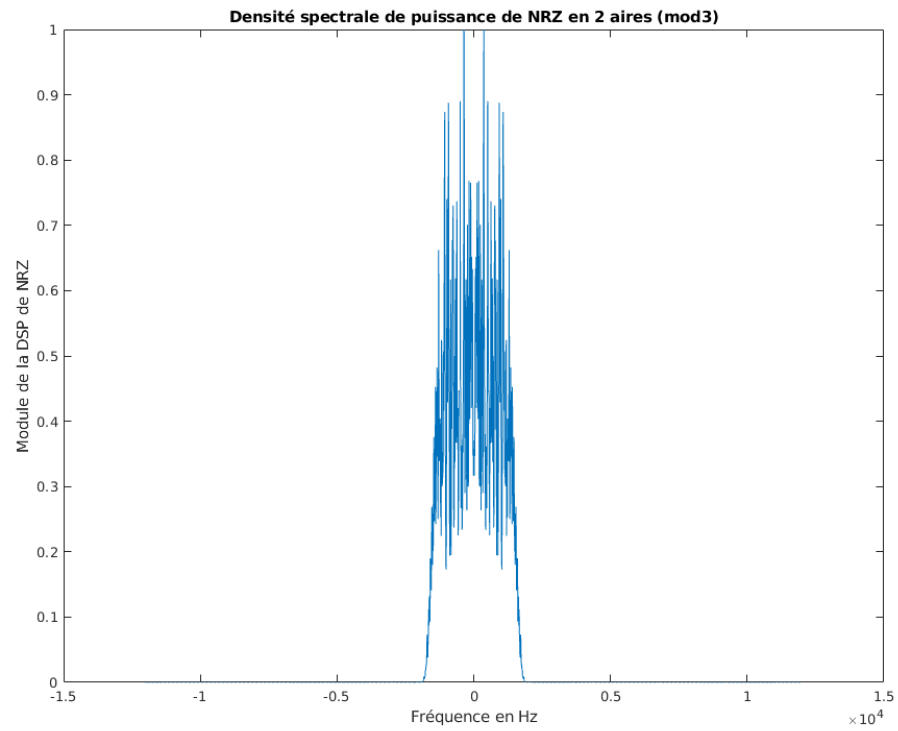


FIGURE 8 – Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 3

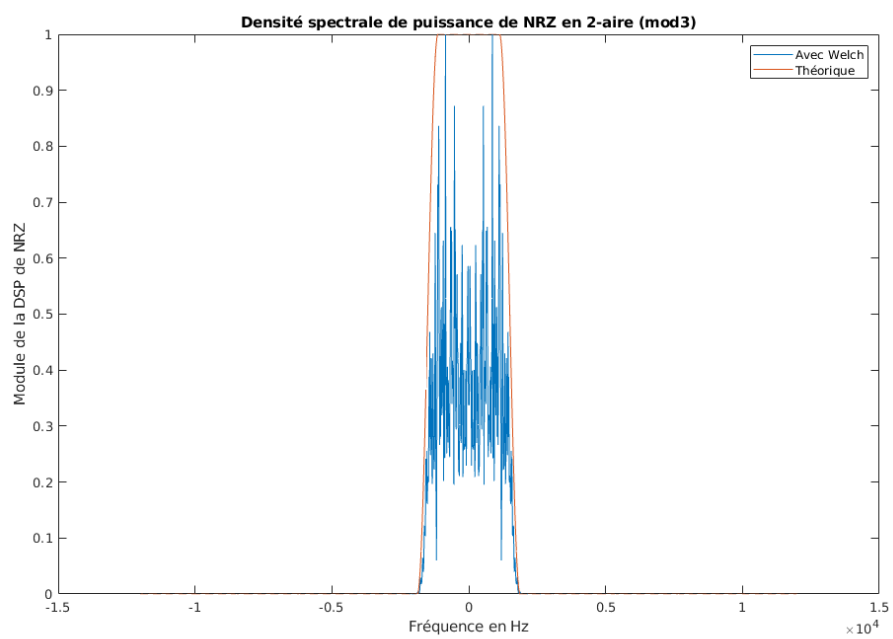


FIGURE 9 – Densité spectrale de puissance du signal générée avec une échelle fréquentielle en Hz pour le modulateur 3 avec le théorique et estimé.

À partir de la superposition des 3 DSPS estimés, nous observons que la largeur de bande est plus faible pour le modulateur 3. Ce qui est cohérent avec le fait que le filtre de mise en forme soit une racine de cosinus surélevé. En effet, en calculant l'efficacité spectrale :

Formule de l'efficacité spectrale

$$\eta = \frac{R_b}{B} \text{ avec } R_b \text{ le débit binaire et } B \text{ la largeur de bande occupée}$$

Pour la chaîne 1 :  $B = \frac{1}{T_s}$  d'où  $\eta = R_b R_s$

Pour la chaîne 2 :  $B = \frac{1}{2T_s}$  d'où  $\eta = 2R_b R_s$

Pour la chaîne 3 :  $B = \frac{1+\alpha}{T_s}$  d'où  $\eta = \frac{R_b R_s}{1+\alpha}$

On en déduit que pour augmenter  $\eta$ , on peut augmenter  $R_b$  ou bien diminuer  $B$ .

(3)

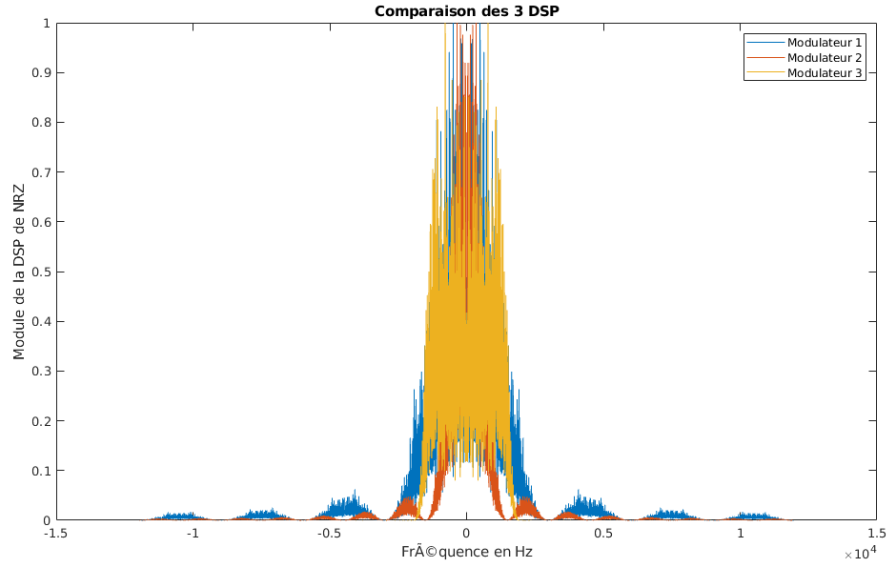


FIGURE 10 – Comparaison des DSPs des 3 modulateurs.

