Exemple [modifier | modifier le code]

En physique, on utilise souvent l'équation différentielle

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\lambda\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = y$$

L'équation différentielle homogène associée

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\lambda\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

possède selon le signe de $\lambda^2 - \omega_0^2$ les solutions suivantes :

- $\lambda^2 > \omega_0^2 : x(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}\left(A\mathrm{e}^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}\right)$, avec $\alpha = \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$, dit régime apériodique,
- $\lambda^2 = \omega_0^2 : x(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}\left(At + B\right)$, dit **régime critique**,
- $\lambda^2 < \omega_0^2 : x(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}\left(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right)$, avec $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$, dit **régime pseudo-périodique**.

On note aussi cette équation différentielle $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = y$ (en fonction du temps).

On peut également avoir une équation différentielle de la forme $a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = d$. Dans ce cas, $2\lambda = \frac{b}{a}, \omega_0^2 = \frac{c}{a}$ et $y = \frac{d}{a}$.