

# Introduction à l'apprentissage automatique

Léo Beaucourt

#### Contenu du cours

- 1. Intro: Qu'est ce que le Machine Learning?
- 2. L'apprentissage supervisé
  - 2.1 La régression linaire
  - 2.2 La régression logistique
  - 2.3 Les problèmes de biais et de variances
  - 2.4 Les arbres de décisions
- 3. L'apprentissage non supervisé
  - 3.1 Les algorithmes de clustering
  - 3.2 Analyse en composantes principales
- 4. L'apprentissage profond
  - 4.1 Les réseaux de neurones
  - 4.2 Les bonnes pratiques
  - 4.3 Les différentes architectures de NN

# À propos de ce cours

- Introduction à l'apprentissage automatique (ou machine learning en anglais)
- En pratique: *Python*, *Jupyter*. Packages *numpy pandas*, *matplotlib*, *scikit-learn* et *tensorflow*.
- Pas de pré-requis mathématiques (à part les dérivées partielles, l'algébre linéaire, ...)
- Largement inspiré de l'excellent (et complet!) cours de Andrew Ng sur Coursera.

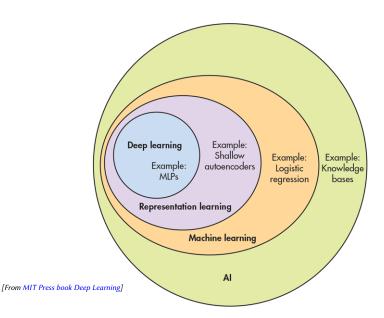
Allez, on démarre en douceur!

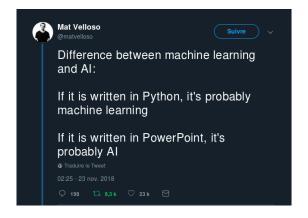
#### • Arthur Samuel:

► The field of study that gives computers the ability to learn without being explicitly programmed.

#### Tom Mitchell:

- A computer program is said to learn from experience E with respect to some class of tasks T and performance measure P, if its performance at tasks in T, as measured by P, improves with experience E.
- L'idée: Une machine apprend *seule* à réaliser une tache complexe à l'aide de processus itératifs simple.





Les principaux types d'apprentissage:

#### Supervisé

- Utilise des données labélisées
- · La machine apprend par l'exemple
- Prédis le résultat pour de nouveaux événements
- · Problèmes de régression et de classification
- Regression linéaire et logistique
- Réseaux de Neurones
- Arbres de décisions

#### Non-supervisé

- Données non labélisées
- La machine apprend par elle même à indentifier une structure
- Évaluation des performances compliqué.
- Problèmes de classification, réduction de dimensions
- K-means
- Analyse en Composante Principale

#### Par renforcement

- Un agent A, effectue une action Ac, l'environnement E lui renvoie une récompense.
- Récompenses à court et long terme
- Utilisé par Deepmind (alphaGo)

# 2. L'apprentissage supervisé

- Utilise des données labélisées
- · La machine apprend par l'exemple
- Prédis le résultat pour de nouveaux événements
- Problèmes de régression et de classification
- Regression linéaire et logistique
- Réseaux de Neurones
- Arbres de décisions

# 2.1 La regression linéaire

• Déterminer une relation *linéaire* entre *input(s)* (features) et *output*:

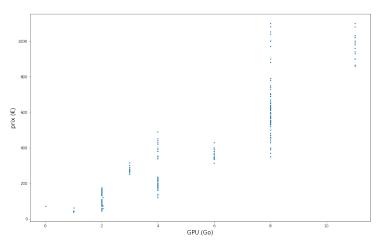
### ⇒ Apprentissage Supervisé

- Prédiction d'une valeur continue (e.g. non discrète, non catégorielle)
- Applications:
  - Recherche de corrélations
  - En science, modélisation de phénomènes (physiques, biologiques, ...) après mesures
  - Dans le domaine médical: les études épidémiologique
  - Dans la finance/économie: prédictions des tendances, Capital Asset Pricing Model
  - **.**..

#### Sujet Data Science ⇒ Premier algorithme à tester!

# 2.1 Un exemple: le prix d'une carte graphique

- La propriété principale d'une carte Graphique: valeur de GPU
- On a un jeu de données, cad une liste de carte graphiques dont on connait le couple {GPU; prix}:



# 2.1 Construire un modèle (regression linéaire)

- Soit:  $x_1$  la valeur de GPU de nos m carte graphiques, et y leur prix
- On cherche à déterminer le modèle pour prédire un prix  $\hat{y}$  à partir  $x_1$ :

$$\hat{y} = h_{\theta}(x_1)$$

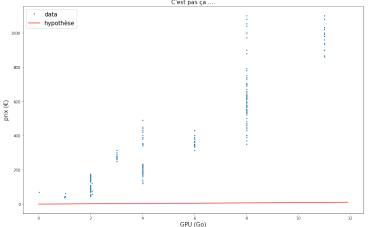
• On défini le paramètre  $\theta_1$  qui va lier  $x_1$  à  $\hat{y}$ :

$$h_{\theta}(x) = \theta_1 x_1$$

• Rappel math: **fonction linéaire** f(x) = kx

# 2.1 Construire un modèle (regression linéaire)

ullet Initialisons aléatoirement la valeur de  $heta_1$ 

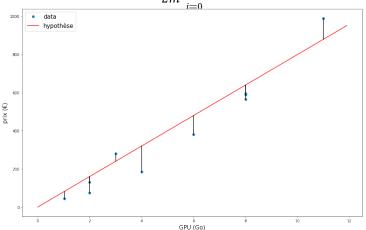


C'est pas encore ça ...