### 3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

Nous allons implanter une chaîne de transmission en bande de base sans bruit et l'analyser en nous focalisant sur les interférences entre symboles : leur impact sur la transmission et l'influence du respect ou du non respect du critère de Nyquist.

#### 3.1 Étude sans canal de propagation

Dans un premier temps, la chaîne de transmission est étudiée sans canal de propagation, c'est-à-dire sans bruit mais également sans filtrage introduit par le canal. Nous étudions simplement le bloc modulateur/démodulateur.

##### 3.1.1 Implantation optimale du bloc modulateur/démodulateur

Le filtre démodulateur est adapté au filtre de mise en forme. Il s'agit du meilleur filtre possible. Nous obtenons bien un  $TEB = 0$  (pas de bruit).

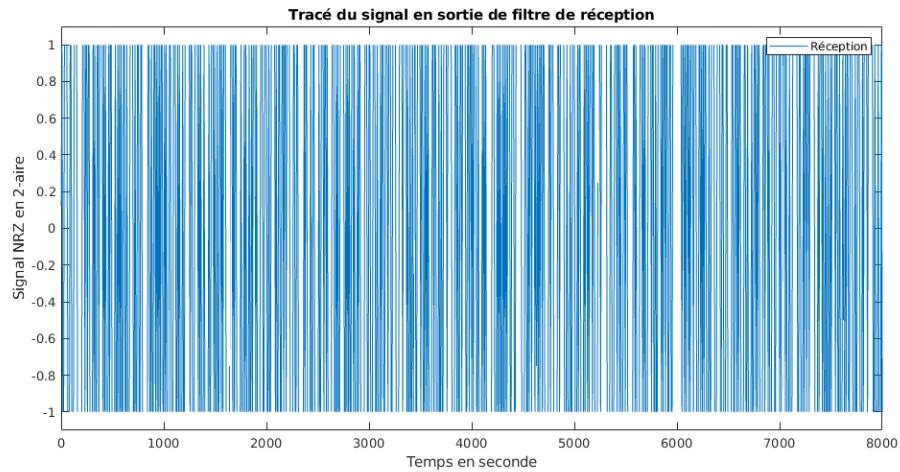


FIGURE 11 – Tracé du signal en sortie du filtre de réception.

Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission  $g$  qui est le produit de convolution du filtre de mise en forme et du filtre de réception. Nous pouvons ajouter que les filtres sont rectangulaires de durées égales à la durée symbole de hauteur 1 d'où l'obtention du bloc modulateur/démodulateur qui est un triangle.

Explication de la détermination à partir de  $g$ . Nous pouvons effectuer le

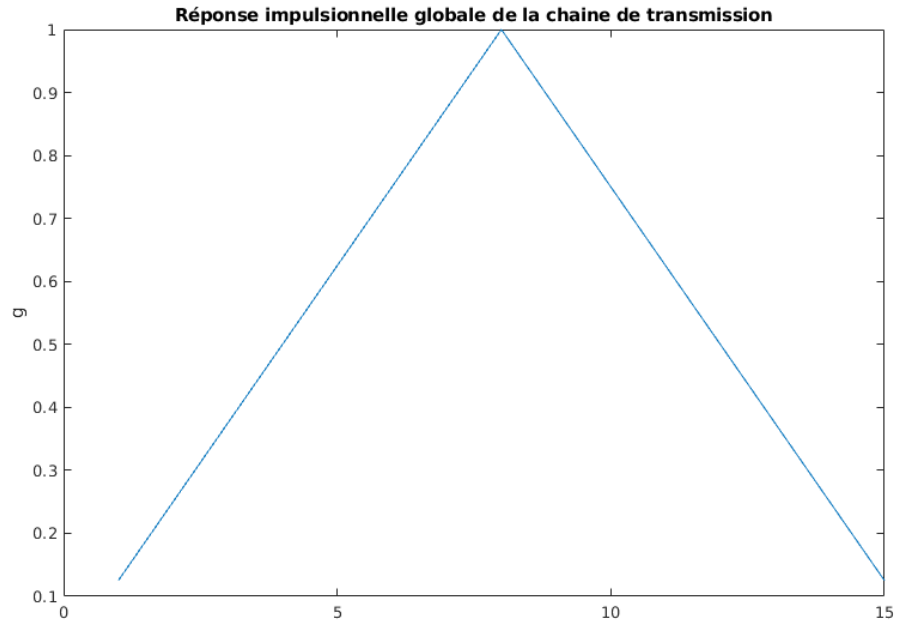


FIGURE 12 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission  $g$ .

calcul théorique de  $g$  pour nous en assurer.

On a  $h_c(t) = \delta(t)$

$$h_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi,  $g(t) = h_1(t) * h_c(t) * h_1(t) = h_1(t) * h_1(t)$

Nous avons un signal binaire et nous observons sur le diagramme de l'oeil que le critère de Nyquist est respecté pour  $n_0 = 8$  (2 points sur le diagramme pour un signal binaire).

Nous déterminons un seuil en dessous duquel le bit sera considéré comme étant un 0 et au dessus un 1. Nous prenons le seuil égal à 0 (signal binaire à moyenne nulle).

Avec  $n_0 = 3$ , le  $TEB = 0,48$ . Le critère de Nyquist n'est plus respecté, c'est pour cela que le TEB n'est plus égal à 0.

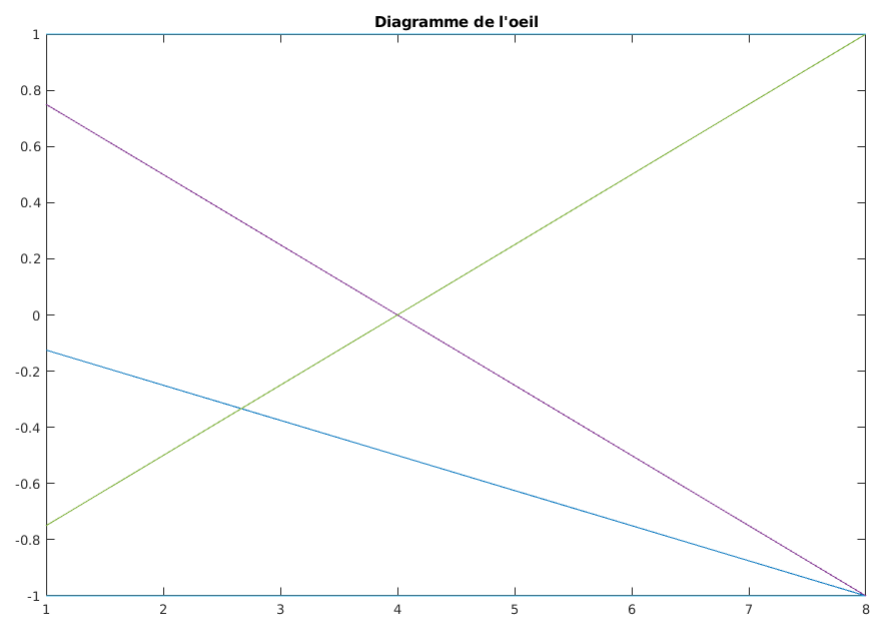


FIGURE 13 – Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception.



