Einführung in die Automatisierungstechnik

Studiengang: Produktionstechnik, Systems Engineering

- Vorlesung 03 -

Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Fischer
Dr.-Ing. Gerald Ströbel

Bremer Institut für
Messtechnik, Automatisierung
und Qualitätswissenschaft

Lehrziele und Gliederung

V1 Motivation, Anwendungsbereiche, Prozesse und Methoden der Automatisierungstechnik

V2 Automatisierung in der Produktion

V3 **Boolesche Algebra 1**

Ü1 Matlab Einführung

V4 Bolsche Algebra 2: Graphen

Ü2 Übung Boolsche Algebra

V5 Fuzzy Logic

Ü3 Fuzzy Logic

V6 Neuronale Netze

Ü4 Neuronale Netze

V7 Automatisiertes Messen und Steuern

Ü5 Automatisiertes Messen und Steuern

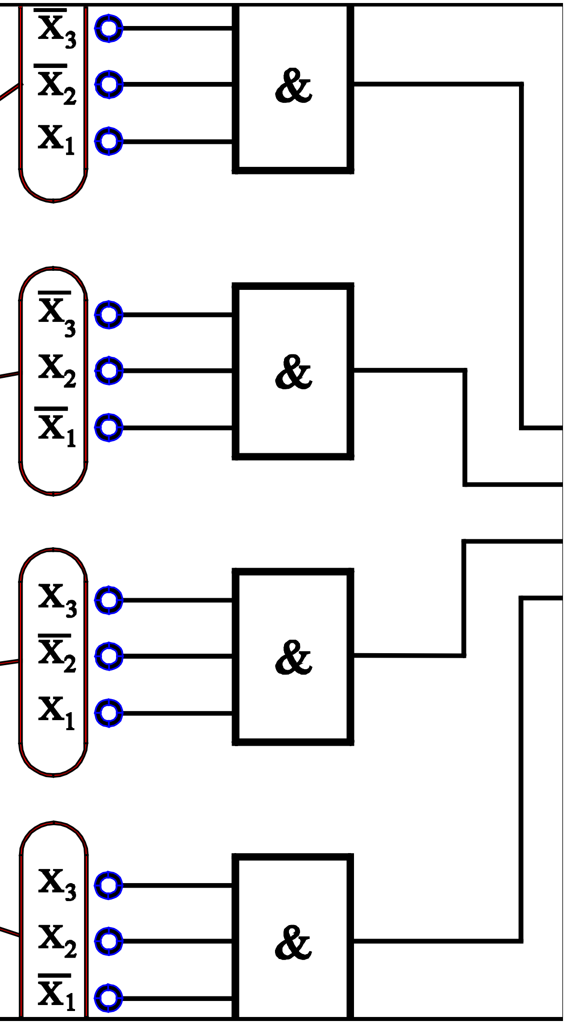
V8 Speicherprogrammierbare Steuerungen

Ü6 Übungen und Musterklausuren

Boolesche Algebra

- Boolesche Funktionen -

x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



Boolesche Algebra

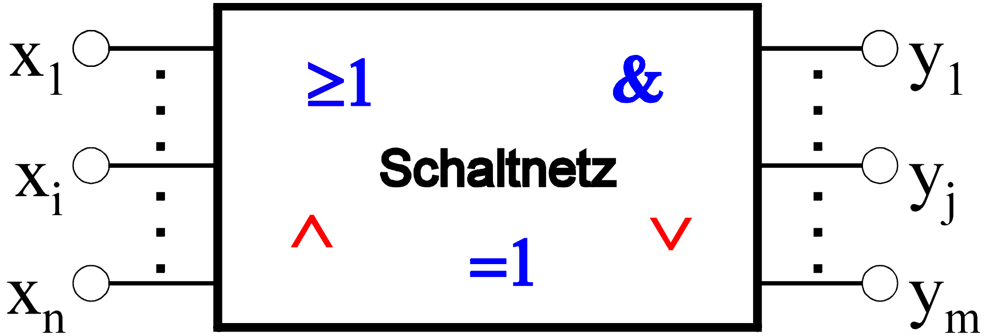
- Boolesche Funktionen -

- Aussagelogik liefert die Grundlage für die Boolesche Algebra
- vergleiche Theorie zur "mathematischen Logik"
- Eine Aussage ist jeder Satz, der entweder wahr oder falsch ist {w,f}
- Schaltfunktionen und Schaltnetze
- f_{schlt}: Abbildung von $\{0,1\}^n \dashrightarrow \{0,1\}^m$
- Sie bildet die Menge mit n-Tupel mit n Eingängen in die Menge der m-Tupel mit m Ausgängen ab (Tupel: Liste mathematischer Objekte)

- Literatur: Grundlagen der Informatik/ Math. Logik und Automatentheorie
- z.B. Rembold /Levi: Einführung in die Informatik

Boolesche Algebra

- Definition des Schaltnetzes -



Schaltfunktionen

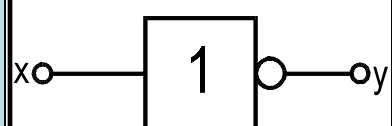
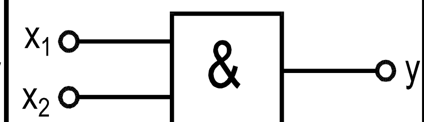
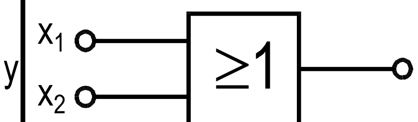
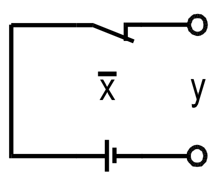
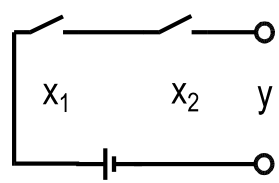
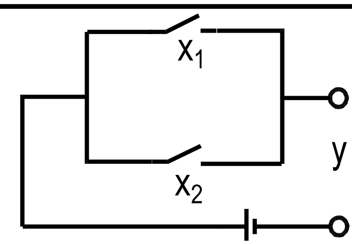
$$y_j = f(x_1, \ldots x_i, \ldots x_n)$$

$$x_i, y_j \in \{0,1\}$$

DIN 44300: Ein Schaltnetz ist ein Schaltwerk, dessen Ausgangswert zu irgendeinem Zeitpunkt nur von Wert am Eingang zu diesem Zeitpunkt abhängt

