



agaetis
Data Science & Big Data

Introduction à l'apprentissage automatique

Léo Beaucourt

Contenu du cours

1. Intro: Qu'est ce que le *Machine Learning*?
2. L'apprentissage supervisé
 - 2.1 La régression linéaire
 - 2.2 La régression logistique
 - 2.3 Les problèmes de biais et de variances
 - 2.4 Les arbres de décisions
3. L'apprentissage non supervisé
 - 3.1 Les algorithmes de clustering
 - 3.2 Analyse en composantes principales
4. L'apprentissage profond
 - 4.1 Les réseaux de neurones
 - 4.2 Les bonnes pratiques
 - 4.3 Les différentes architectures de NN

À propos de ce cours

- Introduction à l'apprentissage automatique (ou *machine learning* en anglais)
- En pratique: *Python, Jupyter*. Packages *numpy pandas, scikit-learn*
- Peu de pré-requis mathématiques: dérivées partielles et calcul matriciel
- Largement inspiré de l'excellent (et complet!) cours de **Andrew Ng** sur [Coursera](#).

Allez, on démarre en douceur!

1. Intro: Qu'est ce que le *Machine Learning*

- **Arthur Samuel:**

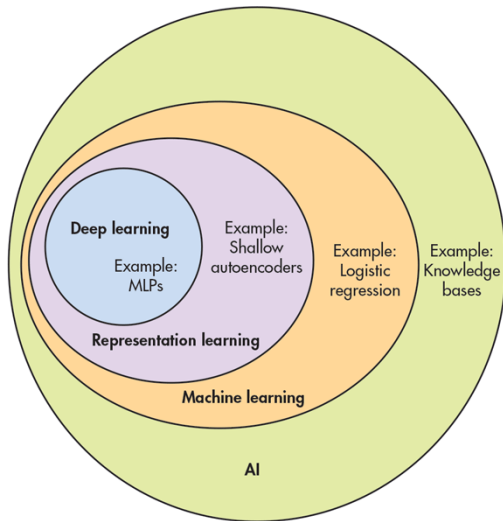
"The field of study that gives computers the ability to learn without being explicitly programmed."

- **Tom Mitchell:**

"A computer program is said to learn from experience E with respect to some class of tasks T and performance measure P , if its performance at tasks in T , as measured by P , improves with experience E ."

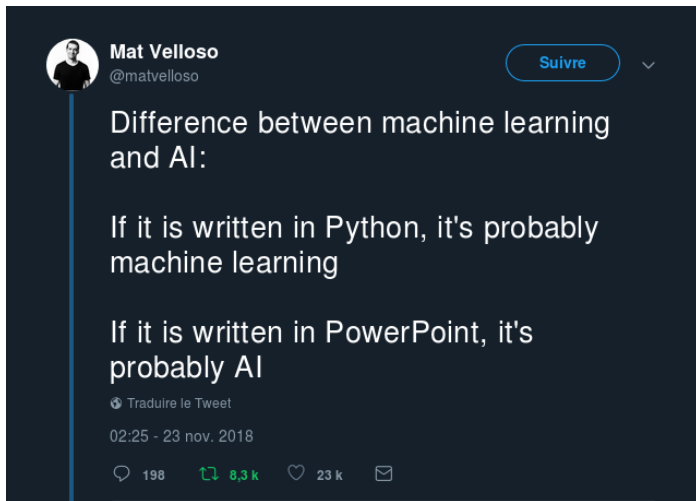
- **L'idée:** Une machine apprend *seule* à réaliser une tâche complexe à l'aide de processus itératifs simple.

1. Intro: Qu'est ce que le *Machine Learning*



[From MIT Press book *Deep Learning*]

1. Intro: Qu'est ce que le *Machine Learning*



1. Intro: Qu'est ce que le *Machine Learning*

- Les principaux types d'apprentissage:

Supervisé

- Utilise des données *labélisées*
- La machine apprend par l'exemple
- *Prédis* le résultat pour de nouveaux événements
- Problèmes de régression et de classification
- Régression linéaire et logistique
- Réseaux de Neurones
- Arbres de décisions

Non-supervisé

- Données non *labélisées*
- La machine apprend par elle même à identifier une structure
- Évaluation des performances compliqué.
- Problèmes de classification, réduction de dimensions
- K-means
- Analyse en Composante Principale

Par renforcement

- Un agent A, effectue une action A_c , l'environnement E lui renvoie une récompense.
- Récompenses à court et long terme
- Utilisé par Deepmind (alphaGo)

2. L'apprentissage supervisé

- Utilise des données *labélisées*
- La machine apprend par l'exemple
- *Prédis* le résultat pour de nouveaux événements
- Problèmes de régression et de classification
- Régression linéaire et logistique
- Réseaux de Neurones
- Arbres de décisions

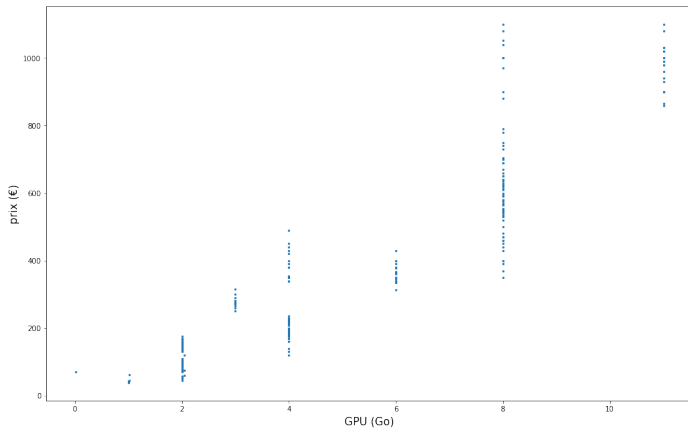
2.1 La regression linéaire

- Déterminer une relation *linéaire* entre *input(s)* (features) et *output*:
⇒ **Apprentissage Supervisé**
- Prédiction d'une valeur **continue** (e.g. non discrète, non catégorielle)
- Applications:
 - ▶ Recherche de corrélations
 - ▶ En science, modélisation de phénomènes (physiques, biologiques, ...)
 - ▶ Dans le domaine médical: les études épidémiologique
 - ▶ Dans la finance/économie: prédictions des tendances
 - ▶ ...

Sujet Data Science ⇒ Premier algorithme à tester!

