

Introducción a la Optimización para Invertir en la Bolsa

Luis Biedma - lbiedma17@gmail.com

29/09/2018



FAMAF

Facultad de Matemática,
Astronomía y Física



Optimización

Aplicaciones

Un poco de finanzas

Modern Portfolio Theory

Notebook

Conclusiones

Optimización

Introducción

Imaginemos que tenemos que armar un desayuno nutritivo con los siguientes elementos:

Alimento	Tamaño de Porción	Energía (Kcal)	Proteínas (Gramos)	Calcio (mg)	Precio (\$/porción)	Límite (porciones/día)
Avena	28 g	110	4	2	30	4
Pollo	100 g	205	32	12	240	3
Huevos	2 grandes	160	13	54	130	2
Leche Entera	237 cc	160	8	285	90	8
Kuchen	170 g	420	4	22	200	2
Porotos	260g	260	14	80	60	2

Introducción

Un problema similar a éste tenía Leonid Kantorovich en los '40, en una escala un poquito más grande...

Introducción

Un problema similar a éste tenía Leonid Kantorovich en los '40, en una escala un poquito más grande...



Qué es la optimización?

En criollo:

- Encontrar el **mejor valor** para una función (objetivo, costo, pérdida)...
- ... relativo a algún conjunto (restricciones).

Qué es la optimización?

En criollo:

- Encontrar el **mejor valor** para una función (objetivo, costo, pérdida)...
- ... relativo a algún conjunto (restricciones).

Un poquito más formal:

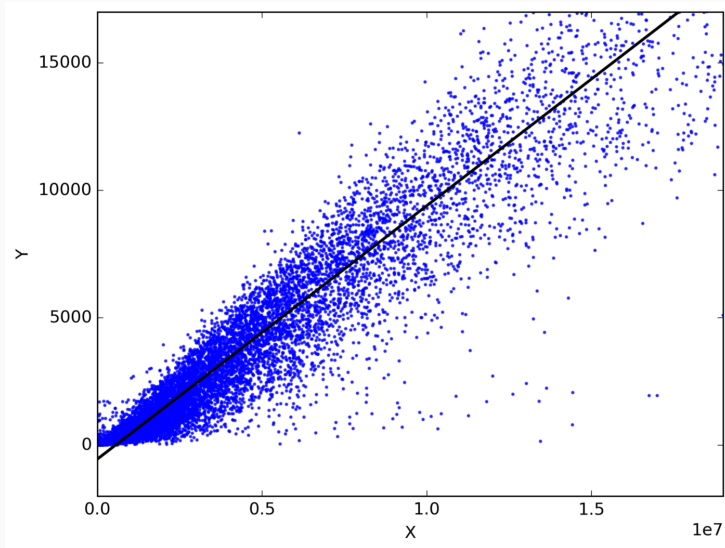
$$\min_x f(x)$$

$$\text{sa } x \in S$$

Optimización

Aplicaciones

Regresión Lineal



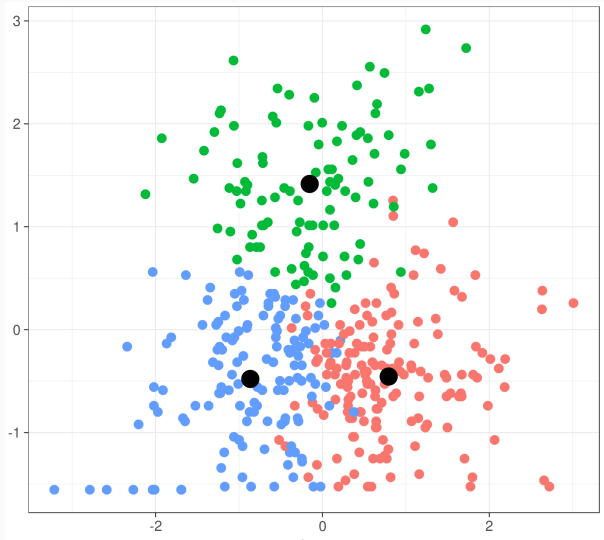
Cuadrados Mínimos

Dado un conjunto de datos $D = D_1, D_2, \dots, D_k$, de la forma $D_i = (x_i, y_i)$, donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ y $y_i \in \mathbb{R}$, obtener un mapeo lineal $f : X \rightarrow Y$ tal que $f(x_i) = y_i, \forall i$.