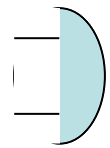
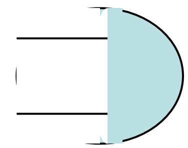
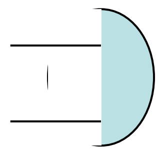
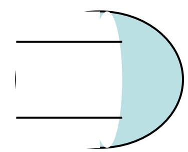
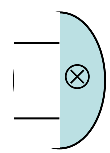
Boolesche Algebra

- Schaltverknüpfungen -

	NEGATION auch NICHT-Verknüpfung	KONJUNKTION auch UND-Verknüpfung	DISJUNKTION auch ODER-Verknüpfung
Logische Darstellung	$\overline{}$	$\wedge$	$\vee$
Beispiel	$y = \overline{x}$	$y = x_1 \wedge x_2$	$y = x_1 \vee x_2$
Definition durch Wert der Schaltfunktion	$\overline{0} = 1$ $\overline{1} = 0$	$0 \wedge 0 = 0$ $0 \wedge 1 = 0$ $1 \wedge 0 = 0$ $1 \wedge 1 = 1$	$0 \vee 0 = 0$ $0 \vee 1 = 1$ $1 \vee 0 = 1$ $1 \vee 1 = 1$
Schaltsymbol DIN 40700 seit 1976			
Repräsentation mit Schaltern			

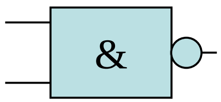
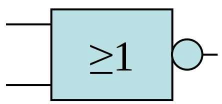
Boolesche Algebra

- Normen und Symbole -

	Symbole (Funktion)	Schaltsymbole DIN 40 700 seit 1976 IEC 60617-12	Schaltsymbole DIN 40 700 bis 1976	Amerikanische Symbole	logische Darstellung
AND	AND	&			$(x_1 \wedge x_2)$
OR	OR	≥1			$(x_1 \vee x_2)$
NOT	NOT	1			$\bar{x}_1$
XOR	XOR	=1			$(x_1 \otimes x_2)$ $(x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2)$

Boolesche Algebra

- Normen und Symbole -

	Symbole (Funktion)	Schaltsymbole DIN 40 700 seit 1976 IEC 60617-12	Schaltsymbole DIN 40 700 bis 1976	Amerikanische Symbole	logische Darstellung $(x_1 \wedge x_2)$
NAND					$\overline{(x_1 \wedge x_2)}$
NOR					$\overline{(x_1 \vee x_2)}$

Freie Symbolik (beliebige Schaltfunktion)

$$(x_1 \wedge \overline{x}_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_2)$$
$$(x_1 \wedge \overline{x}_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_2)$$
$$(x_1 \wedge \overline{x}_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_2)$$
$$(\overline{\overline{x}_1} \wedge x_2) \wedge \neg x_2 \vee \overline{x}_3 \wedge x_4 \vee x \wedge \overline{x_2} \wedge x \wedge y_2$$

Boolesche Algebra

- Die Gesetze der Booleschen Algebra -

	UND			ODER		
1.	$x_1 \wedge x_2$	=	$x_2 \wedge x_1$	$x_1 \vee x_2$	=	$x_2 \vee x_1$
2.	$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$	=	$(x_1 \wedge x_2) \wedge x_3$	$x_1 \vee x_2 \vee x_3$	=	$(x_1 \vee x_2) \vee x_3$
		=	$x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3)$		=	$x_1 \vee (x_2 \vee x_3)$
		=	$x_2 \wedge (x_1 \wedge x_3)$		=	$x_2 \vee (x_1 \vee x_3)$
3.	$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3)$	=	$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$	$x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$	=	$(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3)$
4.	$x \wedge 1$	=	x	$x \vee 1$	=	1
5.	$x \wedge 0$	=	0	$x \vee 0$	=	x
6.	$x \wedge \overline{x}$	=	0	$x \vee \overline{x}$	=	1
7.	$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3)$	=	$x_1 \wedge x_4$	$x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$	=	$x_1 \vee x_4$
	mit x_4	=	$x_2 \vee x_3$	mit x_4	=	$x_2 \wedge x_3$

1.: Kommutativgesetz
2.: Assoziativgesetz
3.: Distributivgesetz
4.: Einsgesetz
5.: Nullgesetz
6.: Komplementgesetz
7.: Substitution

Boolesche Algebra

- Die Sätze der Booleschen Algebra -

	UND	ODER
1.	$\overline{\overline{(x)}} = x$	
2.	$x \wedge x = x$	$x \vee x = x$
3.	$x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1$	$x_1 \vee (x_1 \wedge x_2) = x_1$
4.	$x_1 \wedge (\overline{x}_1 \vee x_2) = x_1 \wedge x_2$	$x_1 \vee (\overline{x}_1 \wedge x_2) = x_1 \vee x_2$
5.	$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \overline{x}_2) = x_1$	$(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2) = x_1$

6. De Morgansches Theorem $y(xi, \overline{x}i, 0, 1, \wedge, \vee) = \overline{y}(\overline{x}i, xi, 1, 0, \vee, \wedge)$

Beispiel 1: Satz 3a

Behauptung:

$$x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1$$

$$\begin{aligned} x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) &= (x_1 \vee 0) \wedge (x_1 \vee x_2) && \text{wg. Nullgesetz} \\ &= x_1 \vee (0 \wedge x_2) && \text{wg. Distributivgesetz} \\ &= x_1 \vee 0 && \text{wg. Nullgesetz} \\ &= x_1 \end{aligned}$$

qed.