2.1 Un exemple: le prix d'une carte graphique

- La propriété principale d'une carte Graphique: valeur de **GPU**
- Données, liste de carte graphiques dont on connait le couple $\{GPU; prix\}$:



2.1 Construire un modèle (regression linéaire)

- Soit: x_1 la valeur de GPU de nos m carte graphiques, et y leur prix
- On cherche à déterminer le modèle pour prédire un prix \hat{y} à partir x_1 :

$$\hat{y} = h_{\theta}(x_1)$$

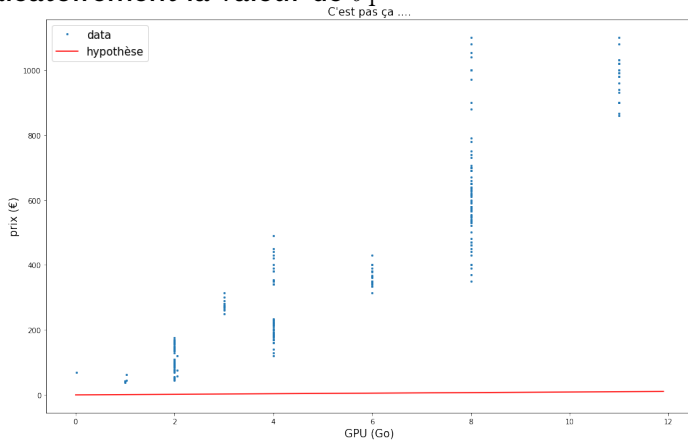
- On défini le paramètre θ_1 qui va *lier* x_1 à \hat{y} :

$$h_{\theta}(x) = \theta_1 x_1$$

- Rappel math: **fonction linéaire** $f(x) = kx$

2.1 Construire un modèle (regression linéaire)

- Initialisons aléatoirement la valeur de θ_1

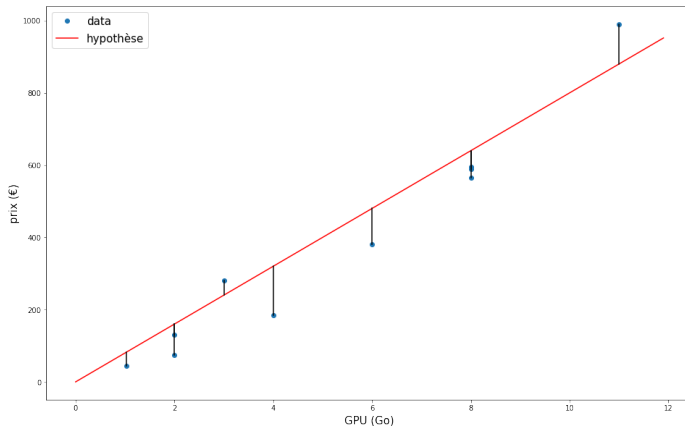


- C'est pas encore ça ...

2.1 La fonction de coût

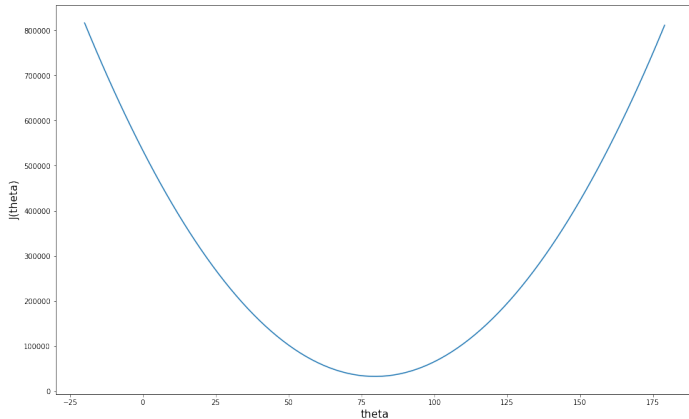
- $\mathcal{J}(\theta)$: *véracité* de notre modèle

- Ex, somme quadratique des erreurs:
$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=0}^m (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2$$



2.1 La fonction de coût

- On cherche à trouver la valeur de θ_1 qui **minimise** $J(\theta)$
- En Brute ...

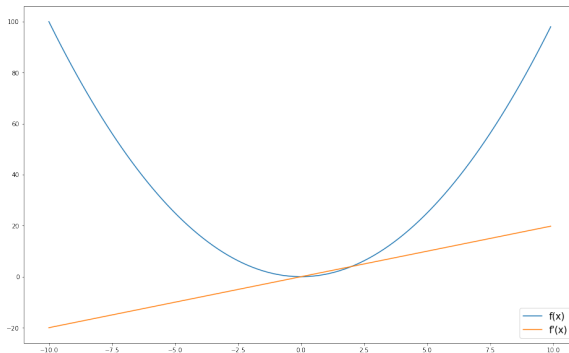


- ... essayons d'optimiser

2.1 La descente de gradient

- Algorithme pour arriver “*rapidement*” au minimum de $\mathcal{J}(\theta)$
- On va utiliser la *dérivation*: $\frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta)$:

Si $\mathcal{J}(\theta)$ est croissant: $\frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta) > 0$, Si $\mathcal{J}(\theta)$ est décroissant: $\frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta) < 0$



2.1 La descente de gradient

- (Encore) un peu de math, la descente de gradient s'écrit:

Descente de gradient

Répéter jusqu'à convergence:
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta) \end{array} \right\}$$

- α : taux d'apprentissage (*learning rate*), **seul** paramètre de l'algorithme.
- On va itérativement modifier la valeur de θ_1 en fonction de la dérivée de $\mathcal{J}(\theta)$, jusqu'à minimiser $\mathcal{J}(\theta)$ (*convergence*).

2.1 La descente de gradient

- Dérivons donc notre fonction de coût:

$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=0}^m (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2 = \frac{1}{2m} \sum_{i=0}^m (\theta_1 x_1^{(i)} - y^{(i)})^2$$

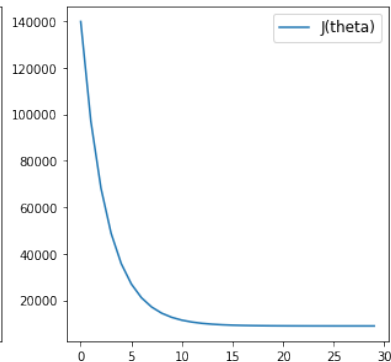
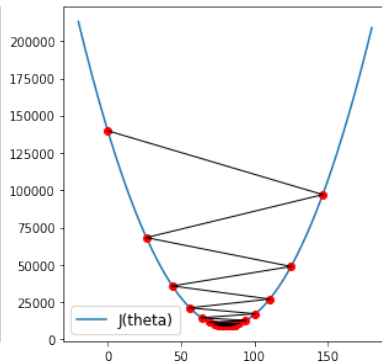
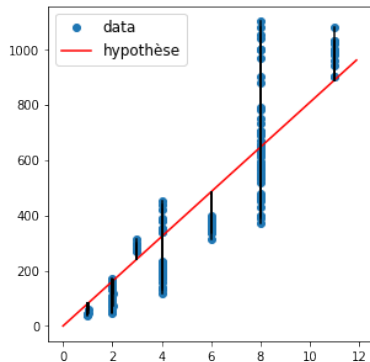
$$\frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)}) x_1^{(i)}$$

- Un peu de *hand-tunning*:
 - ▶ Le learning rate (α) est fixé à 0.03 (0.045 pour la démo)
 - ▶ Précision $\epsilon = 0.0001$ pour arrêter la descente de gradient

2.1 Préparation du dataset

- Bonne pratique de ML, pour tout les algos!
- On sépare **aléatoirement** les données en 2 (3) échantillons:
 - ▶ Entraînement / (Validation) / Test
 - ▶ 80 / 20 (70 / 30) ou 60 / 20 / 20
- *Entraînement*: utilisé pour la descente de gradient
- *Validation*: utilisé pour l'hyperparamétrage de l'algo
- *Test*: utilisé pour mesurer la performance du modèle