Como no suele existir, se propone $f(x) = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n + b$ y se busca:

$$\min_w \sum_{i=1, \dots, n} (y_i - f(x_i))^2$$

Clustering



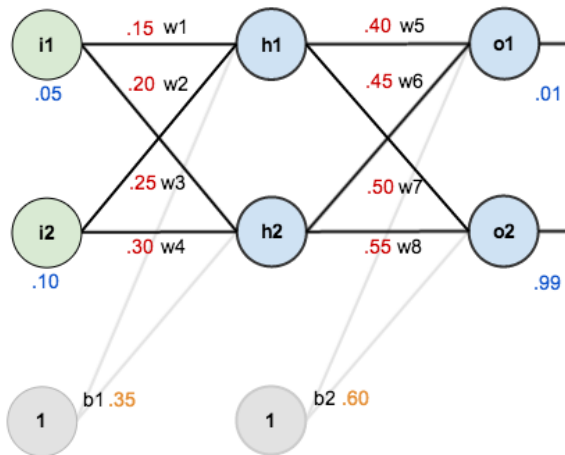
K-Means

Dado un conjunto de observaciones (x_1, x_2, \dots, x_n) con $x_i \in \mathbb{R}^n$, particionarlo en k conjuntos $S = S_1, S_2, \dots, S_k$

Es un algoritmo iterativo, en cada iteración se propone una partición S y se va corrigiendo, buscando la solución al problema:

$$\operatorname{argmin}_S \sum_{i=1}^k \sum_{x \in S_i} \|x - \mu_i\|^2 = \operatorname{argmin}_S \sum_{i=1}^k \#S_i \operatorname{Var}(S_i)$$

Redes Neuronales



Back Propagation

- La red neuronal no deja de ser una función $F : X \rightarrow Y$ que lleva el input hacia el output.
- Se puede pensar como una cadena de cuadrados mínimos, donde la aproximación no es necesariamente lineal.
- La agrupación de capas hace que el modelo *aproxime la realidad* de forma más compleja.

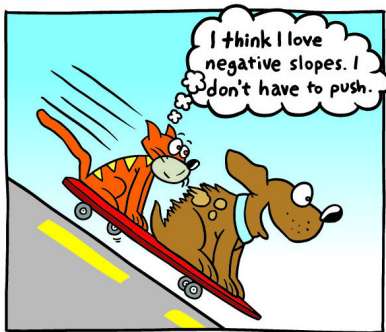
$$F(x_i) = f_1(f_2(\dots(f_n(x_u))))$$

Luego, buscamos:

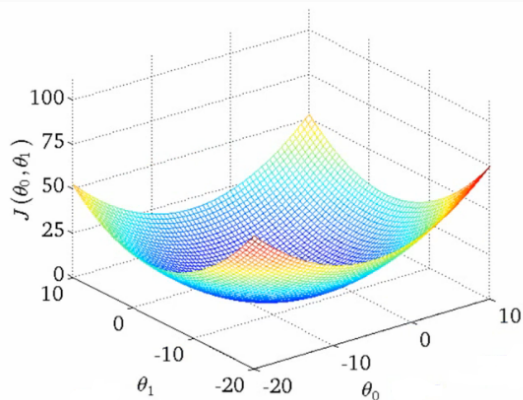
$$\min_w \sum_{i=1, \dots, n} E(y_i - F(x_i))^2$$

Cómo resolver estos problemas?

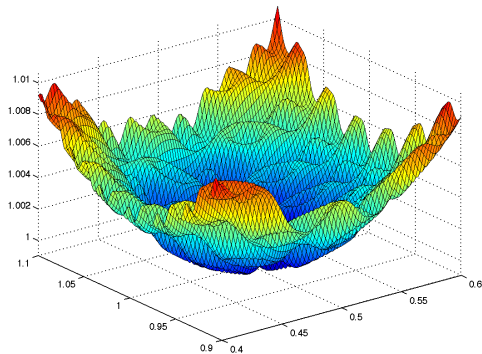
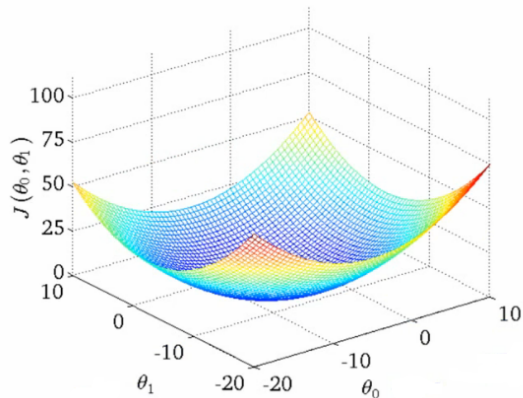
- Optimización Continua.
- Función objetivo derivable, conjunto “amigable” ...
- A seguir el gradiente! (solvers)