## 3.2 Étude avec canal de propagation sans bruit

Nous allons maintenant considérer un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit. Pour cela, nous allons ajouter un filtre passe-pas représentant le canal de propagation à notre schéma de modulateur/démodulateur optimale impanté précédemment.

### 3.2.1 BW = 8000Hz

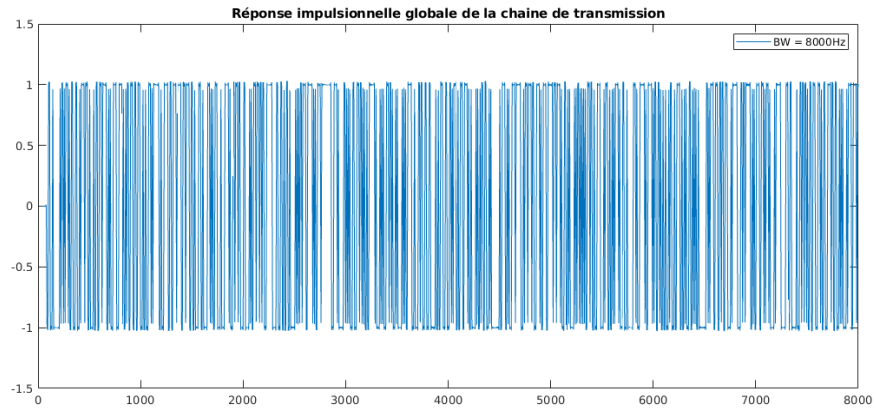


FIGURE 14 – Réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission pour BW=8000Hz.

Nous obtenons un  $TEB = 0$  car le critère de Nyquist est respecté (voir diagramme de l'oeil, à l'instant  $n_0 = 8$ ).

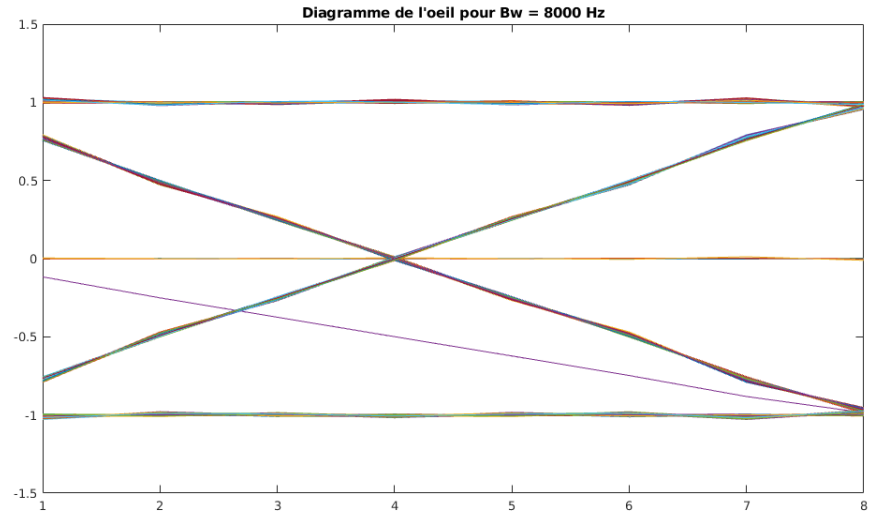


FIGURE 15 – Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception pour BW=8000Hz.

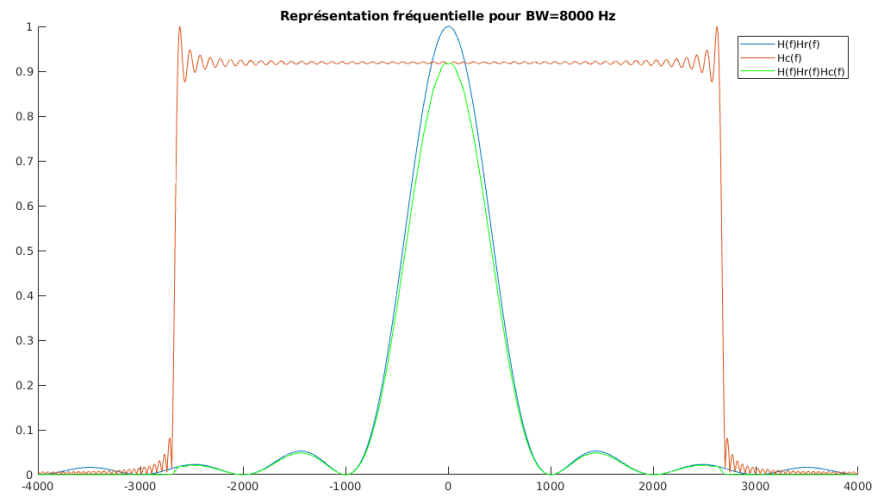


FIGURE 16 – Tracé de la réponse en fréquence du filtre de réception et du canal pour BW=8000Hz.

### 3.2.2 $BW = 1000\text{Hz}$

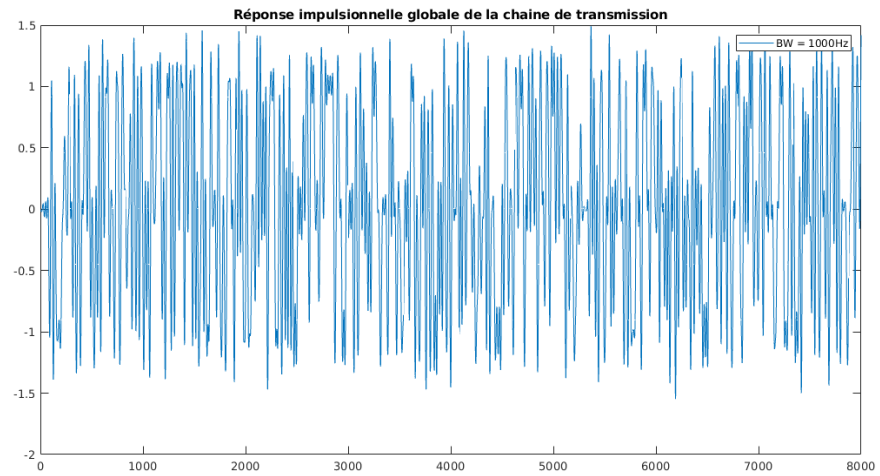


FIGURE 17 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission pour  $BW=1000\text{Hz}$ .

