

# ANÁLISIS NUMÉRICO II — Parcial N°1 - 2022

5-10-2022

1. Suponga  $v^1, \dots, v^m \in \mathbb{R}^n$  y  $G \in \mathbb{R}^{m \times m}$  tal que  $g_{ij} = (v^i)^T v^j$ . Muestre que  $G$  es definida positiva si y sólo si  $v^1, \dots, v^m$  son linealmente independientes
2. Demuestre que, dados  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , se cumple que  $\|xy^T\|_F = \|xy^T\|_2 = \|x\|_2 \|y\|_2$
3. a) Suponga que quiere resolver un sistema de la forma  $A^k x = b$ . Dar una estimación del número de operaciones si:
  - i) Calcula  $C = A^k$  y luego mediante  $LU$  resuelve  $Cx = b$ .
  - ii) Utiliza  $LU$  de  $A$  y evita la multiplicación matricial.b) Programar ii) para el siguiente caso:  $k = 3$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ -24 \\ 30 \end{pmatrix}$$