Boolesche Algebra

- De Morgan Theorem -

Der Beweis für das De Morgansche Theorem in seiner allgemeinen Form ist nicht so einfach und auch aufwendig. Wir beschränken uns darum auf den Beweis eines Sonderfalles mit zwei Variablen x_1 und x_2.

Beispiel 2:

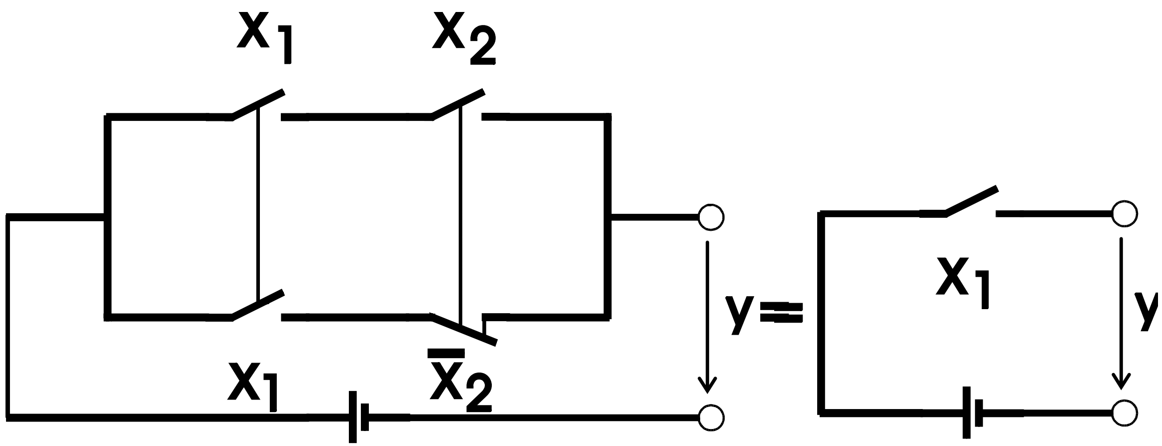
Behauptung:

$$
\begin{array}{rcll}
x_1 \wedge x_2 = y & \Rightarrow & \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 = \bar{y} & \\
y \wedge \bar{y} = 0 & = & (x_1 \wedge x_2) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2) & \text{wg. Komplementgesetz} \\
 & = & (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_2) & \text{wg. Distributivgesetz} \\
 & = & (x_1 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_2) & \text{wg. Kommutativgesetz} \\
 & = & ((x_1 \wedge \bar{x}_1) \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge (x_2 \wedge \bar{x}_2)) & \text{wg. Assoziativgesetz} \\
 & = & (0 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge 0) & \text{wg. Komplementgesetz} \\
 & = & 0 \vee 0 & \text{wg. Nullgesetz} \\
 & = & 0 & \text{trivial}
\end{array}
$$

qed.

Boolesche Algebra

- Boolesche Verknüpfungen -



$$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2) = x_1$$

Zur Veranschaulichung eines Satzes der Booleschen Algebra

Boolesche Algebra

- Vollständige Wertetabelle -

Zeile	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

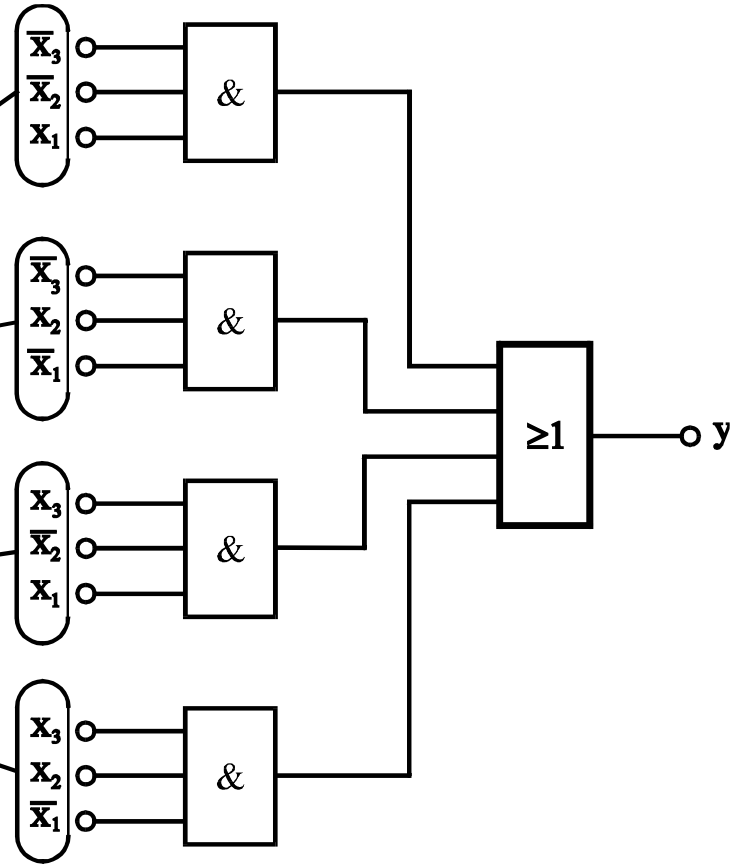
n Eingangsvariable
$k=2^n$
Zahl der Schaltfunktionen
$f=2^{2^n}$