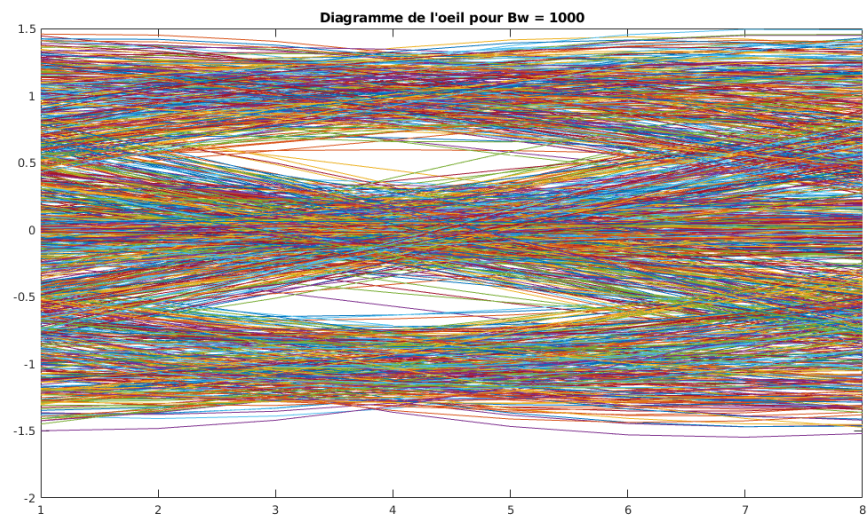


FIGURE 18 – Tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception pour  $BW=1000\text{Hz}$ .

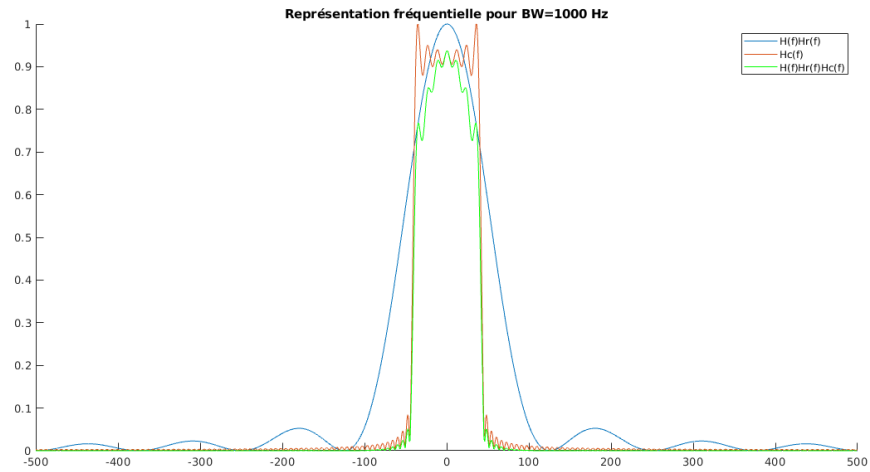


FIGURE 19 – Tracé de la réponse en fréquence du filtre de réception et du canal pour BW=1000Hz.

Nous obtenons un  $TEB = 0,09$ . Le critère de Nyquist n'étant pas respecté nous ne pouvons pas obtenir un  $TEB=0$ .

## 4 Étude de l'impact du bruit et du filtrage adapté, notion d'efficacité

Dans cette dernière partie, nous allons étudier le bruit dans la chaîne de transmission numérique : l'impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, l'influence du filtrage adapté, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB) pour comparer les chaînes de transmission en termes d'efficacité en puissance.

### 4.1 Chaîne 1

Les caractéristiques de la chaîne 1 sont les suivantes :

- Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
- Filtre de réception : rectangulaire de durée égale à la durée symbole et de hauteur 1.

Étude sans le bruit : avec le diagramme de l'oeil, nous observons que l'instant optimal est pour 8 car nous avons 2 points pour un signal 2 aires.

D'après le diagramme de l'oeil, l'instant d'échantillonnage optimal est pour  $n_0 = 8$ . Nous obtenons bien  $TEB = 0$  car le critère de Nyquist est respecté. Pour ce signal, nous prenons un seuil à 0 (symbole binaire à moyenne nulle).

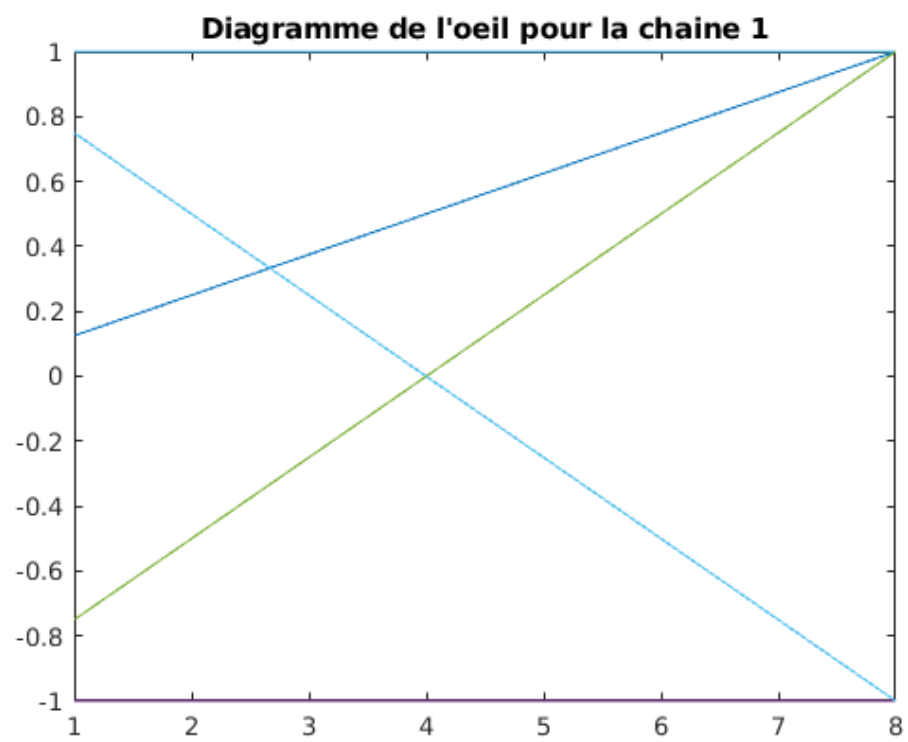


FIGURE 20 – Diagramme de l'oeil pour la chaine 1 sans bruit.