## 2.1 La fonction de coût

- $\mathcal{J}(\theta)$ : *véracité* de notre modèle
- Une définition possible: somme quadratique des erreurs

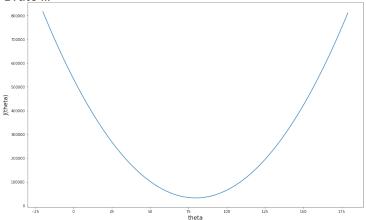
$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=0}^{m} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2$$



## 2.1 La fonction de coût

• On cherche à trouver la valeur de  $heta_1$  qui **minimise**  $\mathfrak{J}( heta)$ 

En Brute ...

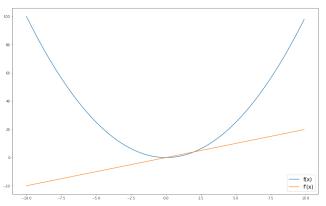


... essayons d'optimiser

## 2.1 La descente de gradient

- Algorithme pour arriver "rapidement" au minimum de  $\mathcal{J}(\theta)$
- On va utiliser la *dérivation*:  $\frac{d}{d\theta_1}\mathcal{J}(\theta)$ :

Si  $\mathcal{J}(\theta)$  est croissant:  $\frac{d}{d\theta_1}\mathcal{J}(\theta)>0,$  Si  $\mathcal{J}(\theta)$  est décroissant:  $\frac{d}{d\theta_1}\mathcal{J}(\theta)<0$ 



## 2.1 La descente de gradient

• (Encore) un peu de math, la descente de gradient s'écrit:

#### Descente de gradient

- $\alpha$  s'appelle le taux d'apprentissage (*learning rate*) et c'est le **seul** paramètre de l'algorithme.
- On va itérativement modifier la valeur de  $\theta_1$  en fonction de la dérivée de  $\mathcal{J}(\theta)$ , jusqu'à minimiser  $\mathcal{J}(\theta)$  (convergence).

## 2.1 La descente de gradient

Dérivons donc notre fonction de coût:

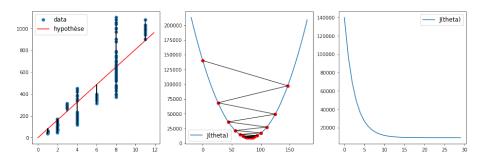
$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=0}^{m} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2 = \frac{1}{2m} \sum_{i=0}^{m} (\theta_1 x_1^{(i)} - y^{(i)})^2$$
$$\frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m} (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)}) x_1^{(i)}$$

- Un peu de *hand-tunning*:
  - Le learning rate ( $\alpha$ ) est fixé à 0.03 (0.045 pour la démo)
  - Définissons une précision  $\epsilon=0.0001$  qui nous servira à arrêter la descente de gradient

# 2.1 Préparation du dataset

- Bonne pratique de ML, pour tout les algos!
- On sépare **aléatoirement** les données en 2 (3) échantillons:
  - Entraînement / (Validation) / Test
  - ► 80 / 20 (70 / 30) ou 60 / 20 / 20
- Entraînement: utilisé pour la descente de gradient
- Validation: utilisé pour l'hyperparamètrage de l'algo
- Test: utilisé pour mesurer la performance du modèle

# 2.1 C'est parti!

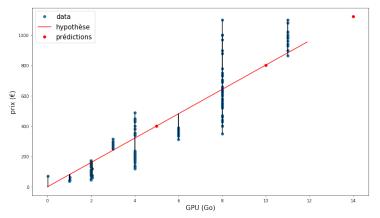


- La descente de gradient c'est achevée au bout de quelques itérations
- On peut voir que  $\mathcal{J}(\theta)$  a continuellement diminué à chaque itération

$$\theta_1 \approx 80$$
 $err_{train} \approx err_{test}$ 

## 2.1 On peut maintenant faire une prédiction

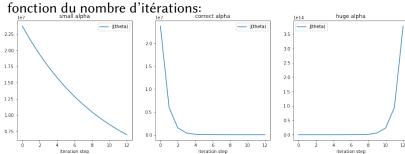
• Quel serait le prix de cartes avec 5, 10 et 14 Go de GPU?



On pourra les vendre autour de 400, 800 et 1100 euros!