Vollständige Wertetabelle für 3 Eingangsvariablen

Boolesche Algebra

- Disjunktive Normalform -

Zeile	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0



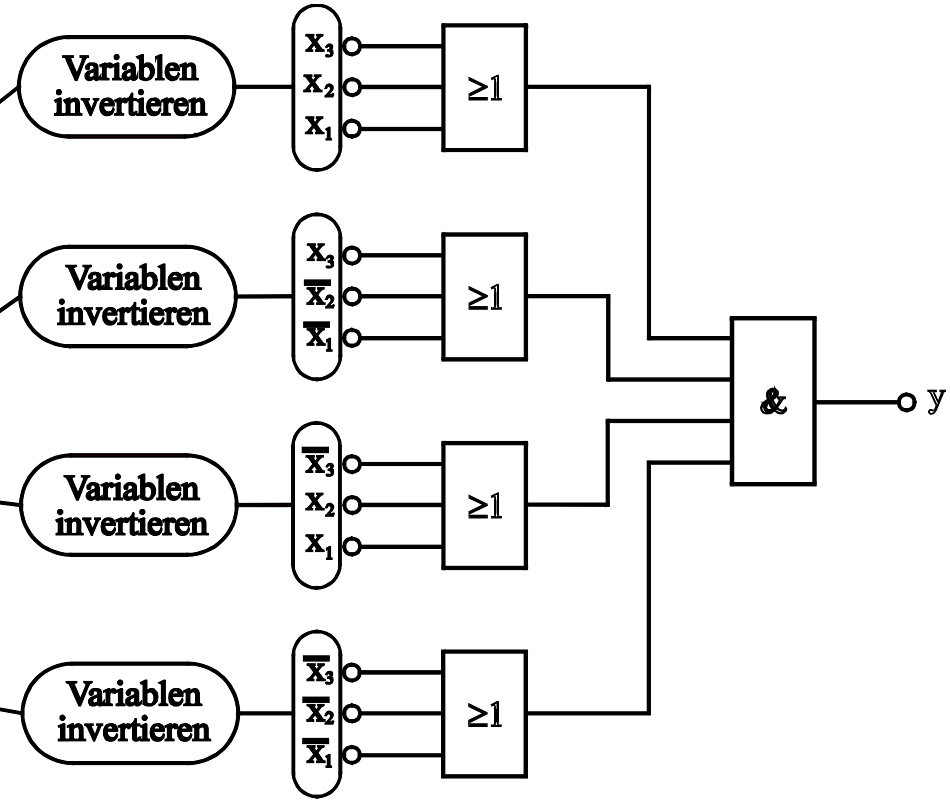
$$y = \underbrace{(\overline{x}_3 \wedge \overline{x}_2 \wedge x_1)}_{\text{aus Zeile 1}} \vee \underbrace{(\overline{x}_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_1)}_{\text{aus Zeile 2}} \vee \underbrace{(x_3 \wedge \overline{x}_2 \wedge x_1)}_{\text{aus Zeile 5}} \vee \underbrace{(x_3 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_1)}_{\text{aus Zeile 6}}$$

Die „Wahrheitstabelle" und die disjunktive Normalform

Boolesche Algebra

- Boolesche Funktionen -

Zeile	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0



$$y = \underbrace{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)}_{\substack{\text{aus Zeile 0}\\\text{Variablen}\\\text{invertiert}}} \wedge \underbrace{(x_3 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_1)}_{\substack{\text{aus Zeile 3}\\\text{Variablen}\\\text{invertiert}}} \wedge \underbrace{(\overline{x}_3 \vee x_2 \vee x_1)}_{\substack{\text{aus Zeile 4}\\\text{Variablen}\\\text{invertiert}}} \wedge \underbrace{(\overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_1)}_{\substack{\text{aus Zeile 7}\\\text{Variablen}\\\text{invertiert}}}$$

Die „Wahrheitstabelle" und die konjunktive Normalform

Boolesche Algebra

- Boolesche Funktionen -

- Aus der DNF oder der KNF lässt sich immer ein Schaltnetz ableiten, das die Schaltfunktion erfüllt.

- Dieses Schaltnetz ist jedoch nicht optimal bezüglich der Zahl der Verknüpfungen bzw. Bauelemente, die für seine physikalische Abbildung verwendet werden.

Boolesche Algebra

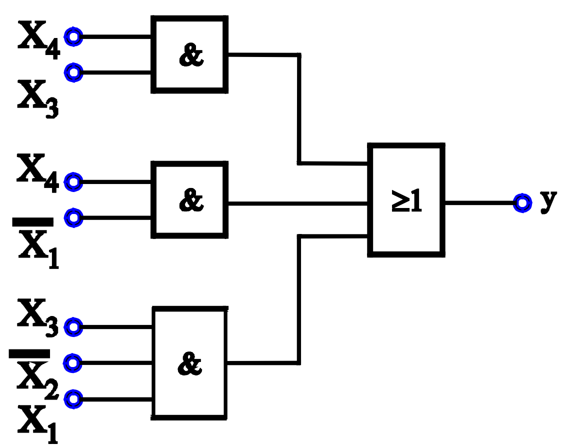
- Karnaugh-Veitch Diagramme -

Zeile	x_4	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

$x_4\, x_3$ \ $x_2\, x_1$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

Gruppe	erfüllt von
1	$x_4 \wedge x_3$
2	$x_4 \wedge \overline{x}_1$
3	$x_3 \wedge \overline{x}_2 \wedge x_1$

$$y = (x_4 \wedge x_3) \vee (x_4 \wedge \overline{x}_1) \vee (x_3 \wedge \overline{x}_2 \wedge x_1)$$