#### 4.1.1 Étude avec le bruit

Dans cette partie, nous ajoutons le bruit. (4)

$$\text{bruit} = \sigma_n * \text{randn}(1, \text{length}(x))$$

$$\sigma_n^2 = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

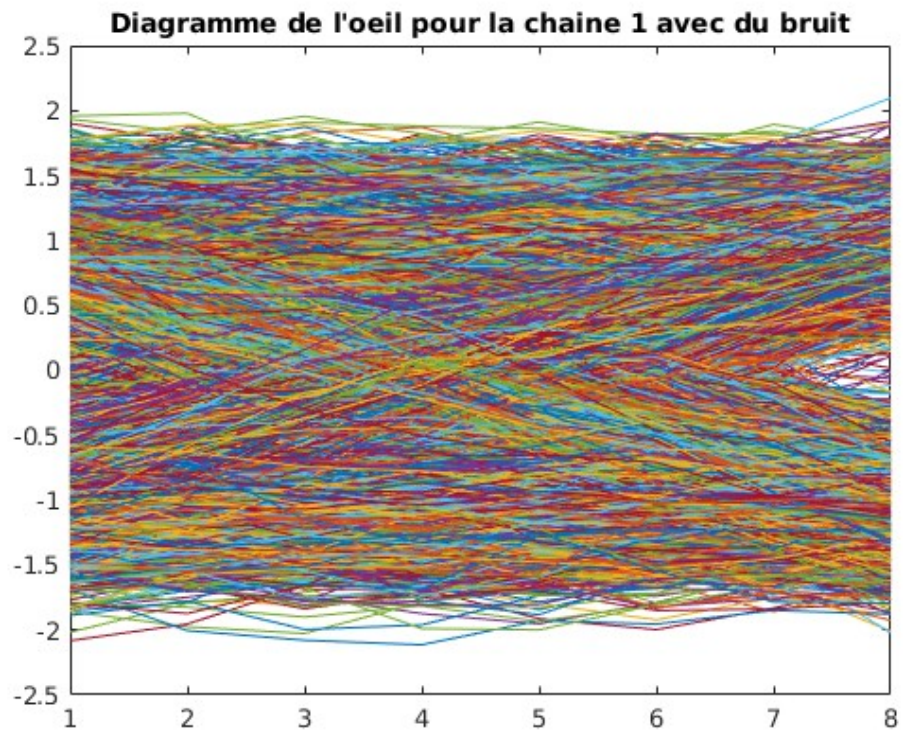


FIGURE 21 – Diagramme de l'oeil pour la chaîne 1 avec le bruit.

#### 4.1.2 Étude des TEBs estimés et théoriques

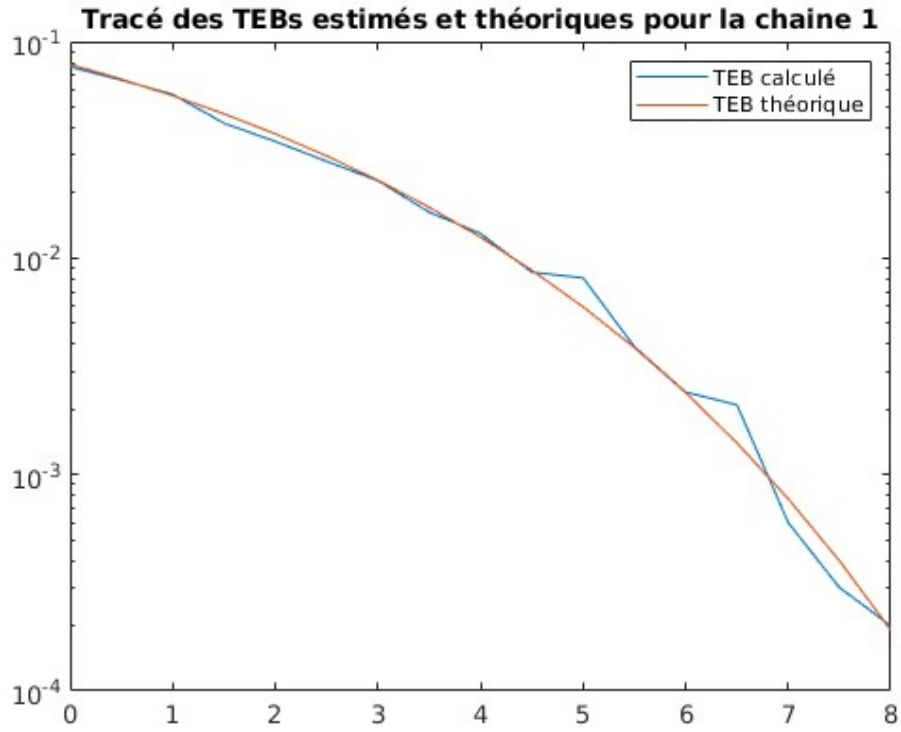


FIGURE 22 – Tracé des TEBs estimé et théorique pour la chaîne 1.

Grâce à la superposition du TEB théorique et du TEB estimé, nous pouvons en déduire que notre chaîne de transmission fonctionne correctement.

Avec  $Q = 1-f$  et  $f$  la fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite

$$TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$



## 4.2 Chaîne 2

Les caractéristiques de la chaîne 2 sont les suivantes : - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.

- Filtre de réception : rectangulaire de durée égale à la moitié de la durée symbole et de hauteur 1.

Étude sans le bruit : avec le diagramme de l'oeil, nous observons que les instants optimaux sont compris entre 4 et 8, sur cette période nous avons bien deux points pour des symboles 2-aires.

D'après le diagramme de l'oeil, les instants d'échantillonnage optimaux sont pour

