

Федеральное Агентство Научных Организаций

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г. И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
ПО ОКОНЧАНИЮ ОБУЧЕНИЯ В АСПИРАНТУРЕ

**Измерения сечения реакции $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma, \pi^0\gamma \rightarrow 3\gamma$
с детектором КМД-3 на коллайдере ВЭПП-2000**

Специальность: 01.04.16 Физика атомного ядра и элементарных частиц

Тема научных исследований в аспирантуре: Изучения реакции $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma, \pi^0\gamma \rightarrow 3\gamma$

Оценка _____

Научный руководитель _____ д. ф.-м. н. Б. А. Шварц

Аспирант _____ Г. П. Разуваев

Новосибирск 2018

Содержание

1 Введение	3
2 Эксперимент	5
2.1 ВЭПП-2000	5
2.2 КМД-3	7
2.2.1 Дрейфовая камера	8
2.2.2 Z-камера	9
2.2.3 Цилиндрический калориметр	10
2.2.4 Торцевой калориметр на основе кристаллов BGO	12
2.2.5 Система запуска детектора	14
2.2.6 Система сбора данных	15
2.2.7 Программа реконструкции событий	15
3 Изучение процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ с трёхфотонным конечным состоянием	19
3.1 Относительные вероятности распада	19
3.1.1 $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$	19
3.1.2 $\rho \rightarrow \pi^0\gamma$	20
3.1.3 $\phi \rightarrow \pi^0\gamma$	20
3.2 Аномальный магнитный момент мюона	21
3.2.1 История	21
3.2.2 Вклады в $g_\mu - 2$	21
3.2.3 Расчёт вкладов в различных моделях	23
3.3 Структура мезонов	24
3.4 Другие измерения	25
3.5 Отбор событий	26
3.5.1 Кинематическая реконструкция	28
3.5.2 Определение числа сигнальных событий	31
3.6 Определение эффективности отбора	33
3.6.1 Моделирование	33
3.6.2 Поправка к эффективности регистрации фотонов	34
3.6.3 Эффективность нейтрального триггера	38
3.7 Сечение процессов	41

1 Введение

Физика элементарных частиц и их взаимодействий великолепно описывается в рамках Стандартной Модели (СМ), нашедшей множество экспериментальных подкреплений. Стоит отметить, что стандартную модель принято разделять на квантовую электродинамику, квантовую хромодинамику (КХД) и слабые взаимодействия. Однако, можно выделить два вопроса по отношению к СМ, важных для данной работы: возникают проблемы с прямым вычислением в рамках СМ сечений и динамики процессов с участием адронов в области энергий ниже 2 ГэВ; с другой стороны, наблюдается ряд явлений не согласующихся предсказаниями СМ.

Система частиц с общей энергией до 2 ГэВ может быть представлена множеством адронных состояний, изучение которых производится в различных подходах, среди которых хотелось бы отметить наиболее универсальный, как в смысле числа различных наблюдаемых состояний, так и достигаемых точностях — измерение сечений и динамик реакций на e^+e^- коллайдерах с универсальным детекторами частиц.

Среди противоречивых предсказаний СМ отдельно стоит выделить категорию прицезионных измерений физических величин, например аномальный магнитный момент мюона $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$. Расчёт последнего в рамках СМ требует вычисления вклада адронной поляризации вакуума (АПВ). В силу вышеупомянутой трудности вычисления адронных вкладов в рамках КХД, недостающие данные черпаются из других источников, кои можно разбить на три категории: прямое использование экспериментальных данных полученных на e^+e^- машинах; разработка феменологических моделей и проведение требуемых вычислений уже в их рамках; расчёты из первых принципов на решётках. Стоит отметить, что можно наблюдать и комбинации этих трёх подходов. Последняя область является сравнительно молодой и находится в фазе активного роста, чему способствует как возросшие доступные вычислительные мощности, так и развитие подходов. Первые же два вида вычислений в своей базе имеют те или иные экспериментальные данные, в основном принадлежащие к одному из традиционно выделяемых классов: прямые измерения сечений реакций в e^+e^- столкновениях на сканирующих коллайдерах; измерения методом радиационного возрата; данные извлекаемы из распадов τ -мезонов.

