



# Télécommunications - TPs

## Introduction à la synchronisation

Bauriaud Laura  
Jeanvoine Achille

Département Sciences du Numérique - Première année  
2022-2023

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Impact d'une erreur de phase porteuse</b>	<b>3</b>
2.1	Étude théorique . . . . .	3
2.2	Implantation sous Matlab . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Estimation et correction de l'erreur de phase porteuse</b>	<b>12</b>
3.1	Étude théorique . . . . .	12
3.2	Implantation sous Matlab . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Utilisation d'un codage par transition</b>	<b>13</b>
4.1	Étude théorique . . . . .	13
4.2	Implantation sous Matlab . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>15</b>

## Table des figures

1	Constellation sans erreur de phase. . . . .	7
2	Constellation avec les erreurs de phase. . . . .	8
3	TEB en fonction des erreurs de phase. . . . .	9
4	Superposition TEB théorique et observé pour $\phi = 40^\circ$ . . . . .	10
5	Superposition TEB pour $\phi=0^\circ$ et $\phi=40^\circ$ . . . . .	11
6	Superposition TEB pour $\phi=40^\circ$ et $\phi=100^\circ$ . . . . .	11
7	Superposition TEB pour $\phi=40^\circ$ et $\phi=100^\circ$ avec les corrections de phase uniquement. . . . .	12
8	Superposition TEB pour $\phi=40^\circ$ et $\phi=100^\circ$ avec les corrections de phase. . . . .	13
9	Comparaison des TEB en fonction de la méthode de décodage pour $\phi = 100$ . . . . .	14
10	Comparaison des TEB en fonction de la méthode de décodage pour $\phi = 40$ . . . . .	15

# 1 Introduction

Le but de ce TP est d'introduire le concept de synchronisation. En effet dans nos modélisations nous supposons que le récepteur dispose localement d'une onde porteuse avec exactement la même fréquence et la même phase que celle utilisée à l'émission. De plus on suppose également que l'horloge du récepteur dispose localement d'une horloge avec la même phase et la même fréquence que celle de l'émetteur, lui permettant d'échantillonner aux instants optimaux. En résumé, nous supposons avec une synchronisation idéale en fréquence et en temps. Nous allons donc voir les méthodes qui existent pour mettre en oeuvre cette synchronisation.

## 2 Impact d'une erreur de phase porteuse

Dans cette partie, nous allons étudier l'impact d'une erreur de phase porteuse sur le signal.

### 2.1 Étude théorique

1. Critère de Nyquist

On a  $g(t) = e^{j\phi} h(t) * h_r(t)$ , avec  $h(t) = h_r(t) = \Pi_T(t - \frac{T_s}{2})$ .  
d'où  $g(t) = e^{j\phi} \Lambda_{T_s}(t - T_s)$

Le critère de Nyquist est :  $\exists t_0$  tel que  $g(t_0) \neq 0$  et  $g(t_0 + kT_s) = 0$

Ainsi, le critère de Nyquist est vérifié pour  $t_0 = T_s$ .

2. Expression du signal en sortie de l'échantillonneur  
 En reprenant les différentes étapes de la création du signal à son échantillonnage :

Au début, nous avons une suite de bits :  $\beta_k \in \{0, 1\}$

Après mapping :  $a_k \in \{-1, 1\}$ .

À la fin de la partie modulateur en bande de base :  $\sum_k a_k h(t - kT_s)$

On ajoute ensuite un bruit blanc gaussien additif (awgn) :  $\sum_k a_k h(t - kT_s) + I_n(t)$

On introduit ensuite l'erreur de phase porteuse :  $e^{j\phi} \left( \sum_k a_k h(t - kT_s) + I_n(t) \right)$

On démodule ensuite le signal :  $h_r * e^{j\phi} \left( \sum_k a_k h(t - kT_s) + I_n(t) \right)$   
 $= e^{j\phi} \left( \sum_k a_k h_r * h(t - kT_s) + I_n(t) \right)$

Avec :  $I_\omega = e^{j\phi} h_r * I_n(t)$

$h_r * e^{j\phi} \left( \sum_k a_k h(t - kT_s) + I_n(t) \right) = e^{j\phi} \sum_k a_k \Lambda_{T_s}(t - kT_s) + I_\omega$