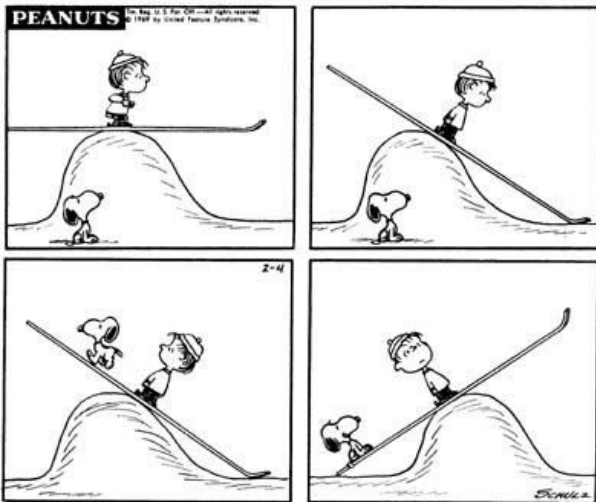
Todo muy lindo, pero...



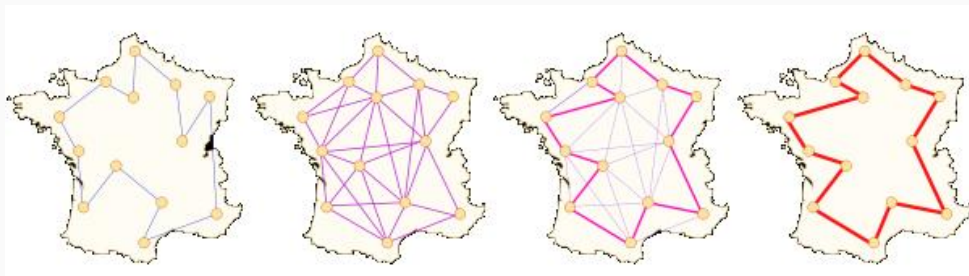
Todo muy lindo, pero...



Todo muy lindo, pero...



Más complicaciones...



... llevan a más aplicaciones

- Ubicación de antenas de telefonía.
- Producción de energía mediante diferentes fuentes. (Optimización Estocástica)
- Diseño de alas de avión. (Optimización de Formas)
- Funcionamiento correcto de líneas de ensamble. (Investigación Operativa)
- Planificación de turnos. (Optimización Entera)
- Armado de fixtures.

Para optimizar necesitamos...

Un Solver:

- GUROBI
- CPLEX
- IPOPT
- Adam - Adadelta, etc.

Un Framework que permita aplicarlo:

- CVXPY (<http://www.cvxpy.org/>)
- PULP (<https://pythonhosted.org/PuLP/>)
- Pyomo (<http://www.pyomo.org/>)
- **scipy.optimize** (<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/optimize.html>)

Un poco de finanzas

Algunos conceptos básicos

Acción: Un activo financiero que representa la tenencia de una parte de una empresa. Es probablemente el activo más popular a nivel mundial.

Mercado: Intermediario que permite la interacción de compradores y vendedores de algún tipo de activo financiero.

ByMA: El mercado minorista de compra/venta de acciones de Argentina.

Merval: Índice financiero que representa el rendimiento de las acciones más operadas en Argentina.

Portfolio: Conjunto de inversiones de un individuo.

Acciones



Acciones



Qué afecta al valor de una acción?

- Bienes y Ganancias.
- Generación de valor a futuro.
- Precio de materias primas.
- Administración de la empresa.
- Contexto nacional e internacional.
- ?

Qué afecta al valor de una acción?

**Microsoft CEO Satya Nadella
Unveils New Digital Strategy For
Businesses: 'Tech Intensity'**



Qué afecta al valor de una acción?