2.1 C'est parti !



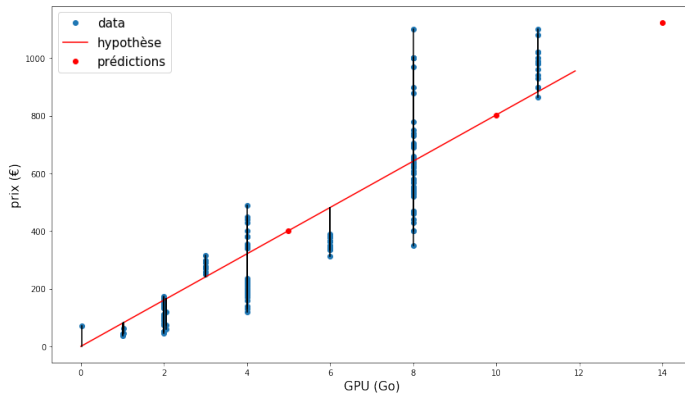
- La descente de gradient c'est achevée au bout de quelques itérations
- On peut voir que $J(\theta)$ a continuellement diminué à chaque itération

$$\theta_1 \approx 80$$

$$err_{train} \approx err_{test}$$

2.1 On peut maintenant faire une prédiction

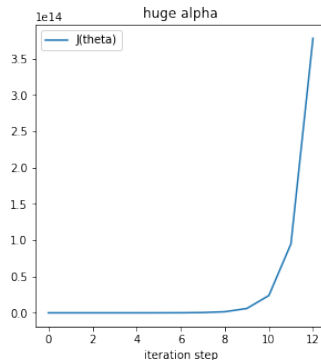
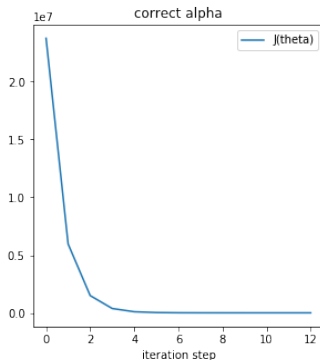
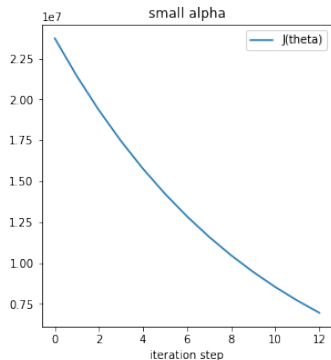
- Quel serait le prix de cartes avec 5, 10 et 14 Go de GPU?



- On pourra les vendre autour de 400, 800 et 1100 euros!

2.1 Le choix du taux d'apprentissage

- α **Trop grand**: la descente de gradient diverge
- α **Trop petit**: la descente de gradient est très longue



2.1 Un mot sur la regression linéaire multivariables

- Même principe, mais avec plusieurs variables x_i (donc plusieurs paramètres θ_i)
- on peut rajouter un biais θ_0 , cad un terme constant: $\hat{y} = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots$
- Notre fonction hypothèse s'écrit alors:

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots + \theta_n x_n = \theta_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i x_i$$

- **Astuce:** On définit $x_0 = 1$, et on re-écrit la fonction hypothèse:

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n = \sum_{i=0}^n \theta_i x_i$$

- La fonction de coût reste inchangée

2.1 Un mot sur la regression linéaire multivariables

- Dans le cas multivariables, la descente de gradient devient:

Descente de gradient (cas multivariables)

Répéter jusqu'à convergence: {

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{d}{d\theta_0} \mathcal{J}(\theta)$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{d}{d\theta_1} \mathcal{J}(\theta)$$

$$\theta_2 := \theta_2 - \alpha \frac{d}{d\theta_2} \mathcal{J}(\theta)$$

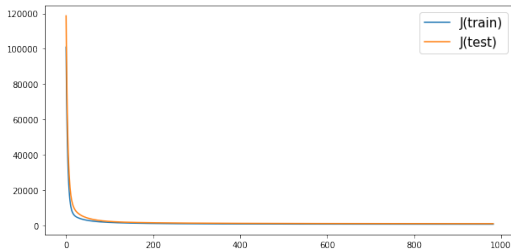
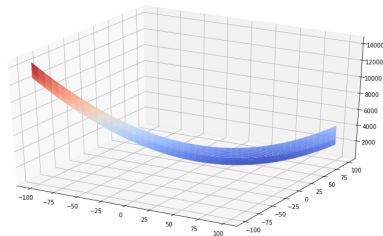
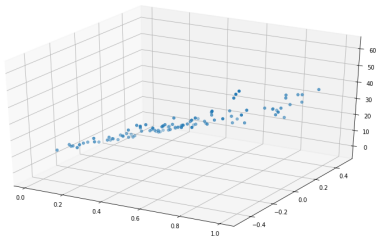
...

}

- Il est très important de simultanément changer les valeurs des paramètres.

2.1 Un mot sur la regression linéaire multivariables

- Pour illustrer: régression linéaire à deux dimensions

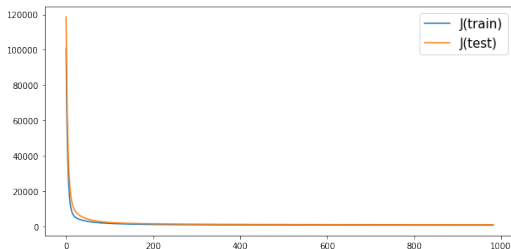


2.1 Affinons notre modèle de carte graphiques

- Plus de features: chipset, fréquence, consommation, ...
- Il va falloir explorer et nettoyer les données:
 - ▶ Gestion des données manquantes / aberrantes
 - ▶ *Features engineering*
 - ▶ Normaliser le dataset (pour accélérer la descente de gradient)

2.1 Régression linéaire multivariables: Résultats

- On utilise la même valeur de $\epsilon = 0.0001$ et $\alpha = 0.03$
- Plus long! Mais meilleur résultats:
- Modèle simple: $err \approx 100$
- Modèle multivariable: $err \approx 30$



2.1 Pour conclure sur la régression linéaire

- **Regression Linéaire:** \hat{y} est une valeur *continue*
 - ▶ Valeur discrète: **Regression Logistique** (*classification*)
- Le résultat \hat{y} dépend **linéairement** des variables x_i si:

$$\hat{y} = \theta_1 x_1 + \cdots + \theta_n x_n = \sum_{i=1}^n \theta_i x_i$$

- **Supervisé:** y connu pour chaque élément du le jeu de données d'entraînement
- Facile à implémenter (encore plus avec Scikit-learn ...), rapide:

⇒ bon point de départ sur un sujet

2.1 Features scaling

- Mettre les variables à la même échelle (performances)
- Normaliser les variables: $-1 \leq x_i \leq 1$

	Feature Scaling	Mean normalization
Start range	$x_{min} \leq x \leq x_{max}$	$x_{min} \leq x \leq x_{max}$
Transformation	$x := \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$	$x := x - x_{mean}$
New range	$0 \leq x \leq 1$	$(x_{min} - x_{mean}) \leq x \leq (x_{max} - x_{mean})$

- En combinant les deux: $x := \frac{x - x_{mean}}{x_{max} - x_{min}} \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

- **Remarque:** Il est possible de remplacer $x_{max} - x_{min}$ par l'écart type: $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

2.2 La régression logistique

- **Classification**: prédire un nombre limités de valeurs discrètes
 - ▶ **Classification binaire**: Deux valeurs possibles: Vrai ou Faux (spam / non spam)
 - ▶ **Classification multiclasse**: plusieurs valeurs possibles (camion, voiture, piétons, vélos, ...)
- **Classification binaire**: En utilisant la régression linéaire?
 - ▶ $y \in \{0, 1\} \Rightarrow$ On définit un seuil S pour $h_{\theta}(x)$:

$$h_{\theta}(x) \geq S \rightarrow y = 1$$

$$h_{\theta}(x) < S \rightarrow y = 0$$

- **Problème**: On voudrait que $0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$

\Rightarrow Il faut redéfinir notre fonction hypothèse!