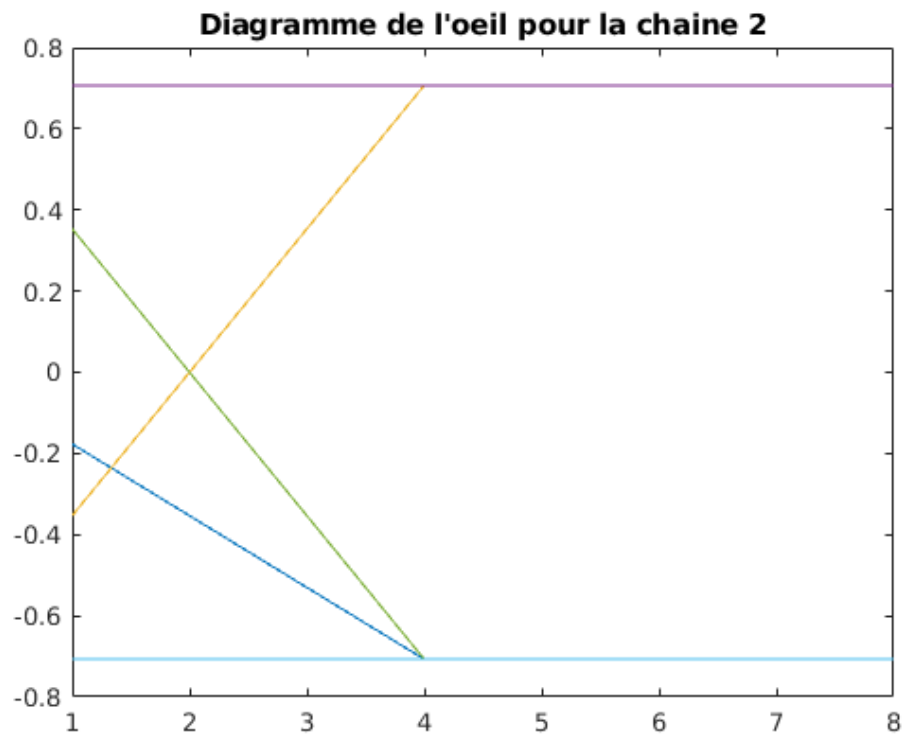


FIGURE 23 – Diagramme de l'oeil pour la chaîne 2 sans bruit.

$n_0 = [4, 8]$ . Dans la suite, nous choisissons  $n_0 = 8$ .

Nous obtenons bien  $TEB = 0$  car le critère de Nyquist est respecté.

Pour ce signal, nous choisissons un seuil à 0 car nous avons toujours un mapping binaire à moyenne nulle.

### 4.2.1 Étude avec le bruit

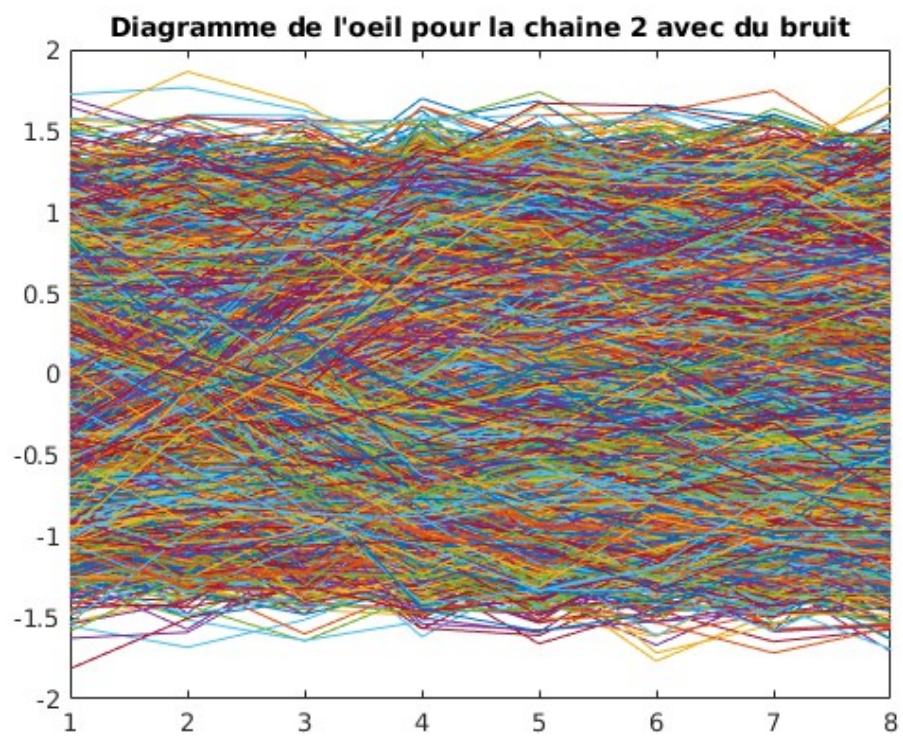


FIGURE 24 – Diagramme de l'oeil pour la chaine 2 avec le bruit.

#### 4.2.2 Étude des TEBs estimés et théoriques

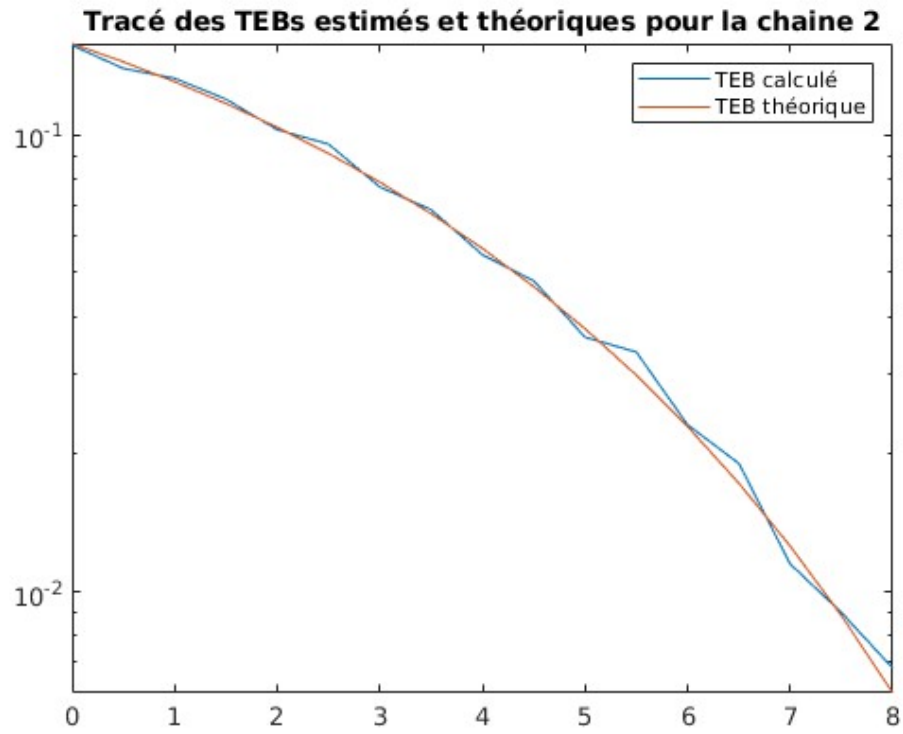


FIGURE 25 – Tracé des TEBs estimés et théoriques pour la chaîne 2.

Grâce à la superposition du TEB théorique et du TEB estimé, nous pouvons en déduire que notre chaîne de transmission fonctionne correctement.

Formule du Taux d'Erreur Binaire théorique pour la chaîne 2 :

$$TEB = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

### 4.3 Chaîne 3

Les caractéristiques de la chaîne 3 sont les suivantes : - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.

- Filtre de réception : rectangulaire de durée égale à la durée symbole et de hauteur 1.

Étude sans le bruit : avec le diagramme de l'oeil, nous observons que l'instant optimal est pour 16 (4 points pour des symboles 4-aires).