# 2.1 Le choix du taux d'apprentissage

- Learning Rate Très important:
  - $ightharpoonup \alpha$  Trop grand: la descente de gradient diverge
  - $ightharpoonup \alpha$  Trop petit: la descente de gradient est très longue
- Pour choisir, on regarde l'évolution de la fonction de coût  $\mathcal{J}(\theta)$  en fonction du nombre d'itérations:



# 2.1 Un mot sur la regression linéaire multivariables

- Ici, nous avons vu le cas avec une seule variable  $x_1$  (on aurait pu rajouter un biais  $\theta_0$ , cad un terme constant:  $\hat{y} = \theta_0 + \theta_1 x_1$ )
- Le principe est le même, mais avec plusieurs variables  $x_i$  (donc plusieurs paramètres  $\theta_i$ )
- Notre fonction hypothèse s'écrie alors:

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots + \theta_n x_n = \theta_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i x_i$$

• **Astuce**: On définit  $x_0 = 1$ , et on re-écrit la fonction hypothèse:

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 \cdots + \theta_n x_n = \sum_{i=0}^n \theta_i x_i$$

La fonction de coût reste inchangée

## 2.1 Un mot sur la regression linéaire multivariables

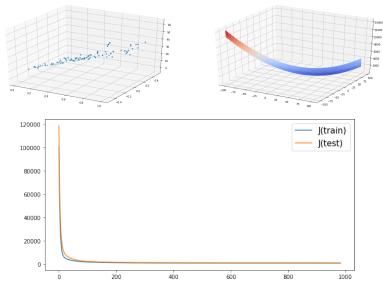
Dans le cas multivariables, la descente de gradient devient:

# Descente de gradient (cas multivariables) Répéter jusqu'à convergence: { $\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{d}{d\theta_0} \mathcal{I}(\theta)$ $\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{d}{d\theta_1} \mathcal{I}(\theta)$ $\theta_2 := \theta_2 - \alpha \frac{d}{d\theta_2} \mathcal{I}(\theta)$ $\cdots$ }

• Il est très important de simultanément changer les valeurs des paramètres.

## 2.1 Un mot sur la regression linéaire multivariables

Pour illustrer: régression linéaire à deux dimensions

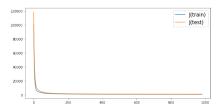


# 2.1 Affinons notre modèle de carte graphiques

- Plus de features: chipset, fréquence, consommation, ...
- Il va falloir explorer et nettoyer les données:
  - Gestion des données manquantes / abbérantes
  - Features engineering
  - Normaliser le dataset (pour accélérer la descente de gradient)

# 2.1 Régression linéaire multivariables: Résultats

- On utilise la même valeur de  $\epsilon = 0.0001$  et  $\alpha = 0.03$
- Plus long! Mais meilleur résultats:
- Modèle simple:  $err \approx 100$
- Modèle multivariable:  $err \approx 30$



# 2.1 Pour conclure sur la régression linéaire

- **Regression Linéaire:**  $\hat{y}$  est une valeur *continue* 
  - Valeur discrète: Regression Logistique (classification)
- Le résultat  $\hat{y}$  dépend **linéairement** des variables  $x_i$  si:

$$\hat{y} = \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n = \sum_{i=1}^n \theta_i x_i$$

- Apprentissage supervisé: y est connu pour chaque x<sub>1</sub> dans le jeu de données d'entrainement
- Facile à implémenter (encore plus avec Scikit-learn ...), rapide: bon point de départ sur un sujet

## 2.1 Features scaling

- Lorsque les variables n'ont pas la même échelle, la descente de gradient peut prendre beaucoup de temps
- Normaliser les variables:  $-1 \le x_i \le 1$

	Feature Scaling	Mean normalization
Start range	$x_{min} \leq x \leq x_{max}$	$x_{min} \leq x \leq x_{max}$
Transformation	$x := \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$	$x := x - x_{mean}$
New range	$0 \le x \le 1$	$(x_{min} - x_{mean}) \le x \le (x_{max} - x_{mean})$

- En combinant les deux:  $x := \frac{x x_{mean}}{x_{max} x_{min}} \Rightarrow -1 \le x \le 1$
- **Remarque:** Il est possible de remplacer  $x_{max} x_{min}$  par l'écart type:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

- Classification: prédire un nombre limités de valeurs discrètes
  - Classification binaire: Deux valeurs possibles: Vrai ou Faux (spam / non spam)
  - Classification multiclasse: plusieurs valeurs possibles (camion, voiture, piétons, vélos, ...)
- Classification binaire: En utilisant la régression linaire?
  - ▶  $y \in \{0,1\}$  ⇒ On défini un seuil S pour  $h_{\theta}(x)$ :

$$h_{\theta}(x) \ge S \rightarrow y = 1$$
  
 $h_{\theta}(x) < S \rightarrow y = 0$ 

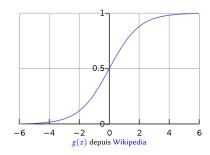
- **Problème:** On voudrait que  $0 \le h_{\theta}(x) \le 1$ 
  - ⇒ Il faut redéfinir notre fonction hypothèse!