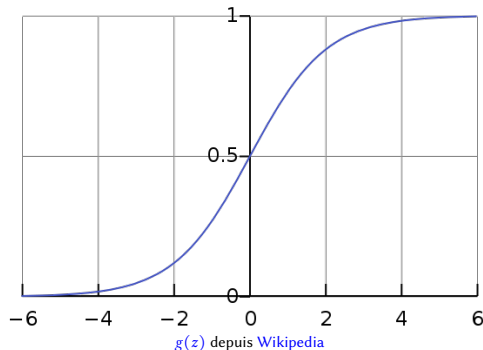
2.2 La régression logistique

- Modèle de la régression logistique:

► On utilise la **Fonction Sigmoid** $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

$$z = \sum_{i=0}^n \theta_i x_i$$
$$h_{\theta}(x) = g(z)$$

$$0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$$



- **Classification:** On prédit une **probabilité**

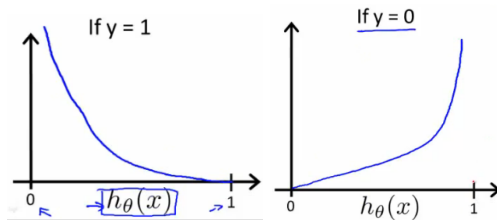
2.2 La régression logistique

- On change également la fonction de coût:

$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{Cost}(h_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)})$$

- Avec:

$$\text{Cost}(h_{\theta}(x), y) = \begin{cases} -\log(h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 1 \\ -\log(1 - h_{\theta}(x)) & \text{if } y = 0 \end{cases}$$



2.2 La régression logistique

- Et la **Classification multiclasse** ? $y \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$
- La **descente de gradient** ne permet pas de la résoudre
- On peut *tricher* en utilisant la méthode '*One-vs-all*':
 - ▶ On remplace le problème multiclasse par $n + 1$ problèmes binaire
 - ▶ Probabilité que y soit dans une classe ou qu'il soit dans une des autres:

$$h_{\theta}^{(0)} = P(y = 0|x; \theta)$$

$$h_{\theta}^{(1)} = P(y = 1|x; \theta)$$

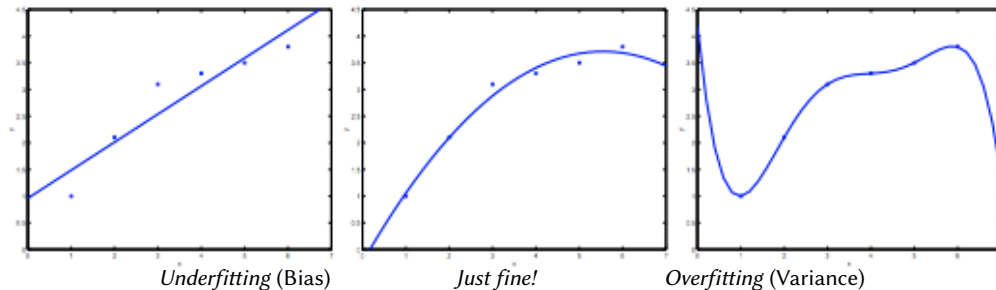
...

$$h_{\theta}^{(n)} = P(y = n|x; \theta)$$

$$\text{prediction} = \max_i (h_{\theta}^{(i)}(x))$$

- Algorithme d'optimisation avancés: *Conjugate gradient*, *(L-)BFGS*, ...

2.3 Les problèmes de biais et de variance



- **Underfitting:** modèle trop simple (pas assez de variables)
- **Overfitting:** modèle trop complexe, deux manière de résoudre:
 - ▶ Réduire le nombres de variables ou changer les paramètres du modèle
 - ▶ Utiliser des méthodes de **régularisation**

2.3 La régularisation

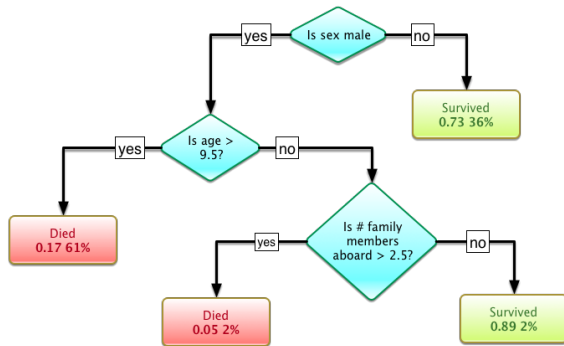
- Contraindre les paramètres θ_j sans réduire le nombre de variables
- On ré-écrit la fonction de coût avec le **terme de régularisation**:

$$\mathcal{J}(\theta) = \frac{1}{2m} \left(\sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \lambda \sum_{j=1}^n \theta_j^2 \right)$$

- λ : Paramètre de régularisation
- Si λ est trop grand: risque d'*underfitting*
- Si $\lambda = 0$: pas de régularisation.
- **Remarque:** On ne régularise pas le terme constant θ_0

2.4 Les arbres de décisions

- Effectue une prédiction (regression ou classification) par une succession de decision simples: *if-else-then* sur les différentes variables
- *Arbre* = suite de décisions (*noeuds*) ammenant à une prédiction (*feuille*)
- La complexité de la structure de données qu'il est possible de représenter avec une arbre de décision est proportionnelle à la profondeur de l'arbre



Un arbre pour déterminer la probabilité de survie des passagers du Titanic (depuis [Wikipedia](#))

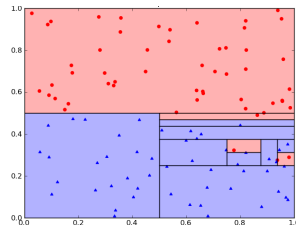
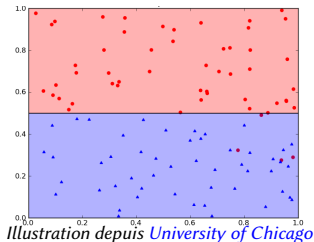
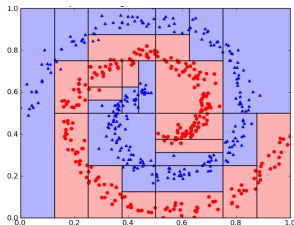
2.4 Les arbres de décisions: Apprentissage

- La *meilleure* séparation possible est déterminée:
 - ▶ Toutes les variables/sélection possibles
 - ▶ Celle qui minimise une fonction de coût
- L'échantillon d'entraînement est séparé suivant cette décision, créant ainsi deux feuilles (sous-échantillon)
- On recommence l'opération tant que l'on a pas atteint la profondeur voulue ou bien que la pureté de chaque feuille atteint un niveau satisfaisant (à déterminer)

Remarque: Il est possible d'utiliser la même variables pour différents noeud.