**Après échantillonnage à l'instant optimal déterminé précédemment :**

$$e^{j\phi} \sum_k a_k \Lambda_{T_s}(kT_s) \delta(t - kT_s) + I_\omega$$

$$= e^{j\phi} \sum_k a_k T_s \delta(t - kT_s) + I_\omega$$

**Ainsi :**  $x_e(t) = e^{j\phi} \sum_k a_k T_s \delta(t - kT_s) + I_\omega$

(1)

3. Calcul du TEB

On a comme expression du TEB :  $TEB = Q(\frac{D_{min}}{2\sigma_\omega})$

Avec  $D_{min}$  distance minimale entre deux symboles différents :  $D_{min} = 2T_s \cos(\phi)$

Ainsi on obtient :  $TEB = Q(\frac{T_s \cos(\phi)}{\sigma_\omega})$

En effet, on peut se représenter sur un cercle l'évolution de la partie réelle des deux symboles.

Ces deux points seront toujours symétriques au centre mais leur partie réelle sera de  $\pm T_s \cos(\phi)$   
(2)

4. Expression du TEB en fonction du rapport Eb/N0 (ainsi que l'ensemble des calculs intermédiaires)

**Calcul de la puissance du bruit :**

$$P_w = \sigma_\omega^2 = \int_{\mathbb{R}} S_w(f) df$$

**D'après la formule de Wiener-Lee, on a :**

$$\begin{aligned} &= \int_{\mathbb{R}} S_n(f) |H_r(f)|^2 df \\ &= \frac{N_0}{2} \int_{\mathbb{R}} |H_r(f)|^2 df \end{aligned}$$

**Puis, d'après la formule de Parseval :**

$$\begin{aligned} &= \frac{N_0}{2} \int_{\mathbb{R}} |h_r(t)|^2 dt \\ &= \frac{N_0}{2} \int_0^{T_s} |h_r(t)|^2 dt \end{aligned}$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{N_0 T_s}{2}$$

**Calcul de la puissance du signal :**

$$P_x = \int_{\mathbb{R}} S_x(f) df$$

**D'après la formule de Beneth pour un signal de moyenne nulle, et de bits indépendants :**

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2$$

$$\begin{aligned} \text{Or, } \sigma_a^2 &= E[x^2] - E[x]^2 \\ &= \frac{1}{2}(-1)^2 + \frac{1}{2}(1)^2 - 0 = 1 \end{aligned}$$

**Ainsi :**

$$P_x = \frac{1}{T_s} \int_{\mathbb{R}} |H(f)|^2 df$$

**Puis, avec la formule de Parseval,**

$$P_x = \frac{1}{T_s} \int_{\mathbb{R}} |h(t)|^2 dt$$

$$P_x = 1$$

**On a donc :**  $E_s = P_x T_s = T_s$

**Et, en BPSK :**  $E_b = E_s$

**D'où :**  $E_b = T_s$

**Ainsi :**  $TEB = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_\omega}\right)$

$$TEB = Q\left(\cos(\phi) \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

(3)

## 2.2 Implantation sous Matlab

- (a) Dans un premier temps, nous traçons la constellation en sortie de l'échantillonneur sans bruit et sans introduire d'erreur de phase. Le TEB est nul.

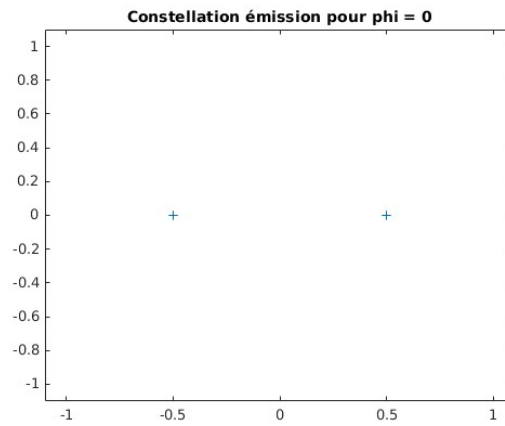


FIGURE 1 – Constellation sans erreur de phase.