- Modèle de la régression logistique:
  - ▶ On utilise la **Fonction Sigmoïde**  $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

$$z = \sum_{i=0}^{n} \theta_i x_i$$

$$h_{\theta}(x) = g(z)$$

$$0 < h_{\theta}(x) < 1$$



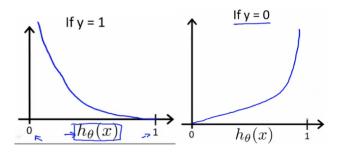
• Classification: On prédit une probabilité

• On change également la fonction de coût:

$$\mathfrak{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} Cost(h_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)})$$

Avec:

$$Cost(h_{\theta}(x), y) = \begin{cases} -log(h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 1\\ -log(1 - h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 0 \end{cases}$$

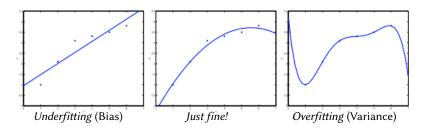


- Et la Classification multiclasse ?  $y \in \{0, 1, 2, ..., n\}$
- La descente de gradient ne permet pas de la résoudre
- On peut tricher en utilisant la méthode 'One-vs-all':
  - On remplace le problème multiclasse par n + 1 problèmes binaire
  - Probabilité que *y* soit dans une classe, les autres sont regroupés dans une deuxième classe *virtuelle*:

$$h_{\theta}^{(0)} = P(y = 0|x; 0)$$
  
 $h_{\theta}^{(1)} = P(y = 1|x; 0)$   
...  
 $h_{\theta}^{(n)} = P(y = n|x; 0)$   
prediction =  $max_i(h_{\theta}^{(i)}(x))$ 

Algorithme d'optimisation avancés: Conjugate gradient, (L-)BFGS, . . .

# 2.3 Les problèmes de biais et de variance



- Underfitting: modèle trop simple (pas assez de variables)
- Overfitting: modèle trop complexe, deux manière de résoudre:
  - Réduire le nombres de variables ou changer les paramètres du modèle
  - Utiliser des méthodes de régularisation

# 2.3 La régularisation

- Contraindre les paramètres  $\theta_i$  sans réduire le nombre de variables
- On ré-écrit la fonction de coût avec le terme de régularisation:

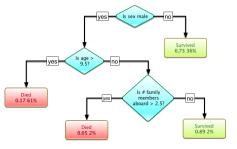
$$\mathfrak{J}(\theta) = \frac{1}{2m} (\sum_{i=1}^{m} (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \lambda \sum_{j=1}^{n} \theta_j^2)$$

- λ: Paramètre de régularisation
- Si  $\lambda$  est trop grand: risque d'underfitting
- Si  $\lambda = 0$ : pas de régularisation.
- **Remarque:** On ne régularise pas le terme constant  $heta_0$

#### 2.4 Les arbres de décisions

- Effectue une prédiction (regression ou classification) par une succession de decision simples: *if-else-then* sur les différentes variables
- Arbre = suite de décisions (noeuds) ammenant à une prédiction (feuille)

 La complexité de la structure de données qu'il est possible de représenter avec une arbre de décision est proportionelle à la profondeur de l'arbre



Un arbre pour déterminer la probabilité de survie des passagers du Titanic (depuis Wikipedia)

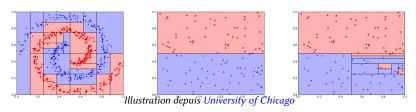
# 2.4 Les arbres de décisions: Apprentissage

- La meilleure séparation possible est déterminée:
  - Toutes les variables/sélection possibles
  - Celle qui minimise une fonction de coût
- L'échantillon d'entrainement est séparé suivant cette décision, créant ainsi deux feuilles (sous-échantillon)
- On recommence l'opération tant que l'on a pas atteint la profondeur voulue ou bien que la pureté de chaque feuille atteint un niveau satisfaisant (à déterminer)

Remarque: Il est possible d'utiliser la même variables pour différents noeud.

#### 2.4 Les arbres de décisions

- Ces algorithmes sont faciles à interpréter (et à visualiser)
- Tout les types de données (catégorielle, numérique, ...) peuvent être mélangés
- Rapide et peu gourmand en ressource pour comprendre des structures de données complexes:



- Risque d'overfitting (sur-apprentissage) du modèle qui se généralise mal
- Algorithmes très sensibles au jeu de données d'entrainement

#### 2.4 Les arbres de décisions: méthodes d'ensemble

- Pour pallier les faiblesse des arbres de décision, on les utilise comme base learners dans des méthodes qui en regroupe plusieurs
- Il existe deux familles de méthodes:
  - averaging: plusieurs estimateurs (learners) indépendant dont on moyenne les prédictions (Random Forests, . . .)
  - **boosting**: plusieurs estimateurs combinés (*AdaBoost*, *XGBoost*, . . . )