Текущая работа посвящена измерению сечения процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ и

$e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ с последующим распадом псевдоскалярного мезона в 2γ . Анализ выполнен с детектором КМД-3 на ускорительном комплексе ВЭПП-2000 и использует 80 pb^{-1} , набранных в диапазоне энергий $\sqrt{s} = 0.32 - 1.1 \text{ ГэВ}$.

Данные адронных сечений используются для расчёта вклада адронной поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона a_μ и константу сильного взаимодействия $\alpha_s(q^2)$. Предсказания Стандартной Модели для a_μ расходятся с последним экспериментом по прямому измерения аномального магнитного момента мюона в эксперименте E821 [Ben+06] на $\sim 3.7\sigma$ в случае расчёта адронной поляризации вакуума по данным e^+e^- -аннигиляции [KNT18].

Сечения изучаемых процессов $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma$ являются резонансное поведение, особенно ярко обозначая лёгкие векторные мезоны $\omega(782)$ и $\phi(1020)$.

Так адиационные переходы между лёгкими псевдоскалярными и векторными мезонами — $V \rightarrow P\gamma$ и $P \rightarrow V\gamma$ — позволяют изучать смешивание чистых $SU(3)$ -состояний кварковой модели [Fel00], полезно для развития феноменологических моделей, например модели доминантности векторных мезонов [Sak60] и модели Намбу и Иона-Лазинио [NJ61].

Реакции $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma$ начали изучаться на установках в Орсаи (АСО) и затем в Новосибирске (детекторы НД, ОЛЯ, СНД, КМД-2).

Задачами данной работы является разработка алгоритма выделения событий процессов $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma \rightarrow 3\gamma$ с вычислением сечений реакций.

Данный документ имеет следующую структуру. Во второй главе даётся описание коллайдера ВЭПП-2000 и детектора КМД-3. Третья глава посвящена изучению процессов $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma$. Заключение находится в четвёртой главе.

2 Эксперимент

2.1 ВЭПП-2000

Сканирующий ускорительный комплекс со встречными электрон-позитронными пучками ВЭПП-2000 в ИЯФ СО РАН работает с 2010 года в диапазоне энергий в системе центра масс пучков от 320 МэВ до 2007 МэВ [Ber+12].

Коллайдер использует одно кольцо и работает в режиме сгусток–сгусток с использованием круглых пучков [Dan+96]. Фокусировка в месте встречи осуществляется с помощью сверхпроводящих магнитов с полем 13 Тл.



Рис. 1: Схема ускорительного комплекса ВЭПП-2000 до 2014 года.

Схема ускорительного комплекса до 2013 года представлена на Рис. f1. Комплекс состоял из импульсного линейного ускорителя ИЛУ, синхротрон Б3-М, конвертора, бустурного кольца БЭП и коллайдера ВЭПП-2000.

В 2013–2016 годах была проведена модернизация комплекса, главным образом направленная на использования нового инжекционного комплекса ВЭПП-5 и улучшение БЭП, позволяющие теперь ускорять и инжектировать пучки на энергию эксперимента, то есть до 1 ГэВ.

В 2017 году была возобновлена работа ускорительного комплекса и достигнуты значения светимости $3 \times 10^{31} \text{ см}^{-2}\text{c}^{-1}$ на энергии $\sqrt{s} = 2 \text{ ГэВ}$ [Sha+18].

В местах встречи пучков на коллайдере установлено и работает два универсальных детектора КМД-3 и СНД.

Для измерения энергии пучков на коллайдере ВЭПП-2000 используется метод с обратным комптоновским рассеянием монохроматичных фотонов СО-лазера на электронном пучке, [Aba+14]. Что позволяет измерять энергию пучков с относительной систематической ошибкой порядка 6×10^{-5} .