- (b) Nous avons ensuite implanter la chaîne de transmission avec erreur de phase et sans bruit.

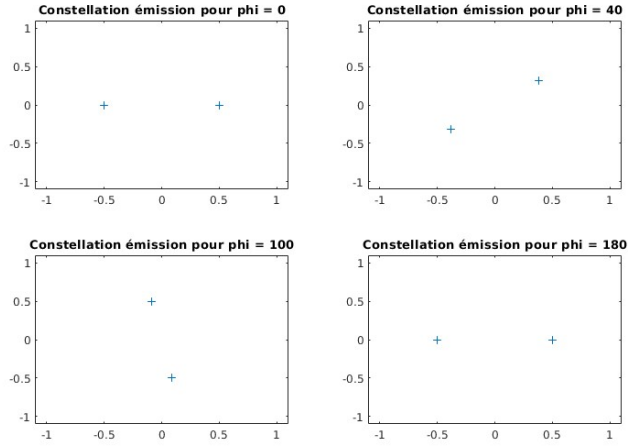


FIGURE 2 – Constellation avec les erreurs de phase.

Nous avons également calculé et tracé les TEBs en fonction de la phase. Comme attendu, les TEB pour  $\phi < 90^\circ$  sont nuls est dès que nous dépassons  $90^\circ$ , alors le TEB devient égal à 1 car nous avons inversé tous les bits.



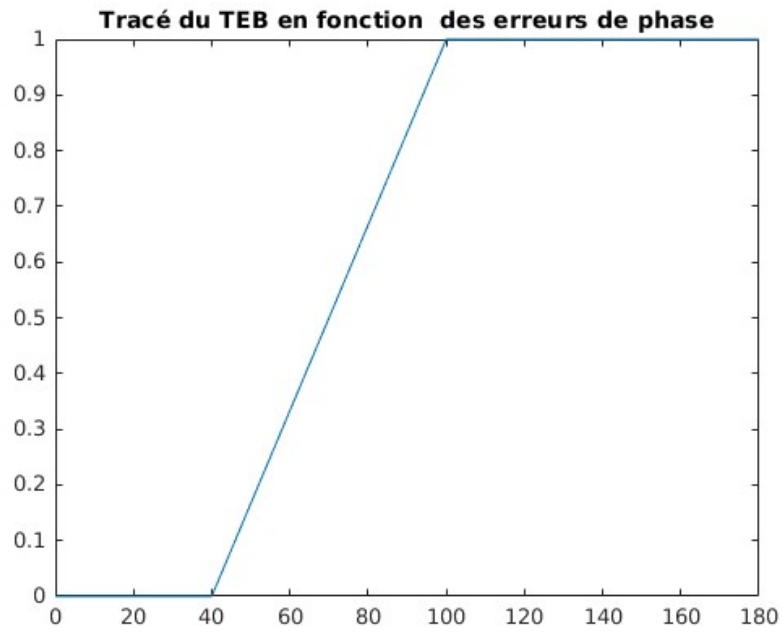


FIGURE 3 – TEB en fonction des erreurs de phase.

- (c) Nous considérons maintenant la chaîne de transmission complète avec erreur de phase et ajout de bruit. Les tracés permettent bien de valider le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission pour  $\phi = 40$  car les tracés théoriques et calculés se superposent.