# 2.4 Exemple d'algorithme d'averaging: Random Forests

- Bagging: Chaque estimateur (arbre) de l'ensemble est construit à partir d'un sous-échantillon aléatoire (avec replacement) de l'échantillon d'entrainement (Bootstrap aggregating)
- Features bagging: La meilleure séparation possible sur un sous-échantillon aléatoire des variables
- Soit  $f_b$ , l'arbre entrainé sur le sous-échantillons b ( $b \in [1, B]$ ), on calcule la prédiction globale en moyennant les prédictions de tout les arbres:

$$\hat{f} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^{B} f_b(x)$$

 Cette méthode obtient de meilleure performance car elle réduit la variance du modèle sans accroitre le biais

## 2.4 Exemple d'algorithme de boosting: AdaBoost

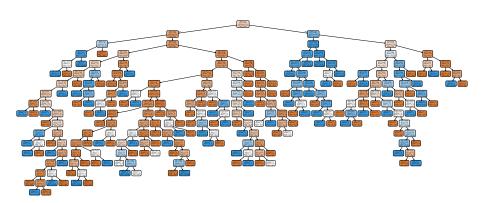
- L'apprentissage d'un même *learner* est répété en modifiant le jeu de données à chaque itération
- On utilise des poids:  $w_i$  pour  $i \in [1, N]$ . Initialement:  $w_i = 1/N$
- À chaque itération, le poids des exemples correctement prédits diminue tandis que celui des exemples dont les prédictions sont fausse augmente
- L'algorithme devient plus sensibles aux exemples difficiles à prédire

# 2.4 Exemple d'algorithme de boosting: XGBoost

- Obtient d'excellent résultats sur la plupart des cas d'usages (classification et régression)
- Des arbres sont générés aléatoirement comme pour les random forests
- Mais au lieu de moyenner les prédictions, on additionne les prédictions
  - À chaque étape, des arbres sont générés et on sélectionne celui qui optimise la fonction d'objectif (une fonction de coût + une fonction qui mesure la complexité du modèle)
  - On additionne la prédiction de cet arbre à la prédiction du modèle et on recommence jusqu'à atteindre une performance suffisante

$$\hat{y}_{i}^{(0)} = 0 
\hat{y}_{i}^{(1)} = \hat{y}_{i}^{(0)} + f_{1}(x_{i}) = f_{1}(x_{i}) 
\hat{y}_{i}^{(2)} = \hat{y}_{i}^{(1)} + f_{2}(x_{i}) = f_{1}(x_{i}) + f_{2}(x_{i}) 
\dots 
\hat{y}_{i}^{(t)} = \hat{y}_{i}^{(t-1)} + f_{t}(x_{i}) = \sum_{i=1}^{t} f_{k}(x_{i})$$

#### 2.4 Arbres de décision: *Titanic*



	Decision Tree	Random Forest	AdaBoost	XGBoost
Accuracy (%)	77.6	81.1	83.2	83.9

# 3 L'apprentissage non-suppervisé

- Données non labélisées
- La machine apprend par elle même à indentifier une structure
- Évaluation des performances compliqué.
- Problèmes de classification, réduction de dimensions
- K-means, Mean Shift, Gaussian Mixture Model
- Analyse en Composante Principale

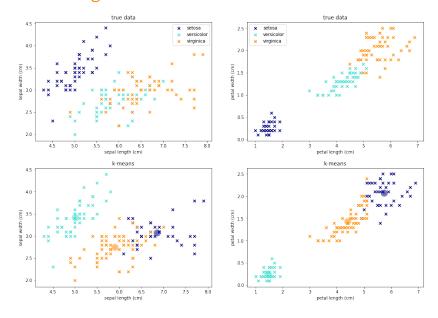
## 3.1 Les algorithmes de clustering

- Clustering: Se rapproche d'un problème de classification (sans labels)
- Ces algorithmes cherchent à rassembler les exemples en cluster
- À la différence des arbres de décision, le choix du cluster ne s'effectue pas par une suite de décisions simple, mais en déterminant la plus petite distance possible dans l'espace des variables
- Utilisés pour la segmentation d'utilisateurs/marchés dans le commerce en ligne mais aussi en génétique
- Il faut (dans la majorité des cas) définir au préalable le nombre de clusters à construire (hyperparamètre du modèle)

#### 3.1 K-means

- Sépare les données en *K* clusters *C* d'égale variance (dispersion)
- Soit les centroïdes, la moyenne des échantillons dans chaque cluster
- K-means modifie la position des centroïdes jusqu'à trouver la valeur qui minimise l'écart moyens des échantillons vis-à-vis de son cluster correspondant
- Critère de minimisation: **inertie**:  $I = \sum_{k=0}^K \sum_{x \in C_k} ||x \mu_k||^2$
- La performance du K-means est fortement dépendante de son initialisation (Solution: plusieurs initialisation → moyenne)
- Le *K-means* ne fonctionne pas avec des variables catégorielles (il existe des adaptations). Il est préférable de normaliser les variables.