2.2 КМД-3



Рис. 2: Схема детектора КМД-3: 1 — вакуумная труба, 2 — дрейфовая камера, 3 — BGO калориметр, 4 — Z-камера, 5 — сверхпроводящий соленоид, 6 — LHe калориметр, 7 — времяпролётная система, 8 — CsI калориметр, 9 — ярмо магнита.

Для проведения экспериментов на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-2000 был частично модернизирован детектор СНД и создан новый универсальный детектор, который получил название криогенного магнитного детектора третьего поколения — КМД-3 [Kha10], позволяющий регистрировать и измерять с высокой точностью параметры заряженных частиц и фотонов. В период работы с 2011 года детектором КМД-3 было набрано интеграл светимости 120 pb^{-1} . Общий вид детектора представлен на Рис. 2. Электронные и позитронные пучки сталкиваются в центре вакуумной камеры (1), которая имеет внутренний диаметр 34 мм. Центральная часть вакуумной камеры сделана из алюминия толщиной 0.5 мм ($5.3 \times 10^{-3} X_0^1$) и длиной 20 см.

Для определения координат, углов и импульсов заряженных частиц область столкновения пучков охватывает трековая система, которая находится внутри тонкого сверхпроводящего соленоида (толщина $0.18 X_0$, магнитное поле 1.3 Тл). Трековая система состоит из дрейфовой камеры, Z-камеры и торцевого калориметра на основе кристаллов ортогерманата висмута $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$. Вне магнит-

¹ X_0 — радиационная единица длины.

ного поля в цилиндрической части детектора находятся жидкоксеноновый калориметр LXe(6) и калориметр на основе активированных кристаллов CsI(7). Жидкоксеноновый калориметр позволяет измерить координаты точки конверсии фотона и совместно с калориметром на основе активированных кристаллов CsI измерить энергию фотона. Для фотонов, летящих из места встречи пучков, все три калориметра покрывают 95 % телесного угла. Между жидкоксеноновым калориметром и CsI калориметром расположена время-пролётная система (7). Снаружи детектор окружен мюонной пробежкой системой (8) на основе сцинтилляционных счётчиков для подавления фона космических частиц.

2.2.1 Дрейфовая камера

Дрейфовая камера (ДК) детектора КМД-3 способна работать при высоких загрузках и эффективно регистрировать многотрековые события, [Gra+10]. Координаты, углы и импульсы заряженных частиц измеряются в ДК, которая плотно вставлена внутрь двухслойной многопроволочной пропорциональной Z-камеры (4). ДК представляет собой цилиндрический объём длиной 44 см и диаметром 60 см. Внутренняя и наружная цилиндрические оболочки, а также торцевые фланцы сделаны из углепластика, чтобы уменьшить количество пассивного вещества на пути частиц. Торцевые фланцы выполнены в виде сегментов сферы. Дрейфовая камера состоит из 1218 гексагональных ячеек с длиной диагонали 18 мм. Ячейка образована шестью полевыми проволочками с сигнальной проволочкой по центру. Полевые проволочки имеют диаметр 80 $\mu\text{м}$ и сделаны из титана, покрытого золотом. Сигнальные проволочки, диаметром 15 $\mu\text{м}$, изготовлены из сплава вольфрам-кремний. Камера продувается газовой смесью Ar : iC₄H₁₀ в пропорции 80 : 20. Суммарное количество вещества в ДК для частицы, вылетевшей перпендикулярно по отношению к оси пучков, эквивалентно 0.015 X_0 . Для частицы летящей вдоль оси z из плоскости центрального сечения камеры — 0.04 X_0 . Максимальное время дрейфа ионизации достигает 600 нс.

Поперечные координаты трека измеряются по времени дрейфа первичной ионизации до сигнальных проволочек с точностью $\sim 100 \mu\text{м}$. Продольные координаты треков измеряются методом деления заряда и в среднем точность измерения составляет 2–3 мм.