2.4 Les arbres de décisions

- Ces algorithmes sont faciles à interpréter (et à visualiser)
- Tout les types de données (catégorielle, numérique, ...) peuvent être mélangés



- Risque d'*overfitting* (sur-apprentissage) du modèle qui se généralise mal
- Algorithmes très sensibles au jeu de données d'entraînement

2.4 Les arbres de décisions: méthodes d'ensemble

- Pour pallier les faiblesse des arbres de décision, on les utilise comme *base learners* dans des méthodes qui en regroupe plusieurs
- Il existe deux familles de méthodes:
 - ▶ **averaging**: plusieurs estimateurs (*learners*) indépendant dont on moyenne les prédictions (*Random Forests*, . . .)
 - ▶ **boosting**: plusieurs estimateurs combinés (*AdaBoost*, *XGBoost*, . . .)

2.4 Exemple d'algorithme d'*averaging*: Random Forests

- *Bagging*: Chaque estimateur (arbre) de l'ensemble est construit à partir d'un sous-échantillon aléatoire (avec remplacement) de l'échantillon d'entraînement (*Bootstrap aggregating*)
- *Features bagging*: La *meilleure* séparation possible sur un sous-échantillon aléatoire des variables
- Soit f_b , l'arbre entraîné sur le sous-échantillon b ($b \in [1, B]$), on calcule la prédiction globale en moyennant les prédictions de tout les arbres:

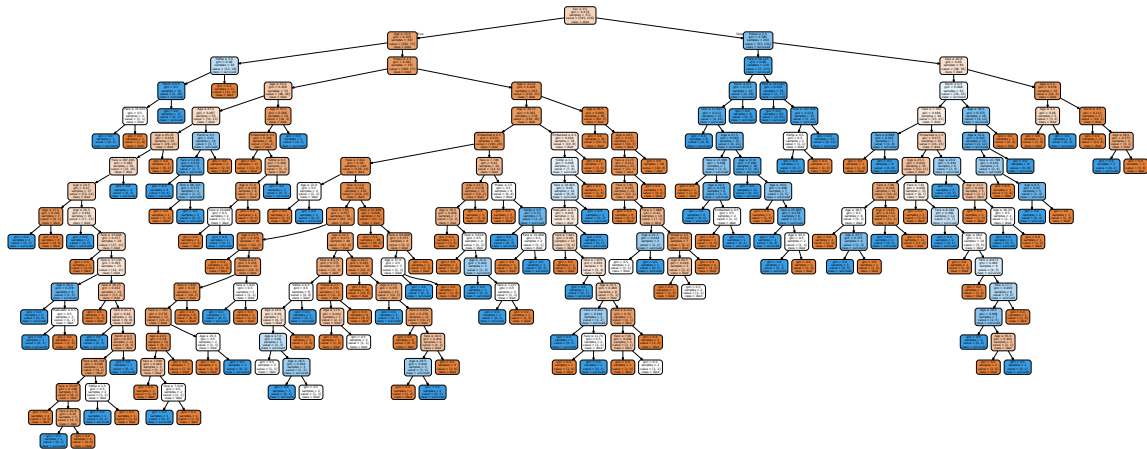
$$\hat{f} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B f_b(x)$$

- Cette méthode obtient de meilleure performance car elle réduit la *variance* du modèle sans accroître le *biais*

2.4 Exemple d'algorithme de *boosting*: AdaBoost

- L'apprentissage d'un même *learner* est répété en modifiant le jeu de données à chaque itération
- On utilise des poids: w_i pour $i \in [1, N]$. Initialement: $w_i = 1/N$
- À chaque itération, le poids des exemples correctement prédits diminue tandis que celui des exemples dont les prédictions sont fausses augmente
- L'algorithme devient plus sensible aux exemples difficiles à prédire

2.4 Arbres de décision: *Titanic*



	Decision Tree	Random Forest	AdaBoost	XGBoost
Accuracy (%)	77.6	81.1	83.2	83.9

3 L'apprentissage non-supervisé

- Données non *labélisées*
- La machine apprend par elle même à indentifier une structure
- Évaluation des performances compliqué.
- Problèmes de classification, réduction de dimensions
- *K-means, Mean Shift, Gaussian Mixture Model*
- Analyse en Composante Principale

3.1 Les algorithmes de clustering

- *Clustering*: Se rapproche d'un problème de classification (sans labels)
- Ces algorithmes cherchent à rassembler les exemples en cluster
- À la différence des arbres de décision, le choix du cluster ne s'effectue pas par une suite de décisions simple, mais en déterminant la plus petite distance possible dans l'espace des variables
- Utilisés pour la segmentation d'utilisateurs/marchés dans le commerce en ligne mais aussi en génétique
- Il faut (dans la majorité des cas) définir au préalable le nombre de clusters à construire (hyperparamètre du modèle)

K-Means: description et limites

- Sépare les données en K clusters C_k d'égale variance (dispersion)
- L'algorithme modifie la position des *centroïdes* μ_k afin de minimiser l'écart moyen de l'ensemble des points d'un cluster à son *centroïde*

- Critère de minimisation, **Inertie**:

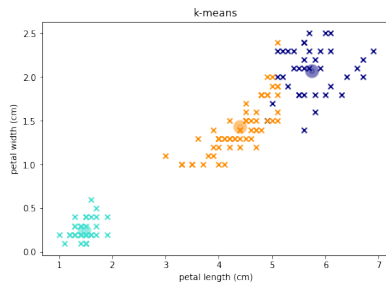
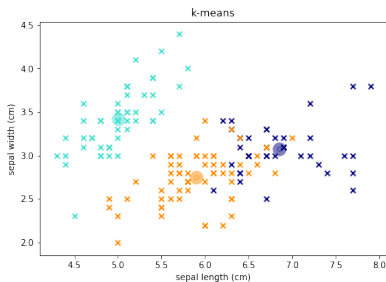
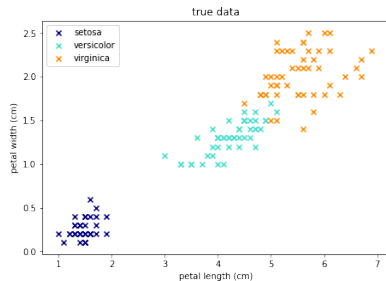
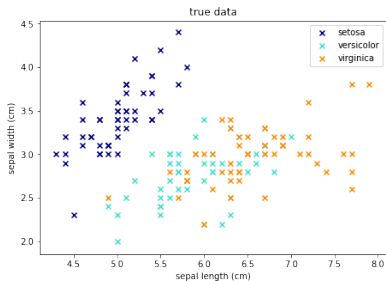
$$I = \sum_{k=0}^K \sum_{x \in C_k} \|x - \mu_k\|^2$$

(Distance Euclidienne)

- **Limitations:**

- ▶ Le nombre de clusters se définit “à la main”
- ▶ Le résultat est très dépendant de l'initialisation
- ▶ Le **K-Means** ne fonctionne pas avec les variables catégorielles (non ordonnées)