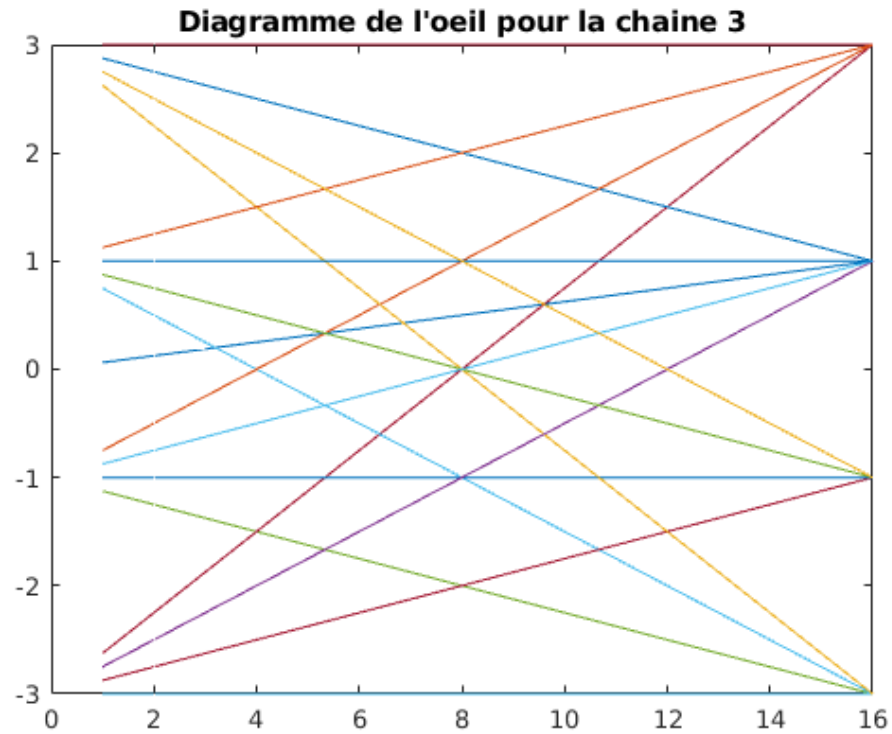


FIGURE 26 – Diagramme de l'oeil pour la chaîne 3 sans bruit.

D'après le diagramme de l'oeil, l'instant d'échantillonnage optimal est pour  $n_0 = 8$ . En effet nous avons bien 4 points pour un mapping 4-aires.

Nous obtenons bien  $TEB = 0$  car le critère de Nyquist est respecté et il n'y a pas de bruit.

Pour ce signal, nous avons 3 seuils : -2, 0 et 2, toujours d'après le mapping et le diagramme de l'oeil confirme le choix de ces seuils.

#### 4.3.1 Étude avec le bruit

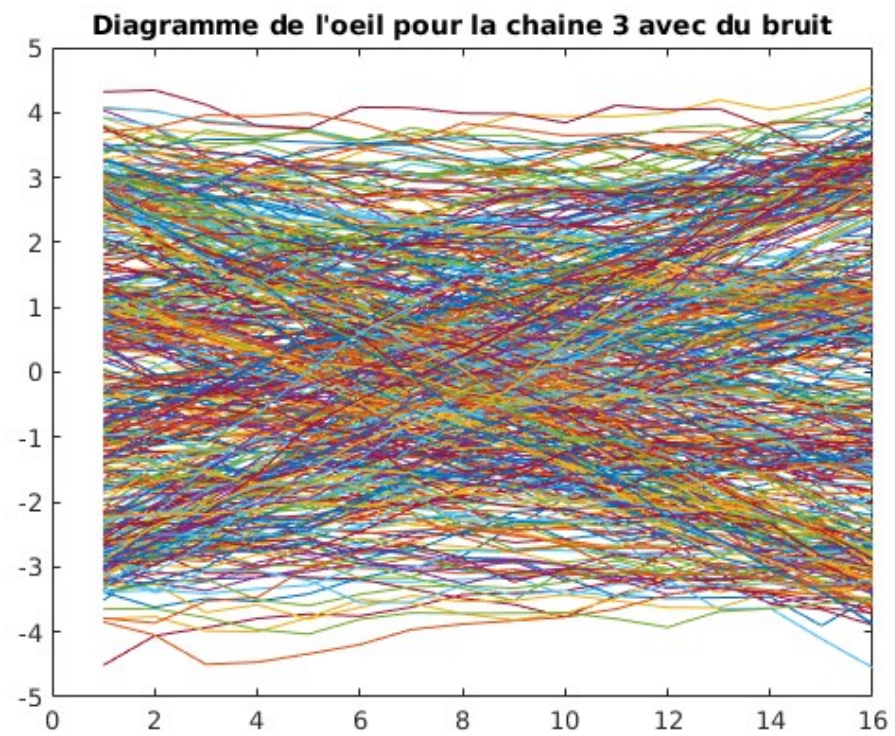


FIGURE 27 – Diagramme de l'oeil pour la chaine 3 avec le bruit.

### 4.3.2 Étude des TEBs estimés et théoriques

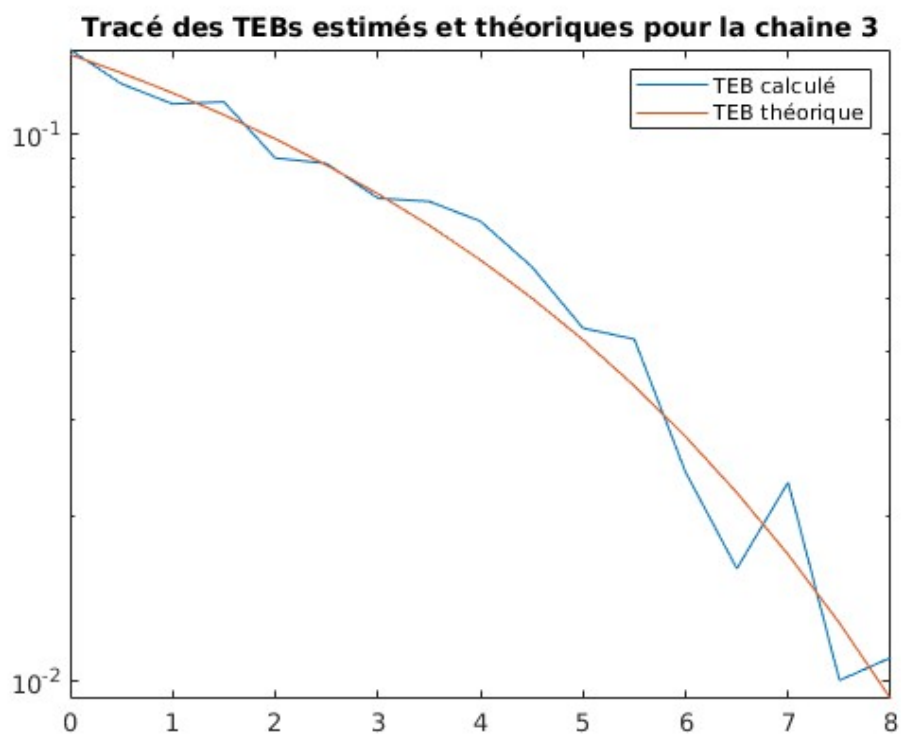


FIGURE 28 – Tracé des TEBs estimés et théoriques pour la chaîne 3.