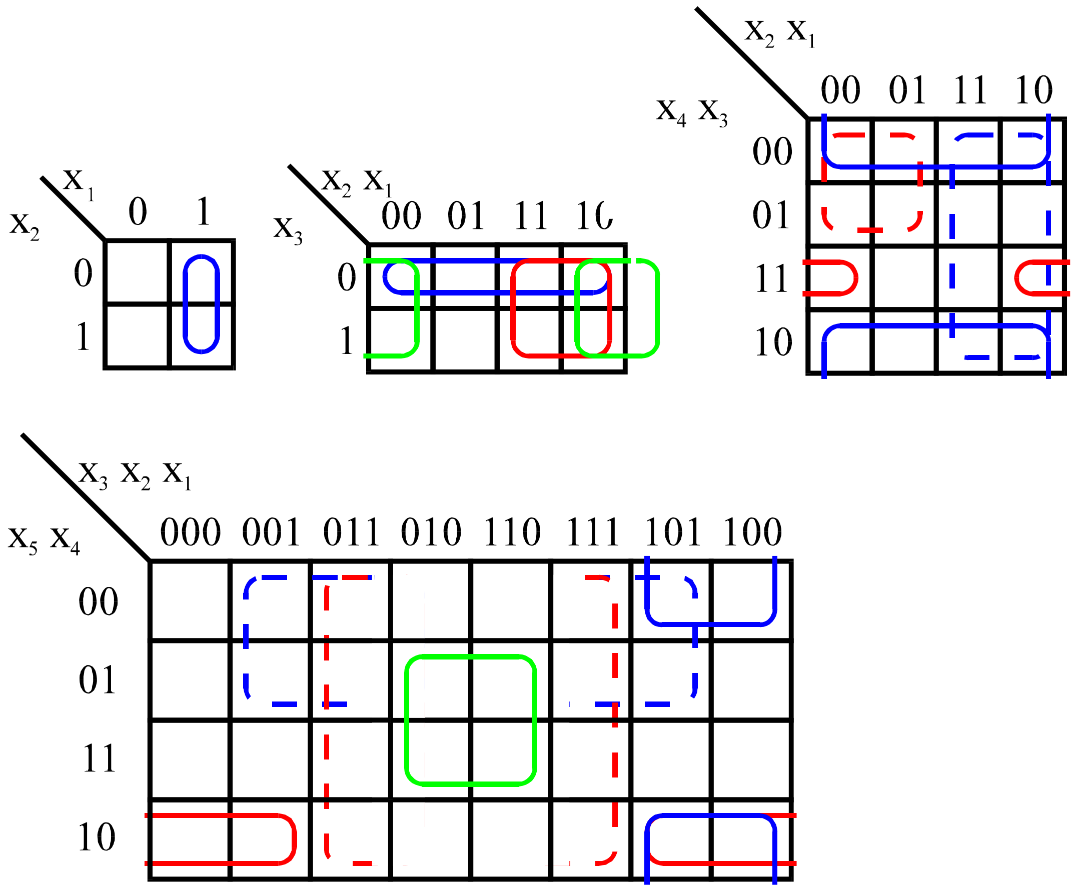


Minimierung mit Karnaugh-Veitch Diagramm

Boolesche Algebra

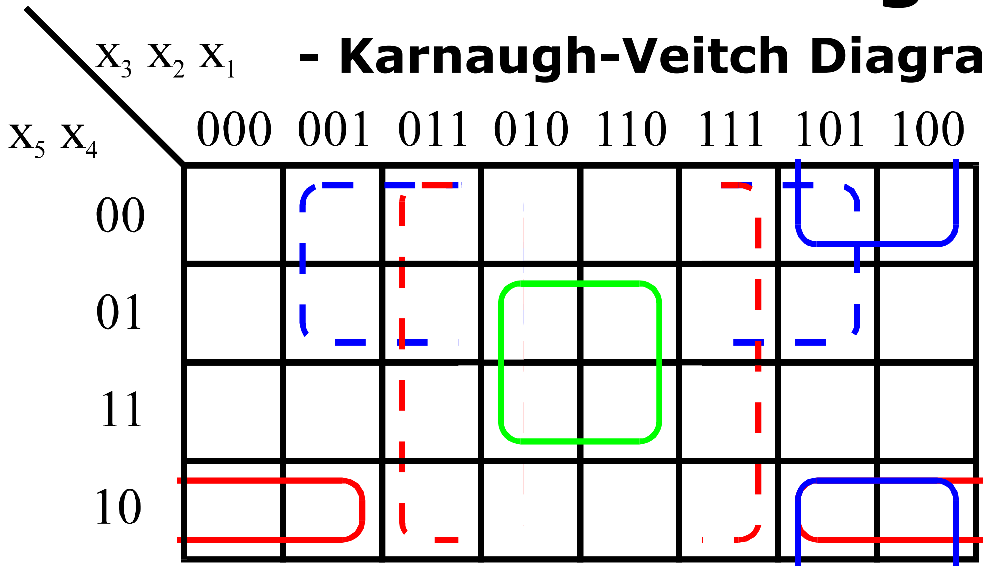
- Karnaugh-Veitch Diagramme -

Beispiele für Gruppenbildung in Karnaugh-Diagrammen



Boolesche Algebra

- Karnaugh-Veitch Diagramme -

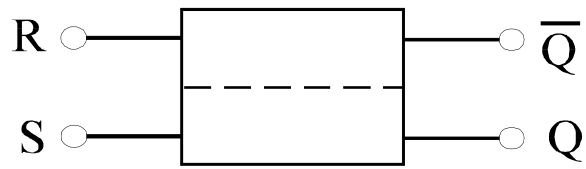


- Ist die Schaltfunktion von fünf Eingangsvariablen abhängig, vergrößern sich die Gruppen durch Berücksichtigung von Symmetrien entlang der in Abb. 2.4-10 senk-rechten Mittelachse. Ist eine Gruppe n Felder groß, so sind die in dieser Gruppe enthaltenen Konjunktionen der disjunktiven Normalform unabhängig von m = ld(n) Schaltvariablen. Eine Gruppe ist von einer Schaltvariablen unabhängig, wenn die Schaltvariable innerhalb dieser Gruppe beide möglichen Schaltzustände einnehmen kann.
- Beispiel
- 4 Felder (Mitte) m = ld(4)=2 d.h. abhängig von $(\overline{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_4)$ unabhängig von $(x_5 \wedge x_3)$
- 8 Felder (Mitte) m = ld(8)=3 d.h abhängig von $(x_1 \wedge x_2)$ unabhängig von $(x_3 \wedge x_4 \wedge x_5)$

Boolesche Algebra

- Speicherelemente -

Symbol



Speicherelemente zum Aufbau von Schaltwerken

- Nachdem zunächst Methoden zur Behandlung von Schaltnetzen vorgestellt wurden, zeigt der folgende Teil grundlegende Bauelemente mit Speicherfunktion.
- Solche Speicherelemente werden Flipflops genannt. Flipflops sind bistabile Kippschaltungen mit zwei stabilen Ausgangssignalzuständen.
- Vergl. EN60617-12