Поскольку камера расположена в магнитном поле, в стандартном режиме

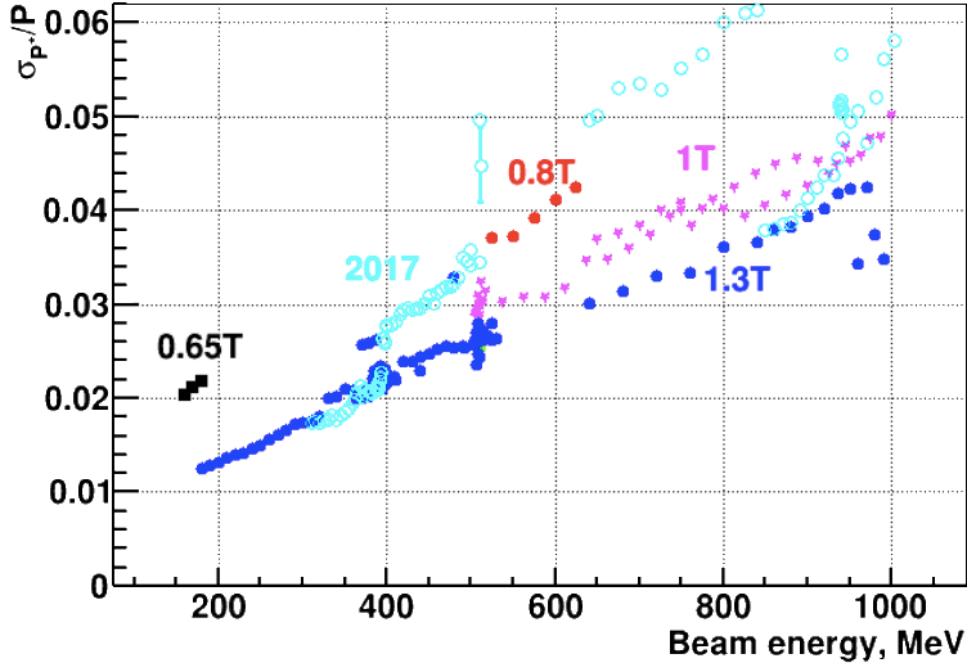


Рис. 3: Импульсное разрешение дрейфовой камеры.

работы 1.3 Тл, то по кривизне треков заряженных частиц определяется их импульс и знак электрического заряда.

Абсолютная калибровка шкалы (пересчёт отношения зарядов на концах проволочки в продольную координату) осуществляется с использованием информации с Z-камеры, которая имеет точность восстановления продольных координат трека ~ 0.5 мм, а систематическую погрешность меньше 0.1 мм. Импульсное разрешение ДК составило $\sigma_p/p = 1.3 - 4.5\%$ для импульсов лежащих в диапазоне 160–1000 МэВ/с (см. Рис. 3). Разрешение по азимутальному углу равно 9 мрад и 3.5 мрад для частиц с импульсами 160 МэВ/с и 1 ГэВ/с, соответственно. Разрешение по полярному углу практически не зависит от величины импульсы и равно ~ 15 мрад. Точность определения величины удельных энергопотерь dE/dx эквивалентна 10–13 %.

2.2.2 Z-камера

Z-камера это двухслойная многопроволочная пропорциональная камера с анодным и катодным считыванием информации, [Ana+92]. Z-камера детектора КМД-3 является не только координатным детектором, но и одним из основных элементов первичного заряженного триггера. В каждом слое камеры 704 анодных проволочек, объединенных в 24 сектора. Камера продувается быстрой газовой смесью на основе фреона-14 CF_4 и изобутана iC_4H_{10} в пропорции 80 : 20, что

позволяет достичнуть временной разброс анодных сигналов меньше 5 нс.

Два слоя Z-камеры обеспечивают практически 100 % эффективность регистрации заряженной частицы, что особо важно для выработки первичного сигнала заряженного триггера. Так как Z-камера находится перед цилиндрическим калориметром, то во избежание ухудшения энергетического разрешения калориметра, конструкция Z-камеры оптимизировалась по количеству используемого вещества и составила в среднем $0.02 X_0$ для нормально падающей частицы, что заметно меньше толщины сверхпроводящего соленоида ($0.18 X_0$), находящегося также перед цилиндрическим калориметром.