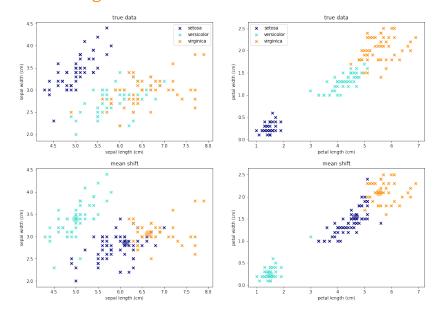
## 3.1 Clustering: Iris dataset, K-means result



#### 3.1 Mean Shift

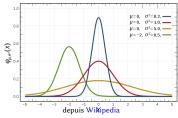
- Cherche les zones de fortes densité en modifiant itérativement la position de centroïdes
- Des *centroïdes* de rayons *R* sont aléatoirement initialisés
- Ils sont déplacés vers la région de plus haute densité (nombres de points dans le rayon R)
- On continue jusqu'à maximiser la densité de chaque centroïde
- Plusieurs centroïdes dans une zone: celui avec la plus haute densité est conservé
- l'ensemble du dataset est labelisé (plus petite distance)
- Le Mean Shift détermine le nombre optimal de clusters pour la valeur du rayon choisie (R)

# 3.1 Clustering: Iris dataset, Mean Shift result



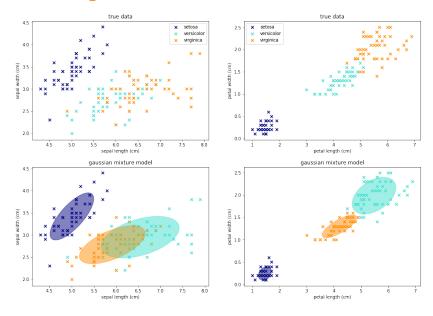
#### 3.1 Gaussian mixture models

- Hypothèse: la structure des données est compatible avec un mélange de gaussiènne
- On ajuste les paramètres de N gaussiènnes jusqu'à trouver ceux qui collent le mieux aux données



- Algorithme d'ajustement: **espèrance-maximisation**, on cherche à maximiser la fonction de *log-likelihood* (fonction de vraissemblance)
- Intuitivement: on cherche les paramètres qui rendent la distribution de données observée la plus probable

# 3.1 Clustering: Iris dataset, GMM result

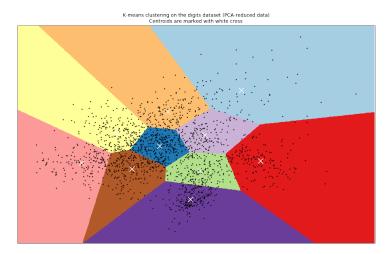


# 3.2 Analyse en composantes principales

- PCA (Composants principal analysis): Algorithme de réduction de dimensions
- Transforme un problème à n variables en un problème à n' variables (avec n' < n)
- Explore les corrélations entre les variables pour les regrouper (pondération): Pertes d'informations
- Très utile pour:
  - Pre-stage d'un algorithme de clustering (peut améliorer les performances)
  - Pour faire de la visualisation en 2D de données à plus haute dimension

# 3.2 Analyse en composantes principales

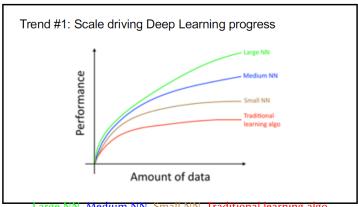
- Exemple d'utilisation: digit dataset:
  - ► 64 variables  $\Rightarrow$  10 pour initialiser le K-means
  - ► 64 ⇒ 2 pour la visualisation



# 4. L'apprentissage profond

- **Deep Learning** = *Réseaux de Neurones* (avec plus d'une couche cachée)
- Conceptualisés dans les années 80 et début 90, l'explosion de la puissance de calcul disponibles a rendu possible leur exploitation
- Qu'est ce que ça a à voir avec le cerveaux? Pas grand chose en fait
   ... à part une analogie avec la structure des neurones
- Utilisé principalement dans le cadre de l'apprentissage supervisé
  - ► Image classifiers, Object detection
  - Speech recognition
  - Machine traduction (DeepL)
  - Voiture autonomes
  - . . .
- Données structurées/non-structurées:
  - Les humains sont bons pour interpréter des données non-structurées

# 4. L'apprentissage profond

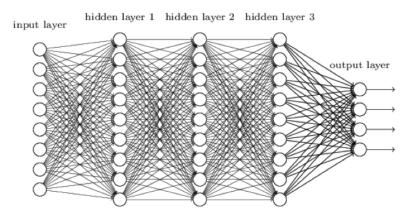


Large NN, Medium NN, Small NN, Traditional learning algo-

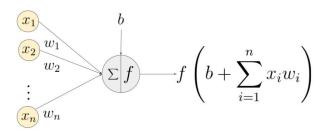
Depuis deeplearning.ai coursera

#### 4.1 Les réseaux neurones

- 1 input layer  $\Rightarrow L 1$  hidden layer  $\Rightarrow$  1 output layer
- $n^{[l]}$  cellules (neurones) pour la couche l, m variables (input layer:  $n^{[0]}$ )
- $W^{[l]}, b^{[l]}$ : paramètres de la couche l ( $W^{[l]} \in \mathbb{R}^{(n^{[l]} \times n^{[l-1]})}, b^{[l]} \in \mathbb{R}^{(n^{[l]} \times 1)}$ )