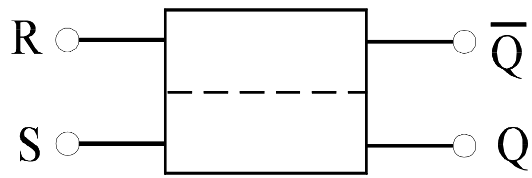
Boolesche Algebra

- Speicherelemente, das RS Flipflop -

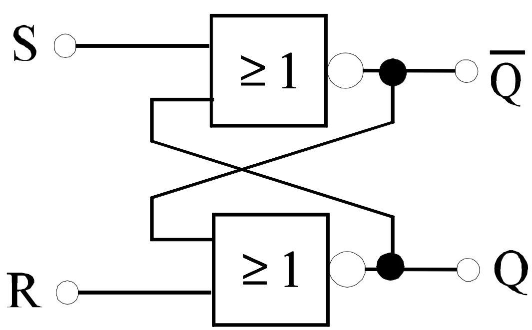
Wertetabelle

	Zeile	R_ξ	S_ξ	Q_ξ	$Q_{\xi+1}$
	1	0	0	0	0
	2	0	0	1	1
t_2:	3	0	1	0	1
t_3:	4	0	1	1	1
	5	1	0	0	0
$t_{1,4}$:	6	1	0	1	0
t_5:	7	1	1	0	unbe-stimmt
t_5:	8	1	1	1	unbe-stimmt

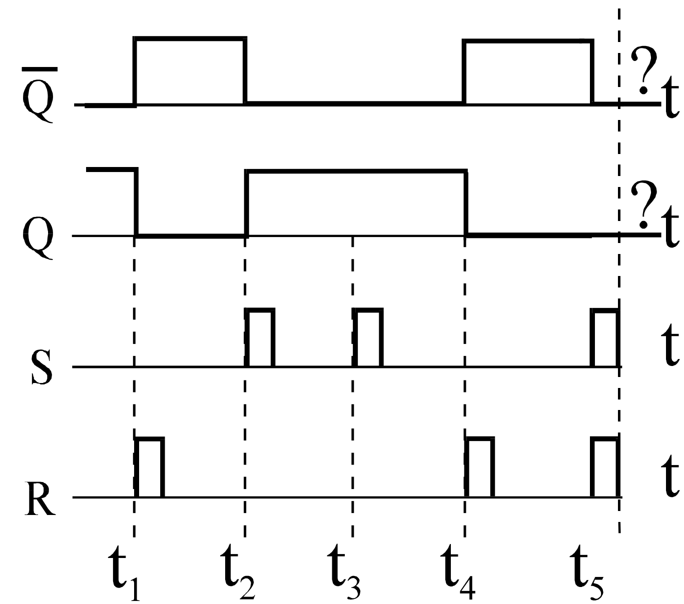
Symbol



Schaltung



Zeitdiagramm



Charakteristische Gleichung

$$Q_{\xi+1} = \left[S \vee (\overline{R} \wedge Q) \right]_\xi$$

für $R \wedge S = 0$

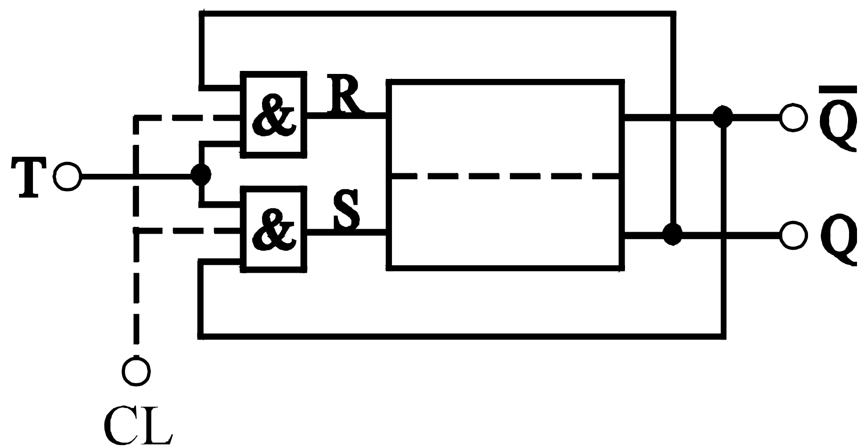
Boolesche Algebra

- Speicherelemente, das T-Flipflop -

Wertetabelle

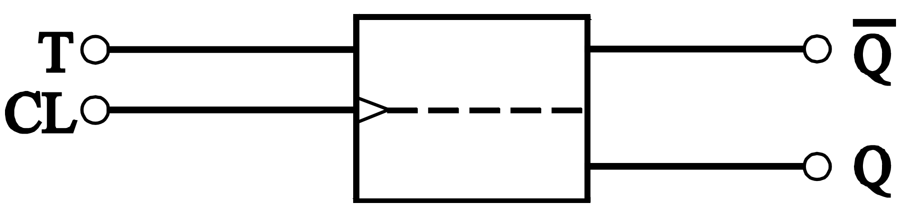
Zeile	T_ξ	Q_ξ	$Q_{\xi+1}$
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0

T-FF aus RS-FF



$(\tau_{CL} \approx t_{Um})$

Symbol



Charakt. Gleichung

$$Q_{\xi+1} = \left[(T \wedge \overline{Q}) \vee (\overline{T} \wedge Q)\right]_{\xi}$$