2.2.3 Цилиндрический калориметр

Цилиндрический калориметр детектора КМД-3 состоит из двух слоёв и перекрывает полярные углы от 38° до 142° , охватывая 79 % полного телесного угла, [Ani+13]. Общая толщина активного вещества для нормально падающей частицы составляет $13.3 X_0$. Внутренний слой представлен жидкоксеноновым калориметром, а внешний — кристаллическим калориметром на основе CsI(Na) и CsI(Tl).

Толщина ближнего к оси пучков жидкоксенонового калориметра составляет $5.2 X_0$, масса ксенона 1.2 тонны. Второй, внешний калориметр построен на основе кристаллов CsI(Na) и CsI(Tl) общим числом 1152 и весом равен 2.2 тонны, радиационная длина $8.1 X_0$.

Суммарно перед активном веществом калориметра находится $6.27 \text{ г}^3/\text{см}$ или $0.35 X_0$ пассивного вещества. Между кристаллическим и жидким калориметром находится $4.63 \text{ г}^3/\text{см}$ или $0.25 X_0$.

Энергетическое разрешение цилиндрического калориметра для событий баба рассеяния описывается функцией $\sigma_E^{\text{bar}}/E = \frac{3.6\%}{\sqrt{E/\text{ГэВ}}} \oplus 2.7\%$ (см. Рис. 8), [Ani+17]. Пространственное разрешение цилиндрического калориметра для кластеров с восстановленной точкой конверсией по полоскам LXe калориметра описывается функцией $\sigma_\varphi/\text{мрад} = 3.70 + 0.33/(0.25 + E/\text{ГэВ})$ (см. Рис. 9). В отсутствие полосковой информации — $\sigma_\varphi/\text{мрад} = 37.0 + 3.6/(0.1 + E/\text{ГэВ})$.

Жидко-ксеноный калориметр Жидко-ксеноный калориметр показан на Рис. 6, и состоит из 15 соосных цилиндров, семь из которых имеют полосковую структуру и являются катодами, а восемь цилиндров образуют аноды.

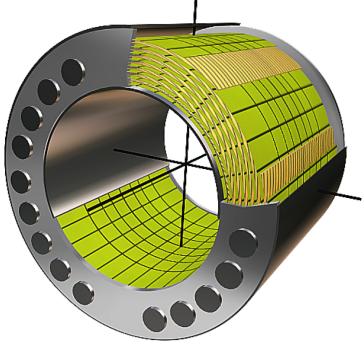


Рис. 4: Жидкоксеноновый калориметр.

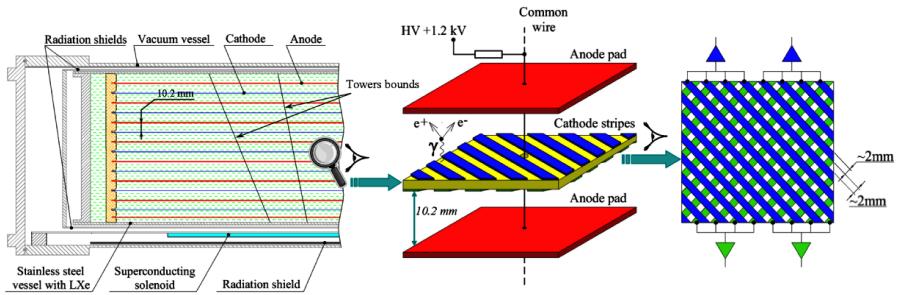


Рис. 5: Электроника жидкоксеннового калориметра.