Elon Musk reportedly became angry and headbutted a car at Tesla's factory because the assembly line would stop when people got too close to it



Un poco de finanzas

Modern Portfolio Theory

Qué es MPT?

- Creada por Harry Markowitz en su artículo “Portfolio Selection” (1952), trabajo por el cual ganó un Premio Nobel en Economía.
- Asumimos que una persona que invierte en el mercado de capitales quiere maximizar su ganancia esperada.
- Los mercados a veces son impredecibles y la persona que invierte, además, tiene cierta aversión al riesgo.
- “Diversification is the only free lunch in finance”.
- El objetivo para una buena inversión: Maximizar la ganancia esperada y minimizar la variación en el tiempo de la inversión.

No poner todos los huevos en una canasta



Notebook

Modelemos nuestro problema

- $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ es el vector de los pesos que le asignemos a cada acción en la que se puede invertir.
- $E(x_i^d)$ es la ganancia esperada de la acción i el día d , entonces $E(X^d)$ es el vector de ganancias esperadas el día d .
- $Cov(X^d)$ es la matriz de covarianza de las variaciones de los precios de las acciones para cada día.
- λ es la aversión al riesgo, es un número real positivo.

Modelemos nuestro problema

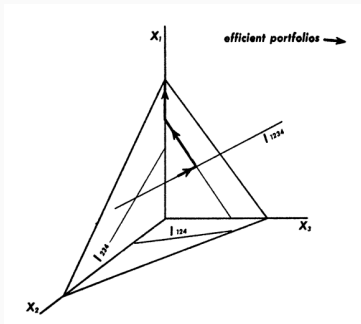
- $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ es el vector de los pesos que le asignemos a cada acción en la que se puede invertir.
- $E(x_i^d)$ es la ganancia esperada de la acción i el día d , entonces $E(X^d)$ es el vector de ganancias esperadas el día d .
- $Cov(X^d)$ es la matriz de covarianza de las variaciones de los precios de las acciones para cada día.
- λ es la aversión al riesgo, es un número real positivo.

La función a maximizar cada día, para n acciones, es:

$$f^d(W) = \sum_{i=1}^n E(X^d)^T W - \lambda W^T Cov(X^d) W$$

Restricciones

- No podemos invertir más dinero del que tenemos y no podemos vender acciones que no tenemos: $0 \leq w_i \leq 1$.
- Queremos invertir siempre todo el capital que tenemos: $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.



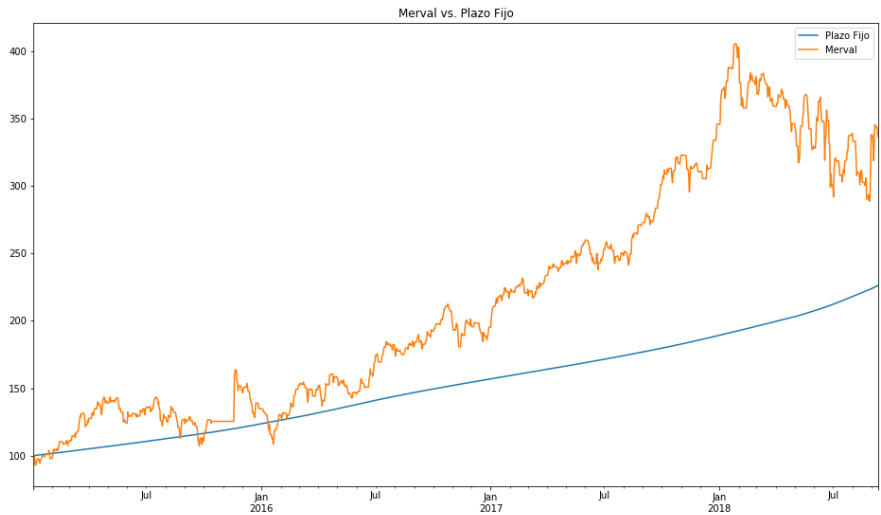
Conclusiones

Control de daños:

- Le ganamos al mercado!
- Es posible armar una estrategia de esta manera? Variables enteras...
- El mercado es MUCHO más grande.
- Comisiones...

Espacio para mejorar:

- Ganancia esperada.
- Reinforcement learning.
- Sentiment analysis
- Etece, etece, etece...



Muchas gracias!