Boolesche Algebra

- Speicherelemente, das T-Flipflop -

- Zeitlicher Verlauf T-FF

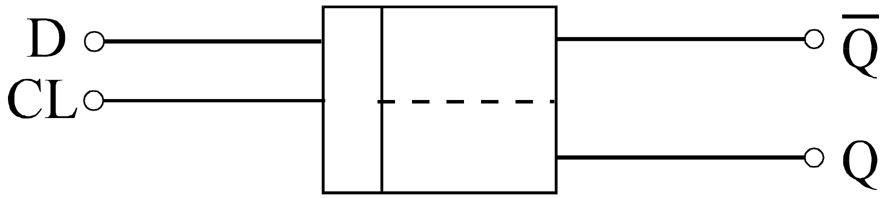
Boolesche Algebra

- Speicherelemente, das D-Flipflop -

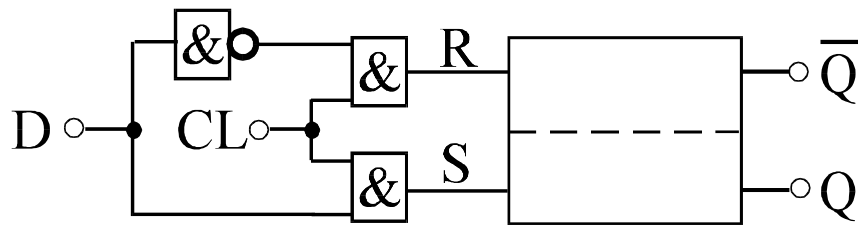
Wertetabelle

Zeile	D_ξ	Q_ξ	$Q_{\xi+1}$
1	0	0	0
2	0	1	0
3	1	0	1
4	1	1	1

Symbol



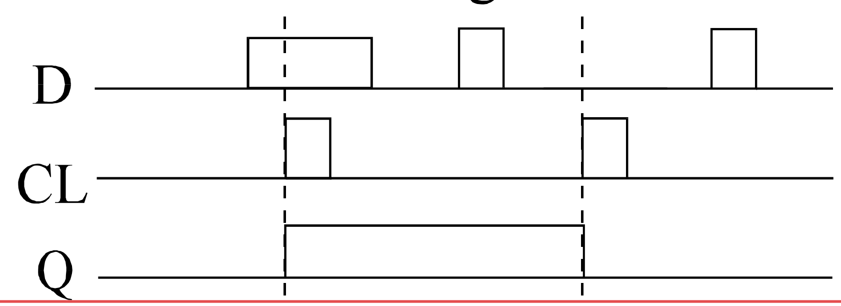
D-Latch aus RS-FF



Charakt. Gleichung

$$Q_{\xi+1} = D_\xi$$

Zeitdiagramm



(speichert D in Q bis D=0 und CL=1)

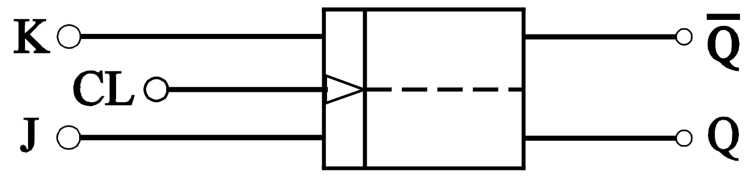
Boolesche Algebra

- Speicherelemente, das JK-Flipflop -

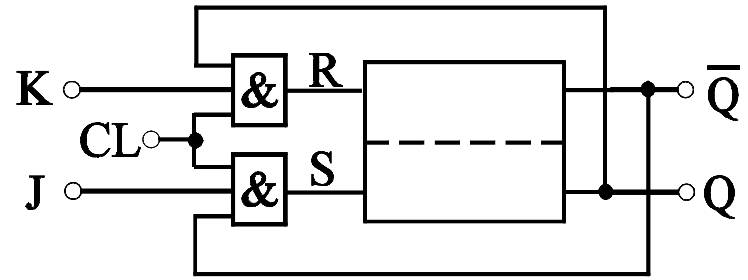
Wertetabelle

Zeile	J_ξ	K_ξ	Q_ξ	$Q_{\xi+1}$
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

Symbol



JK-FF aus RS-FF



Charakt. Gleichung

$$Q_{\xi+1} = \left[(\overline{K} \wedge Q) \vee (J \wedge \overline{Q}) \right]_\xi$$

Boolesche Algebra

- Speicherelemente, das JK-Flipflop -

CK	J	K	Q_{ξ}	$Q_{\xi+1}$
X	0	0	0	0
X	0	0	1	1
$\uparrow$	0	1	X	0
$\uparrow$	1	0	X	1
$\uparrow$	1	1	Toggle	

Verkürzte Darstellung der Wertetabelle mit 4 Eingängen
CK Clock und -> steht für die Flanke (z.B. Vorderflanke)
X (0 oder 1) Zeile 3 Rücksetzen, Zeile 4 Setzen
Toggle: 0 -> 1 ; 1 -> 0
(hin und herschalten, das FF „schwingt“ mit der Frequenz des Clock Signals bei JK=1)