Медная фольга каждого анода разделена на 8 колец вдоль оси пучка. Каждое кольцо, в свою очередь, поделено на 33 одинаковых сегмента в $R - \varphi$ плоскости. Образованные таким образом прямоугольники, электрически соединены по радиусу и образуют башни в количестве 264, каждая из которых смотрит на точку взаимодействия пучков. Зазор между анодом и катодом 10.2 мм. Диаметры внутреннего и наружного цилиндров равны 738 мм и 1024 мм соответственно, длина 920 мм.

Каждый катодный электрод на обоих сторонах разделен на полоски, которые по отношению к оси пучков составляют углы $\pm 45^\circ$. Каждая полоска, в свою очередь, подразделена на 4 узких полоски шириной 2 мм и зазором между ними 2 мм. Такая структура полосок полупрозрачна и индуцированный сигнал практически одинаков на обеих сторонах катода. В результате обе координаты точки конверсии фотона могут быть измерены в одном зазоре. Полное число катодных каналов 2124.

Координатное разрешение измерялось по отобранным коллинеарным событиям, используя аналоговую информацию с полосок. Координаты трека в каждом зазоре определяются методом центра тяжести, через которые проводится оптимальная прямая линия. В результате было показано, что пространственное разрешение составляет $\sim 1 - 2$ мм.

Калориметр на основе кристаллов CsI Калориметр на основе кристаллов CsI(Tl) и CsI(Na) состоит из 8 одинаковых октантов и каждый содержит 9 линейных модулей с 16 кристаллами, ориентированных вдоль оси пучков, [Aul+15]. Зазор между кристаллами составляет не более 0.5 мм. Семь центральных модулей состоят из прямоугольных кристаллов с размерами $60 \times 60 \times 150$ мм³. Два боковых модуля имеют специальную форму кристаллов, чтобы

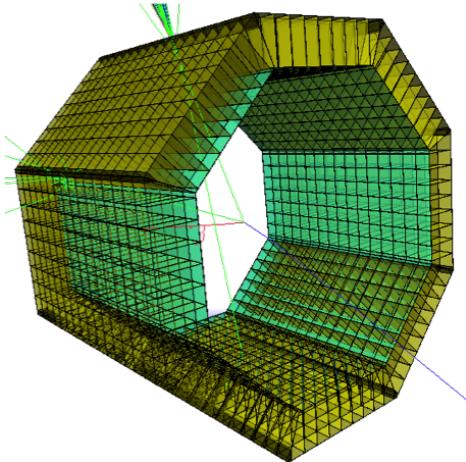


Рис. 6: CsI калориметр.

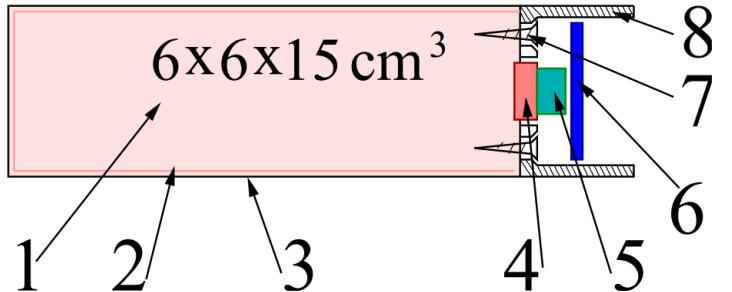


Рис. 7: Счётчик CsI калориметра: 1 — сцинтилляционный кристалл, 2 — белый пористый тефлон Gore-Tex, 3 — алюминизированный лавсан, 4 — pin-фотодиод, 5 — резиновый уплотнитель, 6 — предусилитель, 7 — шуруп, 8 — стальная рама.

обеспечить плотное сочленение двух соседних октантов без зазоров. Регистрация светового сигнала с каждого сцинтилляционного кристалла производится с помощью полупроводникового PIN фотодиода S2744-8 фирмы Hamamatsu Photonics с чувствительной площадью $1 \times 2 \text{ см}^2$. Токовые сигналы с фотодиодов поступают на входы зарядочувствительных предусилителей, размещенных непосредственно около фотодиодов и дающих на выходе парафазный сигнал. По витой паре сигнал поступает на плату усилителей-формировщиков-цифровщиков УФО-32, способную обслуживать до двух линеек. В плате после аттенюатора сигнал делится на две части. Первая служит для выработки триггерного сигнала, для чего в плате формируется 5 сигналов суммарного энерговыделения, которые поступают на плату амплитудных дискриминаторов и сумматоров АДИС, формирующих сигнал о срабатывании калориметра для последующего использования в триггере детектора.