#### 4.1 Un neurone *i* de la couche *l*



• 2 étapes de calculs:

$$igspace{-2mm} z_i^{[l]} = \sum_{j=0}^{n^{[l-1]}} w_{ij}^{[l]} imes a_j^{[l-1]} + b_i^{[l]}$$
 Où,  $a^{[0]} = x$ 

 $ightharpoonup a_i^{[l]} = f^{[l]}(z_i^{[l]})$ 

Où,  $f^{[l]}(z)$  est la fonction d'activation

#### 4.1 Une couche *l* de neurones

- On répète l'opération pour chaque neurone *i* de la couche *l*
- Plus efficace de réfléchir en multiplication de matrices:

$$z^{[l]} = \begin{bmatrix} z_1^{[l]} \\ z_2^{[l]} \\ \vdots \\ a_{n^{[l]}}^{[l]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^{[l]} & w_{12}^{[l]} & \dots & w_{1n^{[l-1]}}^{[l]} \\ w_{21}^{[l]} & w_{22}^{[l]} & \dots & w_{2n^{[l-1]}}^{[l]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{[l-1]} \\ a_2^{[l-1]} \\ \vdots \\ a_{n^{[l-1]}}^{[l-1]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{[l]} \\ b_2^{[l]} \\ \vdots \\ b_{n^{[l]}}^{[l]} \end{bmatrix}$$

- ullet Que l'on réécrira:  $z^{[l]} = W^{[l]} a^{[l-1]} + b^{[l]}$
- Puis:  $a^{[l]} = f^{[l]}(z^{[l]})$

## 4.1 Tous les exemples à la fois

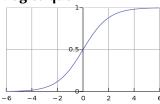
- On a vu le cas avec un exemple, mais si on veux faire les m exemples en une fois? for-loop? ⇒ Matrices!
- On vectorise:  $X \in \mathbb{R}^{n imes m}$ , plus généralement:  $A^{[l]}(Z^{[l]}) \in \mathbb{R}^{n^{[l]} imes m}$

$$A^{[l]} = egin{bmatrix} a_1^{[l](1)} & a_1^{[l](2)} & \dots & a_1^{[l](m)} \ a_2^{[l](1)} & a_2^{[l](2)} & \dots & a_2^{[l](m)} \ & & \ddots & \ a_{n^{[l]}}^{[l](1)} & a_{n^{[l]}}^{[l](2)} & \dots & a_{n^{[l]}}^{[l](m)} \end{bmatrix}$$

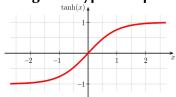
- Les étapes de calculs s'écrivent:  $Z^{[l]} = W^{[l]}A^{[l-1]} + b^{[l]}$
- ullet Puis:  $A^{[l]}=f^{[l]}(Z^{[l]})$

# 4.1 Les 4 principales fonctions d'activations

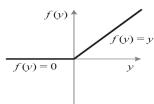
• Logistique:



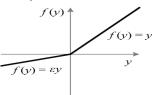
• Tangente-hyperbolique:



• Rectified Linear Unit:



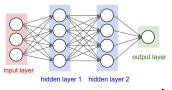
Leaky ReLU:



• Si  $\hat{y} \in \{0,1\}$ : **Logistique**. Les autres neurones: **ReLU** 

# 4.1 Forward propagation

- Input X : 3 variables  $(n^{[0]} = 3)$
- 2 couches cachées ( $n^{[1]} = n^{[2]} = 4$ ): **ReLU**
- Output:  $n^{[3]} = 1$ : Logistique



Forward propagation

$$egin{array}{llll} X & \in & \mathbb{R}^{3 imes m} & Y & \in & \mathbb{R}^{1 imes m} \ W^{[1]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes 3} & b^{[1]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes 1} \ Z^{[1]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes m} & A^{[1]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes m} \ W^{[2]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes 4} & b^{[2]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes 1} \ Z^{[2]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes m} & A^{[2]} & \in & \mathbb{R}^{4 imes m} \ W^{[3]} & \in & \mathbb{R}^{1 imes 4} & b^{[3]} & \in & \mathbb{R}^{1 imes 1} \ Z^{[3]} & \in & \mathbb{R}^{1 imes m} & A^{[3]} & \in & \mathbb{R}^{1 imes m} \ \end{array}$$

$$\begin{split} Z^{[1]} &= W^{[1]}X + b^{[1]} \\ A^{[1]} &= f^{[1]}(Z^{[1]}) = relu(Z^{[1]}) \\ Z^{[2]} &= W^{[2]}A^{[1]} + b^{[2]} \\ A^{[2]} &= f^{[2]}(Z^{[2]}) = relu(Z^{[2]}) \\ Z^{[3]} &= W^{[3]}A^{[2]} + b^{[3]} \\ \hat{Y} &= A^{[3]} = f^{[3]}(Z^{[3]}) = \sigma(Z^{[3]}) \end{split}$$