Formule du Taux d'Erreur Binaire théorique pour la chaîne 3 :

$$TEB = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}}\right)$$

## 4.4 Comparaison des chaines de transmission implantées

### 4.4.1 Comparaison des TEBs pour la chaine 1 et 2

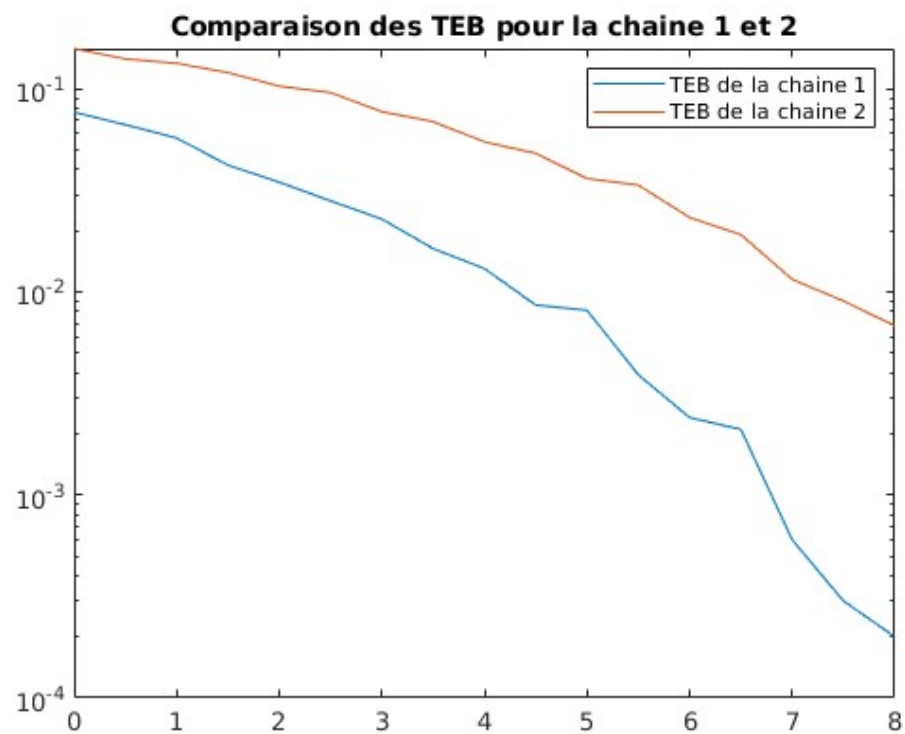


FIGURE 29 – Tracé des TEBs estimés de la chaine 1 et 2.

Formule du TEB théorique pour la chaîne 1 :  $TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

Formule du TEB théorique pour la chaîne 2 :  $TEB = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$

Nous commençons par comparer les efficacités en puissance de la chaîne 1 et 2. D'après le tracé des TEBs et de leur expression théorique, nous observons que l'efficacité en puissance est bien meilleure pour la chaîne 1. Nous observons un facteur 2.

#### 4.4.2 Comparaison des TEBs pour la chaîne 1 et 3

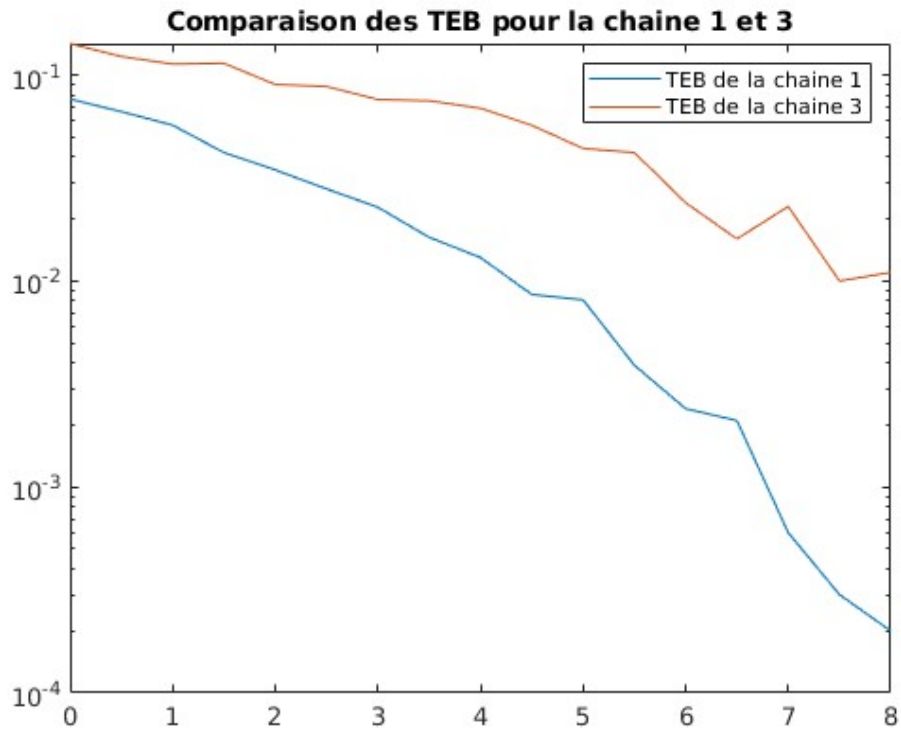


FIGURE 30 – Tracé des TEBs estimés de la chaîne 1 et 3.



Formule du TEB théorique pour la chaine 1 :  $TEB = Q(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}})$

Formule du TEB théorique pour la chaine 3 :  $TEB = \frac{3}{4}Q(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}})$

Nous comparons maintenant la chaine 1 et 3. Nous observons de nouveau sur les tracés que l'efficacité en puissance est meilleure dans le cas de la chaine 1. Ce qui est confirmé par leur expression théorique.

## 5 Conclusion

À travers ce projet, nous avons pu étudier différents modulateurs en bande de base, voir l'impact des interférences et quand le critère de Nyquist était respecté ou non grâce au diagramme de l'oeil. De plus nous avons pu comprendre l'impact du bruit sur les transmissions et la notion de filtrage adapté. Enfin nous avons pu voir étudier les différentes types d'efficacité spectrale et en puissance.