# ANÁLISIS NUMÉRICO II — Recuperatorio Parcial N°1 - 2017

1. Probar que si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es una matriz simétrica y semidefinida positiva entonces

   *a*) $|a_{ij}| \leq \dfrac{a_{ii}+a_{jj}}{2}$.

   *b*) $\text{máx}_{i,j} |a_{ij}| = \text{máx}_i \, a_{ii}$

2. Sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Probar que $\frac{1}{\sqrt{n}}\|A\|_\infty \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n}\|A\|_\infty$

3. Suponga que quiere resolver un sistema de la forma $Ax = b$, donde $A$ es simétrica, definida positiva y tiene estructura de "flecha":

$$A = \begin{pmatrix} \star & 0 & \dots & 0 & \star \\ 0 & \star & \ddots & 0 & \star \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \star \\ 0 & 0 & 0 & \star & \star \\ \star & \star & \star & \star & \star \end{pmatrix}$$

   es decir, $A$ es diagonal excepto por su última fila y su última columna, las cuales pueden ser diferentes de cero.

   *a*) Determinar la cantidad de operaciones necesarias para obtener la descomposición de Cholesky de $A$, aprovechando su estructura.

   *b*) Implementar el algoritmo en Octave y utilizarlo para resolver $Ax = b$, con

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 30 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 50 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \\ 31 \\ 1 \\ 52 \end{pmatrix}$$