#### 4.1 Backward propagation

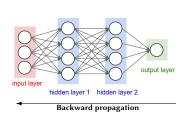
- C'est l'algorithme d'apprentissage des réseaux de neurones
- On définit la fonction de coût:

$$\mathcal{J}(W^{[1]},\ldots,W^{[L]},b^{[1]},\ldots,b^{[L]}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}L(\hat{y}^{(i)},y^{(i)})$$

• On utilise la descente de gradient:

#### 4.1 Backward propagation

• On va propager l'erreur  $\hat{Y} - Y$  pour modifier les valeurs des paramètres  $W^{[l]}$  et  $b^{[l]}$  du réseau de neurones



$$\begin{array}{l} dZ^{[3]} = A^{[3]} - Y \\ dW^{[3]} = \frac{1}{m} dZ^{[3]} A^{[2]T} \\ db^{[3]} = \frac{1}{m} \sum dZ^{[3]} \\ dZ^{[2]} = W^{[3]T} dZ^{[3]} * relu'(Z^{[2]}) \\ dW^{[2]} = \frac{1}{m} dZ^{[2]} A^{[1]T} \\ db^{[2]} = \frac{1}{m} \sum dZ^{[2]} \\ dZ^{[1]} = W^{[2]T} dZ^{[2]} * relu'(Z^{[1]}) \\ dW^{[1]} = \frac{1}{m} dZ^{[1]} X^T \\ db^{[1]} = \frac{1}{m} \sum dZ^{[1]} \end{array}$$

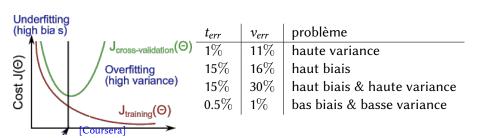
• Pour que l'apprentissage fonctionne: **Initialisation aléatoire** W, b

## 4.2 Les bonnes pratiques: préparer les donneés

- On sépare les données en trois sous-échantillons:
  - ► **Train:** (60%) échantillon d'entrainement avec lequel on applique la *forward-backward propagation*
  - ► Validation: (20%) échantillon qui nous permet de mesurer les performances du modèle pour différentes valeurs d'hyperparamètres et différentes architectures
  - ► **Test:** (20%) échantillon de test qui donne la performance du modèle final
- Il est important de séparer les données en différents sous-échantillons de test pour être sûr que le modèle de généralise bien
- S'assurer que les sous-échantillons proviennent de la même source et soient représentatifs

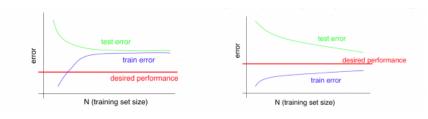
## 4.2 Les bonnes pratiques: biais et variance

- Si  $\mathcal{J}_{train}(W,b) >> \mathcal{J}_{valid}(W,b)$ : problème de variance: **Overfitting**
- Si  $\mathcal{J}_{train}(W,b) pprox \mathcal{J}_{valid}(W,b) >> 0$ : problème de biais: **Underfitting**
- Comment diagnostiquer? deux valeurs à regarder:
  - Erreur de l'échantillon d'entrainement: terr
  - Erreur de l'échantillon de validation:  $v_{err}$
- ullet On estime le cas idéal (Bayes ou opérateur humain): pprox 0%



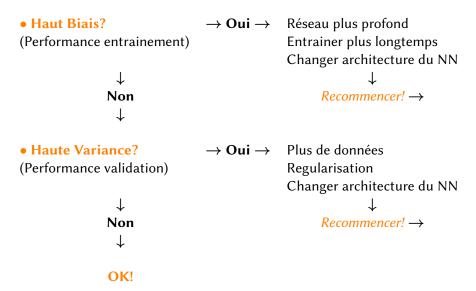
# 4.2 Les bonnes pratiques: courbes d'apprentissage

 Entrainer un algo en augmentant le nombre d'exemples et monitorer l'évolution de l'erreur:



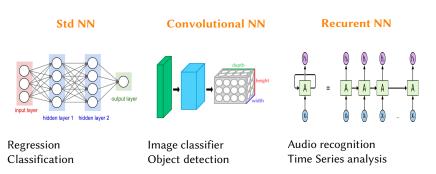
Biais et variance [Coursera]

# 4.2 Les bonnes pratiques: Que faire?



#### 4.3 Les différentes architectures de NN

Différentes architectures pour différents usages:





# Merci! Des questions?

Léo Beaucourt: lbeaucourt@agaetis.fr