ANÁLISIS NUMÉRICO I/ANÁLISIS NUMÉRICO – 2021
Trabajo de Laboratorio N$^{\underline{\text{o}}}$ 2

1. Escribir una función que implemente el método de bisección para hallar una raíz de $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ en el intervalo $[a, b]$. La función debe llamarse "`rbisec`", y tener como entrada los argumentos `(fun,I,err,mit)`, donde `fun` es una función que dado x retorna $f(x)$, `I`= $[a, b]$ es un intervalo en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error y `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-esima iteración si $|f(x_k)| <$ `err` o si $k \geq$ `mit`. Los argumentos de salida deben ser `(hx,hf)` donde `hx`= $[x_1, \ldots, x_N]$ es una lista que representa el historial de puntos medios y `hf`= $[f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el historial de los respectivos valores funcionales.

2. Utilizar la función `rbisec` para:

   a) Encontrar la menor solución positiva de la ecuación $2x = \tan(x)$ con un error menor a 10^{-5} en menos de 100 iteraciones. ¿Cuántas iteraciones son necesarias cuando comenzamos con el intervalo $[0.8, 1.4]$? Usar la siguiente sintaxis:
   `hx, hy = rbisec(fun_lab2ej2a, [0.8, 1.4], 1e-5, 100)`

   b) Encontrar una aproximación a $\sqrt{3}$ con un error menor a 10^{-5}. Para esto, considere la función $x \mapsto x^2 - 3$ (que debe llamarse `fun_lab2ej2b`).

   c) Graficar conjuntamente f y los pares $(x_k, f(x_k))$ para las dos funciones anteriores y con al menos dos intervalos iniciales distintos para cada una.

3. Escribir una función que implemente el método de Newton para hallar una raíz de $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ partiendo de un punto inicial x_0. La función debe llamarse "`rnewton`", y tener como entrada `(fun,x0,err,mit)` donde `fun` es una función que dado x retorna $f(x)$ y $f'(x)$, `x0` es un punto inicial en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error y `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-esima iteración si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

$$\frac{|x_k - x_{k-1}|}{|x_k|} < \texttt{err}, \qquad |f(x_k)| < \texttt{err}, \qquad k \geq \texttt{mit}.$$

   La salida debe ser `(hx,hf)` donde `hx`= $[x_1, \ldots, x_N]$ es una lista que representa el histórico de puntos generados y `hf`= $[f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el histórico de los respectivos valores funcionales.

4. Escribir una función que, ingresando $a > 0$, retorne una aproximación de $\sqrt[3]{a}$. La aproximación debe realizarse usando el método de Newton del ejercicio anterior para resolver $x^3 - a = 0$ con un error menor a 10^{-6} mediante el uso de la función $x \mapsto x^3 - a$.

5. Escribir una función que implemente el método de iteración de punto fijo para hallar un punto fijo de $\varphi : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, partiendo de un punto inicial x_0. La función debe llamarse "`ripf`", y tener como entrada `(fun,x0,err,mit)` donde `fun` es una función que dado x retorna $\varphi(x)$, `x0` es un punto en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error y `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-ésima iteración si

$|x_k - x_{k-1}| <$ `err` ó bien $k \geq$ `mit`. La salida debe ser `hx` donde `hx`$= [x_1, \ldots, x_N]$ es una lista del histórico de puntos generados.

6. Se quiere usar la fórmula de iteración $x_{n+1} = 2^{x_n - 1}$ para resolver la ecuación $2x = 2^x$. Utilizar la función del ejercicio anterior para investigar si converge; y en caso afirmativo, estudiar hacia qué valores lo hace para distintas elecciones de x_0, tomando un número máximo de 100 iteraciones y un error menor a 10^{-5}. Usar la siguiente sintaxis:
   `hx = ripf(fun_lab2ej6, x0, 1e-5, 100)`

7. Se desea conocer la gráfica de una función u definida implícitamente como $u(x) = y$ donde y es solución de
$$y - e^{-(1-xy)^2} = 0.$$
   Implementar tres versiones de esta función, hallando el valor de y con los métodos de los ejercicios de bisección (`lab2ej7bisec`), Newton (`lab2ej7newton`) y punto fijo (`lab2ej7ipf`). Los valores iniciales y tolerancias usadas por los distintos métodos deben ser escogidos de manera que cualquier usuario pueda graficar u en el intervalo $[0, 1.5]$ sin inconvenientes.

8. Encontrar el mínimo de la función $f(x) = \frac{\tan x}{x^2}$ en el intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$. Para ello calcular la raíz de su derivada usando el método de Newton.

9. La generación de energía de un molino de viento depende del diámetro de la circunferencia generada por sus aspas y la velocidad del viento de la zona. Una buena estimación de la energía generada está dada por la fórmula:
$$E = 0.01328 D^2 V^3,$$
   donde E es la energía generada, D es el diámetro en metros y V es la velocidad del viento en m/s.

   Usar el método de Newton para determinar el diámetro del molino si se desea generar 500W de energía eléctrica cuando la velocidad del viento es de 24 km/h.