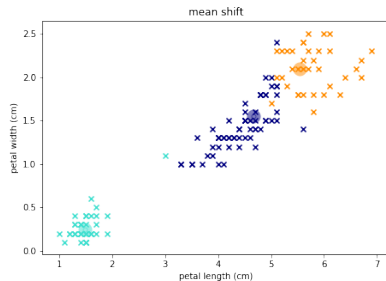
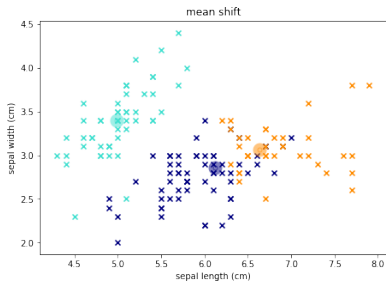
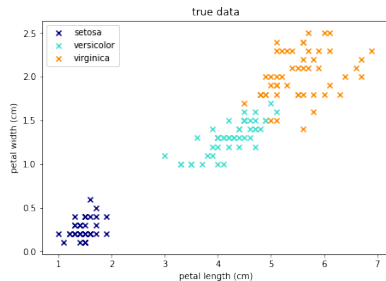
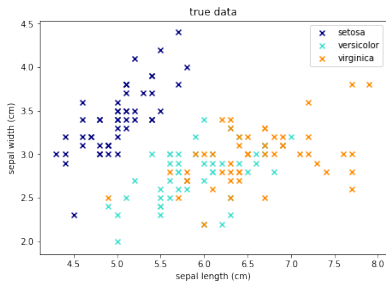
3.1 Clustering: Iris dataset, K-means result



3.1 Mean Shift

- Cherche les zones de fortes densité en modifiant itérativement la position de *centroïdes*
- Des *centroïdes* de rayons R sont aléatoirement initialisés
- Ils sont déplacés vers la région de plus haute densité (nombres de points dans le rayon R)
- On continue jusqu'à maximiser la densité de chaque *centroïde*
- Plusieurs *centroïdes* dans une zone: celui avec la plus haute densité est conservé
- l'ensemble du dataset est labelisé (plus petite distance)
- Le *Mean Shift* détermine le nombre optimal de clusters pour la valeur du rayon choisie (R)

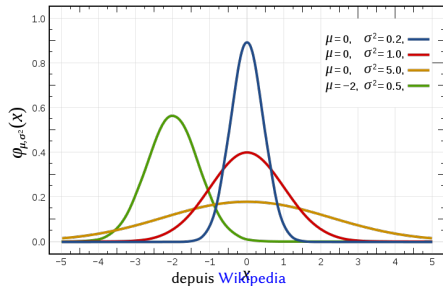
3.1 Clustering: Iris dataset, Mean Shift result



3.1 Gaussian mixture models

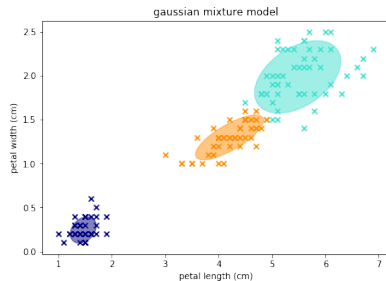
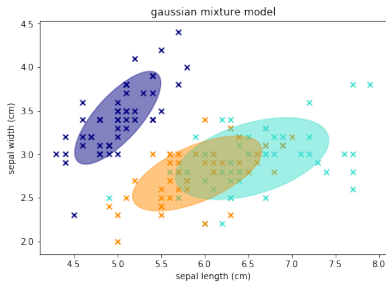
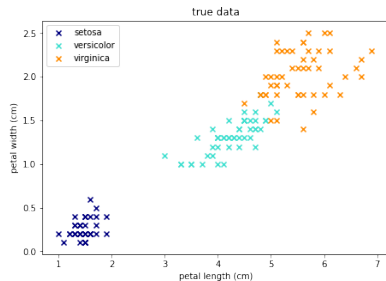
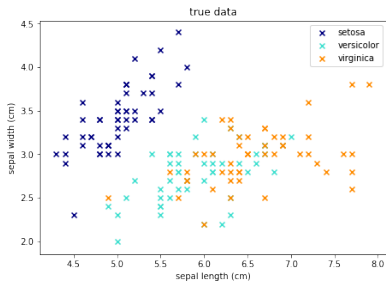
- **Hypothèse:** la structure des données est compatible avec un mélange de gaussienne

- On ajuste les paramètres de N gaussiennes jusqu'à trouver ceux qui *collent* le mieux aux données



- Algorithme d'ajustement: **espérance-maximisation**, on cherche à maximiser la fonction de *log-likelihood* (fonction de vraisemblance)
- *Intuitivement*: on cherche les paramètres qui rendent la distribution de données observée la plus probable

3.1 Clustering: Iris dataset, GMM result

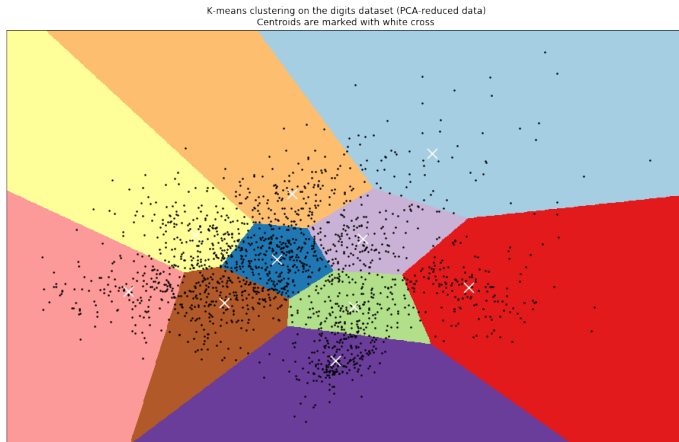


3.2 Analyse en composantes principales

- **PCA** (*Composants principal analysis*): Algorithme de réduction de dimensions
- Transforme un problème à n variables en un problème à n' variables (avec $n' < n$)
- Explore les corrélations entre les variables pour les *regrouper* (pondération):
Pertes d'informations
- Très utile pour:
 - ▶ Pre-stage d'un algorithme de clustering (peut améliorer les performances)
 - ▶ Pour faire de la visualisation en 2D de données à plus haute dimension

3.2 Analyse en composantes principales

- **Exemple d'utilisation:** digit dataset:
 - ▶ 64 variables \Rightarrow 10 pour initialiser le K-means
 - ▶ 64 \Rightarrow 2 pour la visualisation



4. L'apprentissage profond

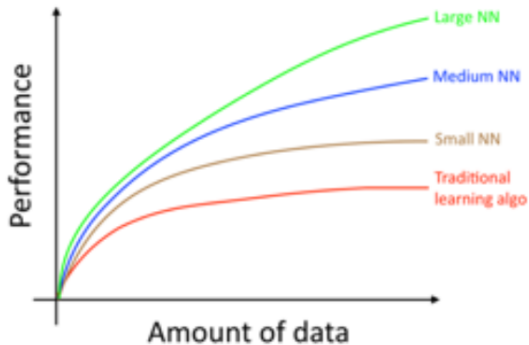
- **Deep Learning** = *Réseaux de Neurones* (avec plus d'une couche cachée)
- Conceptualisés dans les années 80 et début 90, l'explosion de la puissance de calcul disponibles a rendu possible leur exploitation
- **Qu'est ce que ça a à voir avec le cerveaux?** Pas grand chose en fait ... à part une analogie avec la structure des neurones