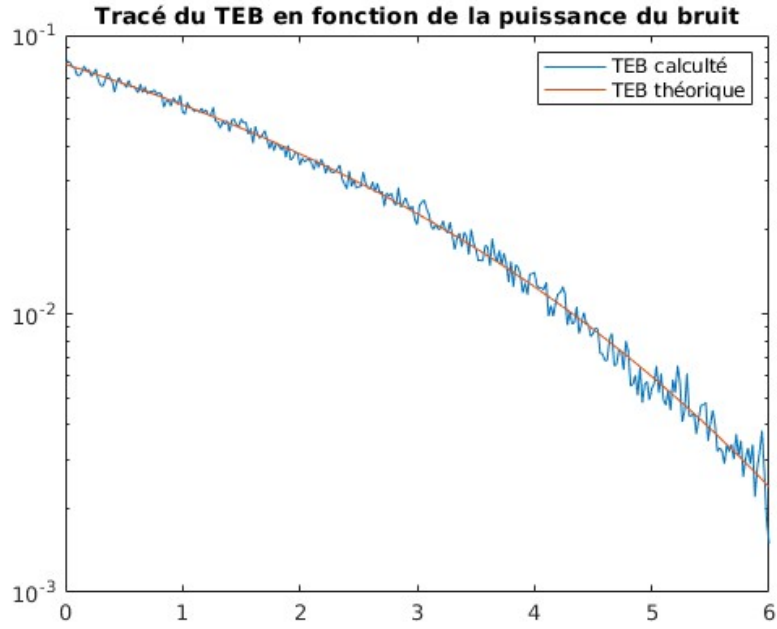


FIGURE 4 – Superposition TEB théorique et observé pour  $\phi = 40^\circ$ .

Nous comparons maintenant les TEB avec  $\phi = 0$  et  $\phi = 40$ . Ils se superposent, ce qui est un résultat attendu.

Nous comparons cette fois les TEB pour  $\phi = 40$  et  $\phi = 100$ . Nous constatons bien que le TEB de  $\phi = 100$  reste proche de 1.

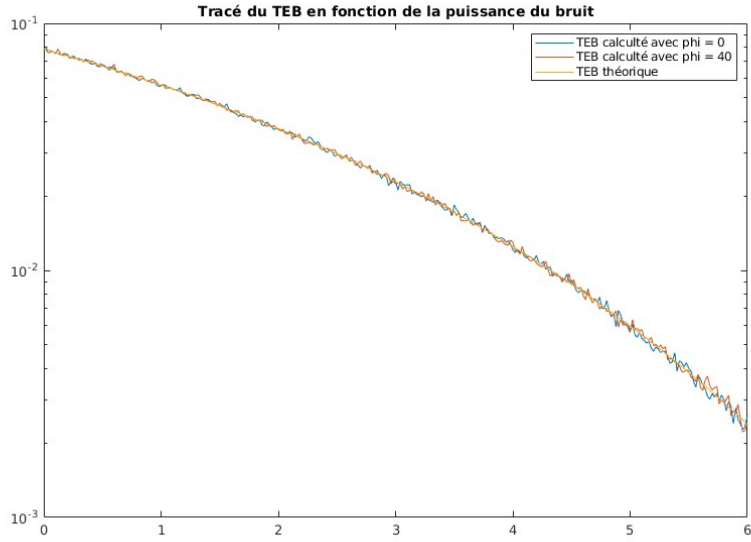


FIGURE 5 – Superposition TEB pour  $\phi=0^\circ$  et  $\phi=40^\circ$ .

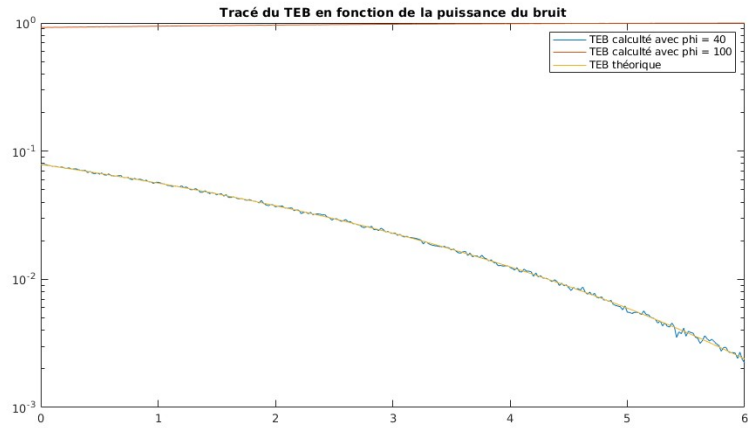


FIGURE 6 – Superposition TEB pour  $\phi=40^\circ$  et  $\phi=100^\circ$ .

Finalement les TEB calculés sont proches des théoriques tant que l'erreur de phase ne dépasse pas  $90^\circ$ . Nous allons maintenant voir comment rectifié cette erreur de phase pour retrouver un TEB nul.