Boolesche Algebra

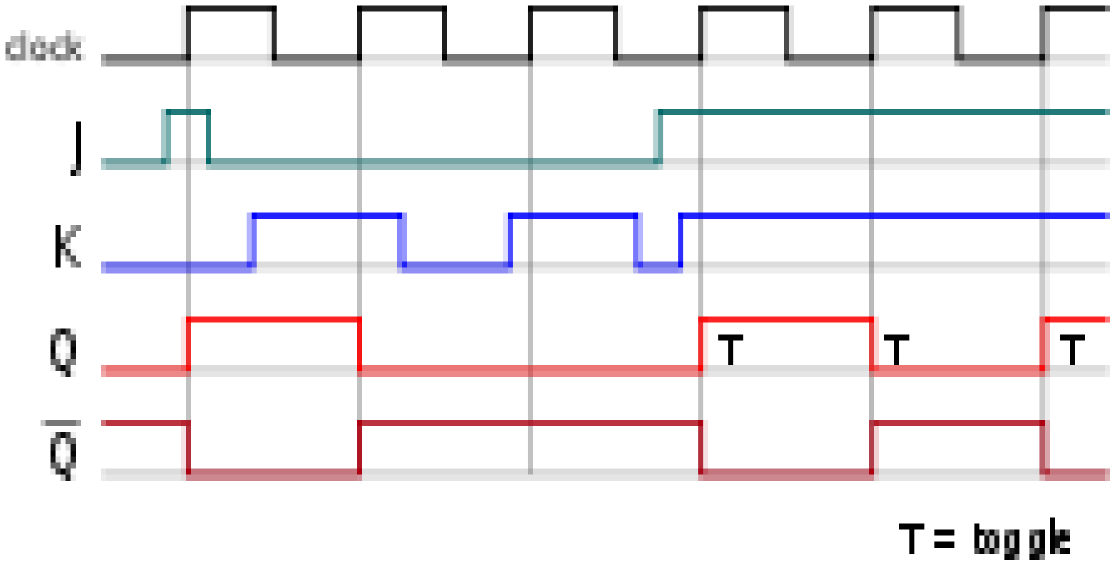
- Speicherelemente, das JK-Flipflop -

Zeile	CK	J	K	Q	Q+1	
0	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	1	
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	
5	0	1	0	1	1	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	
8	1	0	0	0	0	
9	1	0	0	1	1	
10	1	0	1	0	0	
11	1	0	1	1	0	
12	1	1	0	0	1	
13	1	1	0	1	1	
14	1	1	1	0	1	
15	1	1	1	1	0	

Boolesche Algebra

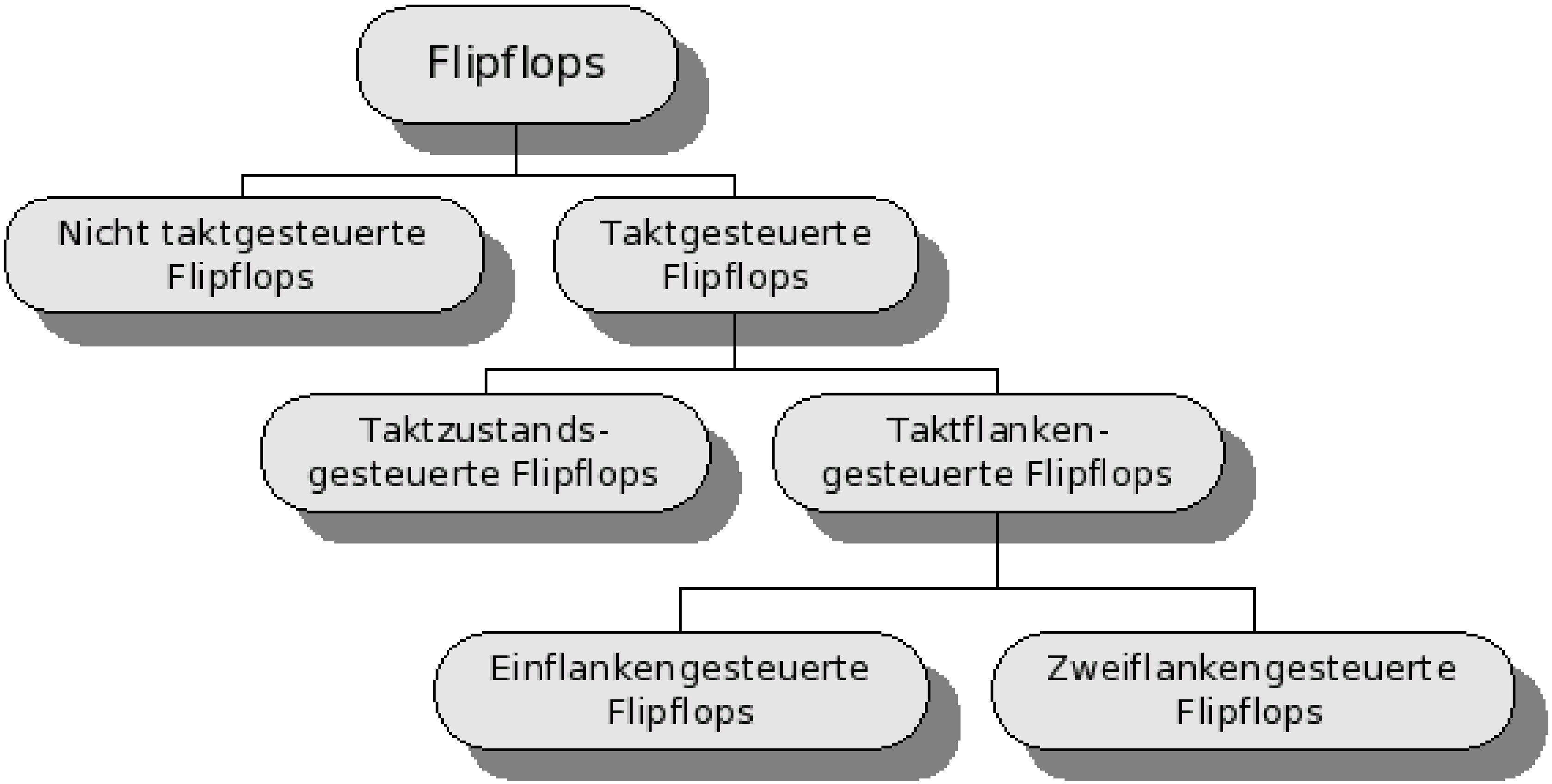
- Speicherelemente, das JK-Flipflop -

- Zeitlicher Verlauf JK-FF



Boolesche Algebra

- Speicherelemente, Flipflops -



Lehrziele und Gliederung

V1 Motivation, Anwendungsbereiche, Prozesse und Methoden der Automatisierungstechnik

V2 Automatisierung in der Produktion

V3 **Boolesche Algebra 1**

Ü1 Matlab Einführung

V4 Bolsche Algebra 2: Graphen

Ü2 Übung Boolsche Algebra

V5 Fuzzy Logic

Ü3 Fuzzy Logic

V6 Neuronale Netze

Ü4 Neuronale Netze

V7 Automatisiertes Messen und Steuern

Ü5 Automatisiertes Messen und Steuern

V8 Speicherprogrammierbare Steuerungen

Ü6 Übungen und Musterklausuren