4. L'apprentissage profond

- Utilisé principalement dans le cadre de l'**apprentissage supervisé**
 - ▶ Image classifiers, Object detection
 - ▶ Speech recognition
 - ▶ Machine traduction (DeepL)
 - ▶ Voiture autonomes
 - ▶ ...
- Données structurées/non-structurées:
 - ▶ Les humains sont bons pour interpréter des données non-structurées

4. L'apprentissage profond

Trend #1: Scale driving Deep Learning progress

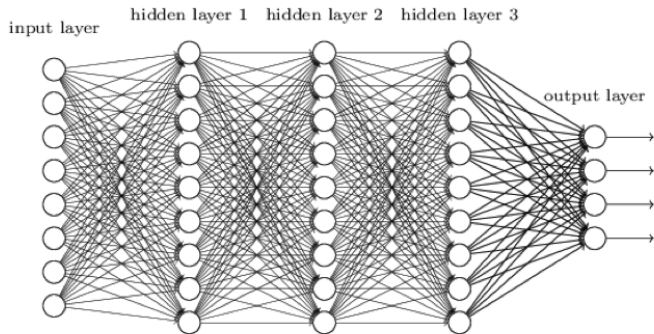


Large NN, Medium NN, Small NN, Traditional learning algo

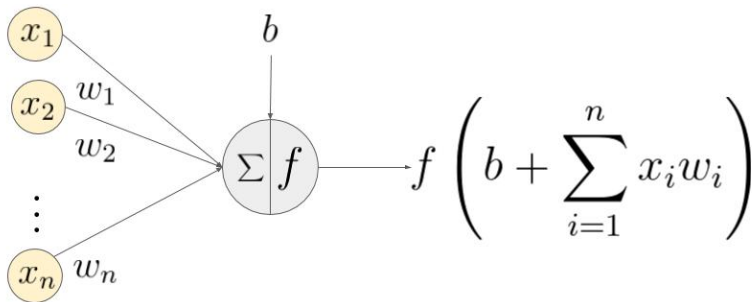
Depuis deeplearning.ai coursera

4.1 Les réseaux neurones

- 1 input layer $\Rightarrow L - 1$ hidden layer \Rightarrow 1 output layer
- $n^{[l]}$ cellules (neurones) pour la couche l , m variables (input layer: $n^{[0]}$)
- $W^{[l]}, b^{[l]}$: paramètres de la couche l ($W^{[l]} \in \mathbb{R}^{(n^{[l]} \times n^{[l-1]})}$, $b^{[l]} \in \mathbb{R}^{(n^{[l]} \times 1)}$)



4.1 Un neurone i de la couche l



- 2 étapes de calculs:

$$\blacktriangleright z_i^{[l]} = \sum_{j=0}^{n^{[l-1]}} w_{ij}^{[l]} \times a_j^{[l-1]} + b_i^{[l]}$$

Où, $a^{[0]} = x$

$$\blacktriangleright a_i^{[l]} = f^{[l]}(z_i^{[l]})$$

Où, $f^{[l]}(z)$ est la **fonction d'activation**

4.1 Une couche l de neurones

- On répète l'opération pour chaque neurone i de la couche l
- Plus efficace de réfléchir en multiplication de matrices:

$$\mathbf{z}^{[l]} = \begin{bmatrix} z_1^{[l]} \\ z_2^{[l]} \\ \vdots \\ a_{n^{[l]}}^{[l]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}^{[l]} & w_{12}^{[l]} & \cdots & w_{1n^{[l-1]}}^{[l]} \\ w_{21}^{[l]} & w_{22}^{[l]} & \cdots & w_{2n^{[l-1]}}^{[l]} \\ & & \ddots & \\ w_{n^{[l]}1}^{[l]} & w_{n^{[l]}2}^{[l]} & \cdots & w_{n^{[l]}n^{[l-1]}}^{[l]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{[l-1]} \\ a_2^{[l-1]} \\ \vdots \\ a_{n^{[l-1]}}^{[l-1]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{[l]} \\ b_2^{[l]} \\ \vdots \\ b_{n^{[l]}}^{[l]} \end{bmatrix}$$

- Que l'on réécrira: $\mathbf{z}^{[l]} = \mathbf{W}^{[l]} \mathbf{a}^{[l-1]} + \mathbf{b}^{[l]}$
- Puis: $\mathbf{a}^{[l]} = \mathbf{f}^{[l]}(\mathbf{z}^{[l]})$

4.1 Tous les exemples à la fois

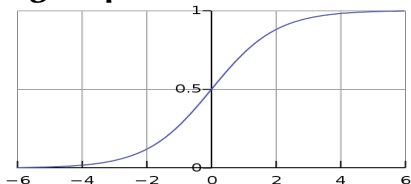
- On a vu le cas avec un exemple, mais si on veut faire les m exemples en une fois? for-loop? \Rightarrow **Matrices!**
- On vectorise: $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$, plus généralement: $A^{[l]}(Z^{[l]}) \in \mathbb{R}^{n^{[l]} \times m}$

$$A^{[l]} = \begin{bmatrix} a_1^{[l](1)} & a_1^{[l](2)} & \dots & a_1^{[l](m)} \\ a_2^{[l](1)} & a_2^{[l](2)} & \dots & a_2^{[l](m)} \\ & & \ddots & \\ a_{n^{[l]}}^{[l](1)} & a_{n^{[l]}}^{[l](2)} & \dots & a_{n^{[l]}}^{[l](m)} \end{bmatrix}$$

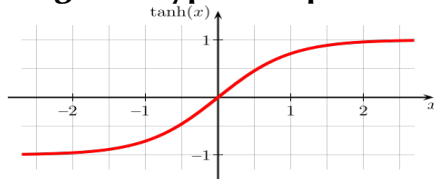
- Les étapes de calculs s'écrivent: $Z^{[l]} = W^{[l]}A^{[l-1]} + b^{[l]}$
- Puis: $A^{[l]} = f^{[l]}(Z^{[l]})$

4.1 Les 4 principales fonctions d'activations

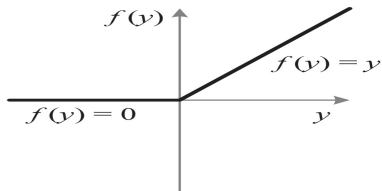
- **Logistique:**



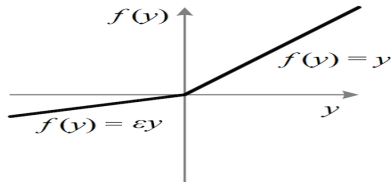
- **Tangente-hyperbolique:**



- **Rectified Linear Unit:**



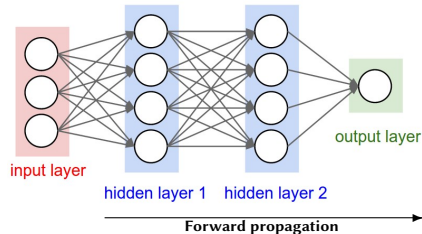
- **Leaky ReLU:**



- Si $\hat{y} \in \{0, 1\}$: **Logistique**. Les autres neurones: **ReLU**

4.1 Forward propagation

- **Input X** : 3 variables ($n^{[0]} = 3$)
- **2 couches cachées** ($n^{[1]} = n^{[2]} = 4$): **ReLU**
- **Output**: $n^{[3]} = 1$: **Logistique**