## 3 Estimation et correction de l'erreur de phase porteuse

### 3.1 Étude théorique

L'étude théorique fournie nous permet d'obtenir une approximation de  $\phi$ . Ainsi nous allons pouvoir rectifier notre signal et retrouver un TEB nul.

### 3.2 Implantation sous Matlab

Dans un premier temps, nous avons calculé l'approximation de  $\phi$ . Lorsque nous regardons les valeurs estimées, pour une erreur de phase de  $40^\circ$ , nous retrouvons bien cette valeur de  $\phi$ . Par contre, lorsque nous estimons  $100^\circ$ , nous obtenons  $80^\circ$  ce qui correspond à  $180 - 100$ , il suffit de le gérer lorsque nous multiplions notre signal pour compenser le décalage de phase.

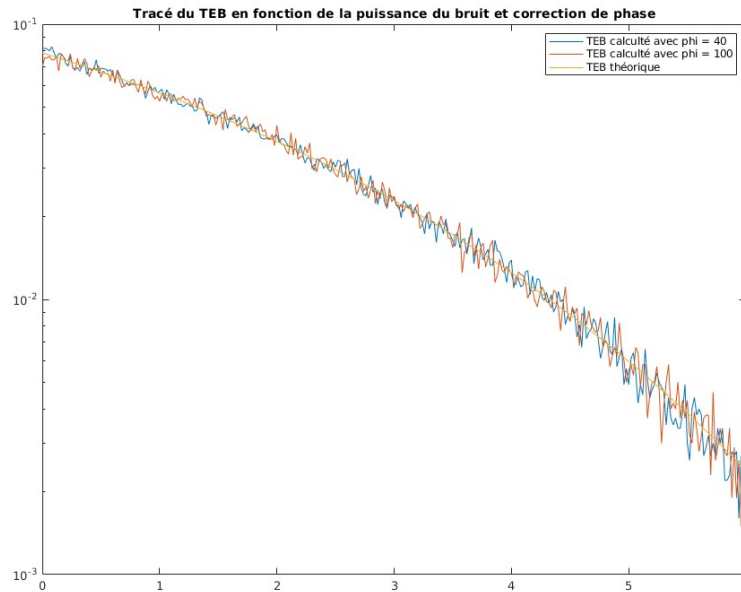


FIGURE 7 – Superposition TEB pour  $\phi=40^\circ$  et  $\phi=100^\circ$  avec les corrections de phase uniquement.

Cette seconde figure nous permet de constater que nous sommes bien plus proches du résultat théorique qu'initialement. Nous avons réussi à obtenir un TEB très faible.

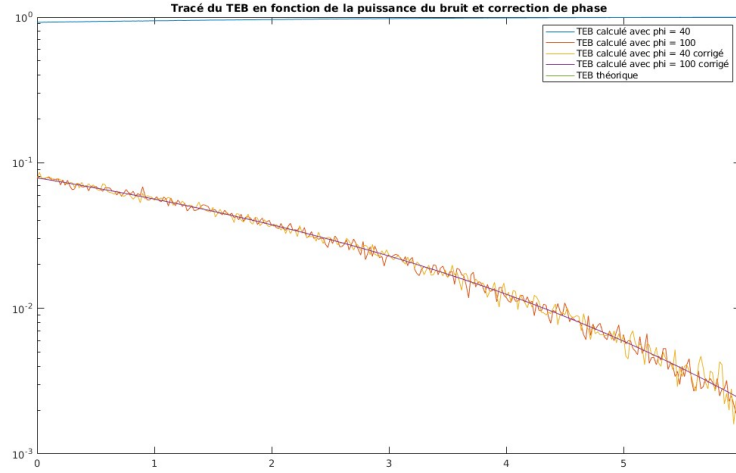


FIGURE 8 – Superposition TEB pour  $\phi=40^\circ$  et  $\phi=100^\circ$  avec les corrections de phase.