2.2.4 Торцевой калориметр на основе кристаллов BGO

Торцевой калориметр на основе кристаллов ортогерманата висмута $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ (BGO) представляет из себя два диска, расположенных плотно к торцам ДК, [Аkh+09]. По центру этих дисков имеются отверстия для вакуумной камеры и компенсирующих магнитов. Калориметр перекрывает полярные углы, отсчитанные от оси пучков, от 16° до 49° и от 131° до 164° и покрывает примерно 30 % от полного телесного угла. Для фотонов с энергиями 100–

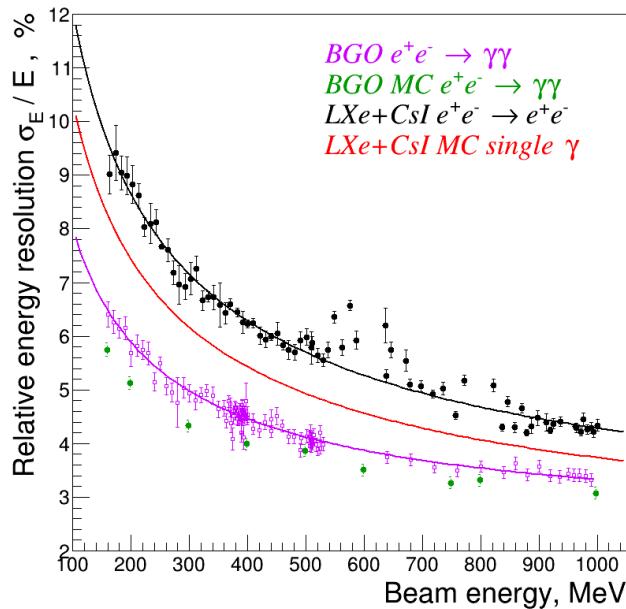


Рис. 8: Энергетическое разрешение калориметров.

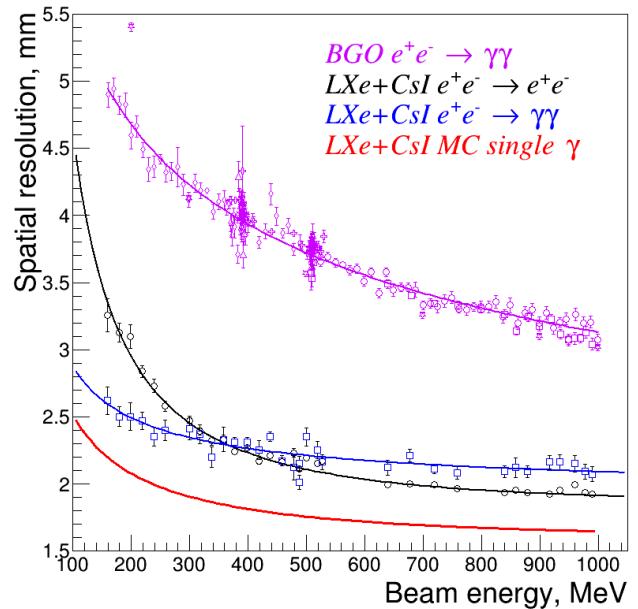


Рис. 9: Пространственное разрешение калориметров.