$$\begin{array}{ll} X & \in \mathbb{R}^{3 \times m} \\ W^{[1]} & \in \mathbb{R}^{4 \times 3} \\ Z^{[1]} & \in \mathbb{R}^{4 \times m} \\ W^{[2]} & \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \\ Z^{[2]} & \in \mathbb{R}^{4 \times m} \\ W^{[3]} & \in \mathbb{R}^{1 \times 4} \\ Z^{[3]} & \in \mathbb{R}^{1 \times m} \end{array} \quad \begin{array}{ll} Y & \in \mathbb{R}^{1 \times m} \\ b^{[1]} & \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \\ A^{[1]} & \in \mathbb{R}^{4 \times m} \\ b^{[2]} & \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \\ A^{[2]} & \in \mathbb{R}^{4 \times m} \\ b^{[3]} & \in \mathbb{R}^{1 \times 1} \\ A^{[3]} & \in \mathbb{R}^{1 \times m} \end{array}$$

$$\begin{aligned} Z^{[1]} &= W^{[1]}X + b^{[1]} \\ A^{[1]} &= f^{[1]}(Z^{[1]}) = \text{relu}(Z^{[1]}) \\ Z^{[2]} &= W^{[2]}A^{[1]} + b^{[2]} \\ A^{[2]} &= f^{[2]}(Z^{[2]}) = \text{relu}(Z^{[2]}) \\ Z^{[3]} &= W^{[3]}A^{[2]} + b^{[3]} \\ \hat{Y} &= A^{[3]} = f^{[3]}(Z^{[3]}) = \sigma(Z^{[3]}) \end{aligned}$$

4.1 Backward propagation

- C'est l'algorithme d'*apprentissage* des réseaux de neurones
- On définit la fonction de coût:

$$\mathcal{J}(W^{[1]}, \dots, W^{[L]}, b^{[1]}, \dots, b^{[L]}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)})$$

- On utilise la **descente de gradient**:

Répéter: {

Calculez: \hat{Y}

$$dW^{[L]} := \frac{d\mathcal{J}}{dW^{[L]}}, \quad db^{[L]} := \frac{d\mathcal{J}}{db^{[L]}}$$

$$W^{[L]} := W^{[L]} - \alpha dW^{[L]}$$

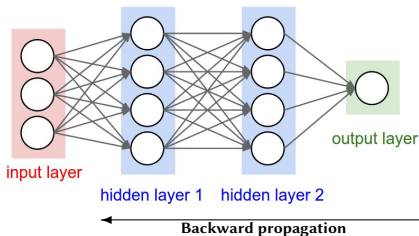
$$b^{[L]} := b^{[L]} - \alpha db^{[L]}$$

\vdots

}

4.1 Backward propagation

- On va propager l'erreur $\hat{Y} - Y$ pour modifier les valeurs des paramètres $W^{[l]}$ et $b^{[l]}$ du réseau de neurones



$$\begin{aligned}dZ^{[3]} &= A^{[3]} - Y \\dW^{[3]} &= \frac{1}{m} dZ^{[3]} A^{[2]T} \\db^{[3]} &= \frac{1}{m} \sum dZ^{[3]} \\dZ^{[2]} &= W^{[3]T} dZ^{[3]} * \text{relu}'(Z^{[2]}) \\dW^{[2]} &= \frac{1}{m} dZ^{[2]} A^{[1]T} \\db^{[2]} &= \frac{1}{m} \sum dZ^{[2]} \\dZ^{[1]} &= W^{[2]T} dZ^{[2]} * \text{relu}'(Z^{[1]}) \\dW^{[1]} &= \frac{1}{m} dZ^{[1]} X^T \\db^{[1]} &= \frac{1}{m} \sum dZ^{[1]}\end{aligned}$$

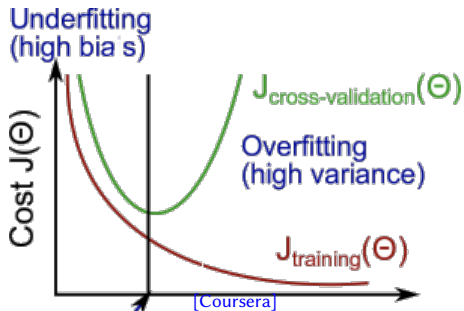
- Pour que l'apprentissage fonctionne: **Initialisation aléatoire** W, b

4.2 Les bonnes pratiques: préparer les données

- On sépare les données en trois sous-échantillons:
 - ▶ **Train:** (60%) échantillon d'entraînement avec lequel on applique la *forward-backward propagation*
 - ▶ **Validation:** (20%) échantillon qui nous permet de mesurer les performances du modèle pour différentes valeurs d'hyperparamètres et différentes architectures
 - ▶ **Test:** (20%) échantillon de test qui donne la performance du modèle final
- Il est important de séparer les données en différents sous-échantillons de test pour être sûr que le modèle de généralise bien
- S'assurer que les sous-échantillons proviennent de la même source et soient représentatifs

4.2 Les bonnes pratiques: biais et variance

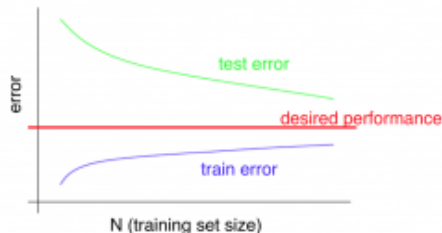
- Si $J_{train}(W, b) \gg J_{valid}(W, b)$: problème de variance: **Overfitting**
- Si $J_{train}(W, b) \approx J_{valid}(W, b) \gg 0$: problème de biais: **Underfitting**
- Comment diagnostiquer? deux valeurs à regarder:
 - ▶ Erreur de l'échantillon d'entraînement: t_{err}
 - ▶ Erreur de l'échantillon de validation: v_{err}
- On estime le cas idéal (Bayes ou opérateur humain): $\approx 0\%$



t_{err}	v_{err}	problème
1%	11%	haute variance
15%	16%	haut biais
15%	30%	haut biais & haute variance
0.5%	1%	bas biais & basse variance

4.2 Les bonnes pratiques: courbes d'apprentissage

- Entraîner un algo en augmentant le nombre d'exemples et monitorer l'évolution de l'erreur:



Biais et variance [Coursera]

4.2 Les bonnes pratiques: Que faire?

• Haut Biaise?

(Performance entraînement)

→ Oui →

Réseau plus profond

Entraîner plus longtemps

Changer architecture du NN



Recommencer! →



• Haute Variance?

(Performance validation)

→ Oui →

Plus de données

Regularisation

Changer architecture du NN



Recommencer! →

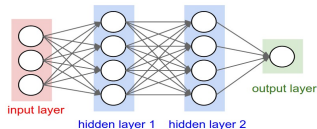


OK!

4.3 Les différentes architectures de NN

- Différentes architectures pour différents usages:

Std NN



Regression
Classification

Convolutional NN

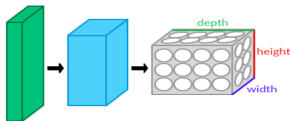
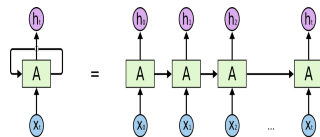


Image classifier
Object detection

Recurrent NN



Audio recognition
Time Series analysis



agaetis
Data Science & Big Data

Merci!
Des questions?

Léo Beaucourt: lbeaucourt@agaetis.fr