## 4 Utilisation d'un codage par transition

### 4.1 Étude théorique

(a)

En utilisant le codage par transition, on a :

$$c_k = c_k c_{k-1} = (a_k c_{k-1}) c_{k-1} = a_k (c_k - 1)^2 = a_k \quad (4)$$

En se fixant le 1er bit reçu à 1 (choix), tant que l'on reçoit la même forme, on traduit les bits suivants reçus par 0 et dès que la réception change, on repasse à 1 et ensuite à 0 jusqu'à un nouveau changement. Ainsi, on élimine l'erreur de phase dans l'estimation des bits, et ce quelque soit la phase.

(b) Ensuite, puisque l'on détermine  $a_k$  avec le produit des  $c_k$  et  $c_{k-1}$ , on a à la fois une erreur possible sur  $c_k$  et sur  $c_{k-1}$  qui peut intervenir, ce qui double bien le taux d'erreur binaire.

## 4.2 Implantation sous Matlab

Nous avons comparé les différentes méthodes en fonction des valeurs de  $\phi$ . Nous obtenons le graphiques suivants. Nous observons que le codage par transition permet d'être plus proche du TEB théorique que simplement avec l'estimation du déphasage.

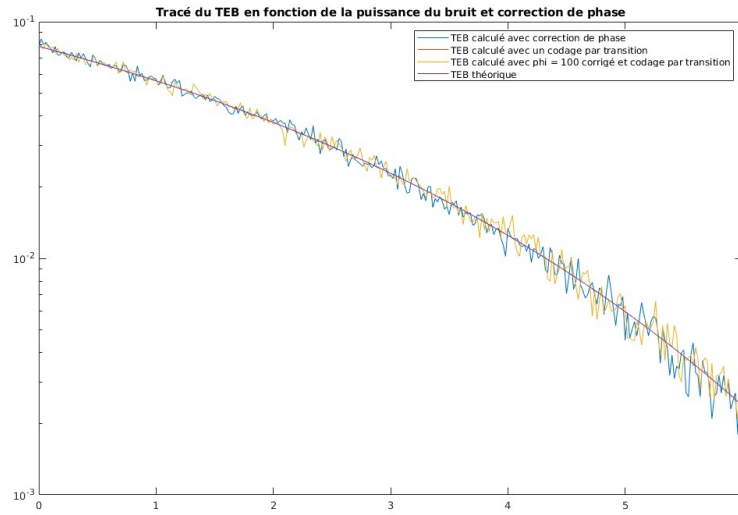


FIGURE 9 – Comparaison des TEB en fonction de la méthode de décodage pour  $\phi = 100$ .

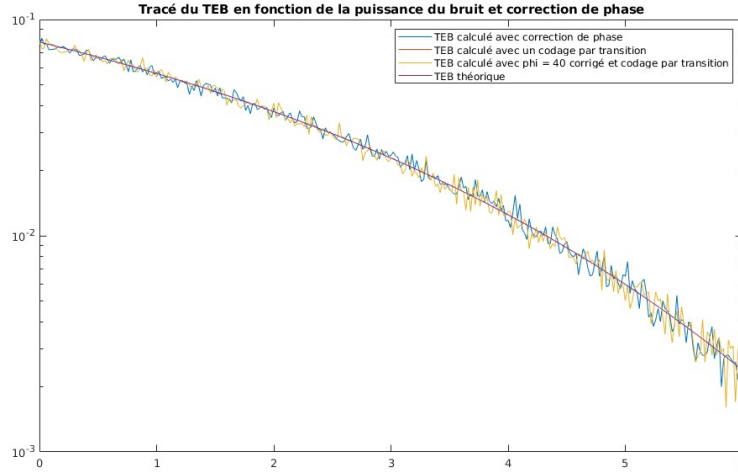


FIGURE 10 – Comparaison des TEB en fonction de la méthode de décodage pour  $\phi = 40$ .

## 5 Conclusion

Finalement ce TP nous a permis d'introduire la notion d'erreur de synchronisation. Nous avons pu voir différentes méthodes pour pallier à ce problème. La première est d'estimer l'erreur de déphasage mais une erreur de  $\pi$  peut apparaître, la seconde méthode consiste alors à utiliser un codage par transition pour pallier à ce problème de déphasage.