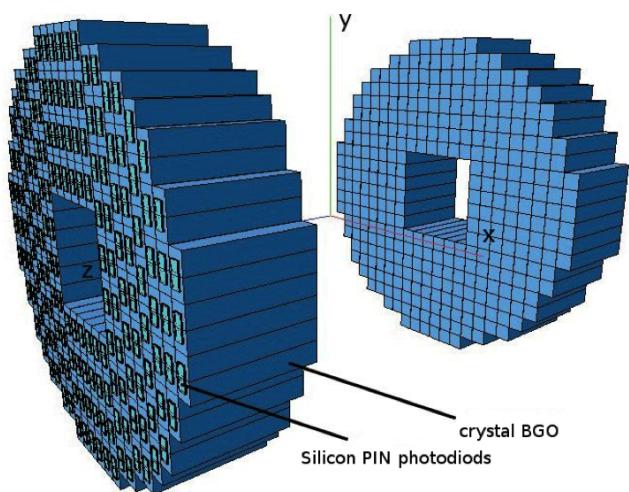


Рис. 10: BGO калориметр.

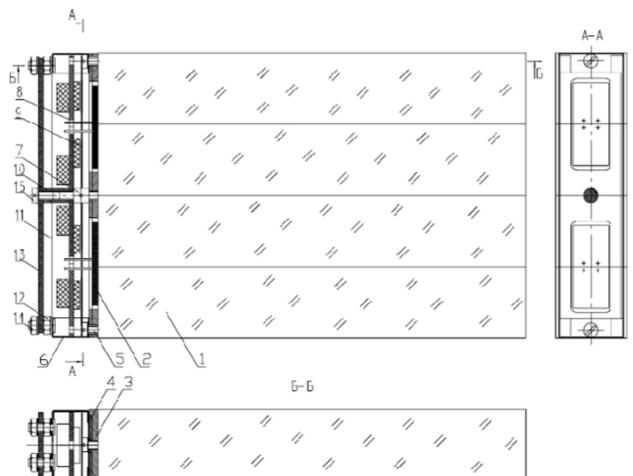


Рис. 11: Схема модуля BGO калориметра.

700 МэВ энергетическое разрешение составляет $\sim 4\text{--}8\%$, а угловое разрешение ~ 0.02 радиан. Каждый диск состоит из 340 одинаковых кристаллов с размерами $25 \times 25 \times 150$ мм³ и общим весом 2×225 кг. Радиационная толщина калориметра для нормально падающих частиц составляет $13.4 X_0$. Световой сигнал с каждого кристалла регистрируется полупроводниковым фотоприемниками S3590-08 фирмы Hamamatsu Photonics с чувствительной областью 1×1 см², имеющие высокую квантовую эффективность и стабильность в работе. Измерения показали, что световой выход составляет $\sim 600 e/\text{МэВ}$, а электронный шум $\sim 500 e$, что эквивалентно ~ 0.8 МэВ. Температура калориметра стабилизируется с помощью водного охлаждения.

2.2.5 Система запуска детектора

Система запуска детектора делится на две части, одна из которых — процессор поиска треков (ППТ) — направлена на регистрацию событий с заряженными частицами, в то время как другая — процессор поиска энергетических кластеров (ППЭК) — ориентирована на срабатывания от нейтральных частиц. Первый процессор получает информацию от интерфейсов первичного триггера ЗК и ДК. Второй от амплитудных дискриминаторов и сумматоров каждого из калориметров. Информация с процессоров поиска поступает на триггерную плату, которая вырабатывает сигнал общего стопа для системы сбора данных, по которому происходит вычитывание всех каналов электроники детектора.

ППЭК анализирует энергетическое распределение с различными шаблонами срабатывания — масками — и в случае одного или более совпадений вырабатывает сигнал нейтрального триггера. Всего используется 7 масок. Три из них направлены на отбор коллинеарных событий в торцевом калориметре. Остальные маски обрабатывают информацию с цилиндрического калориметра:

- 2 кластера в разных половинах по z с суммарным энерговыделением более 200 МэВ;
- не менее 3 кластеров в разных половинах по z с суммарным энерговыделением более 100 МэВ;
- срабатывания и в L_{Xe}, и CsI калориметре с энерговыделением более 200 МэВ;
- NTN

2.2.6 Система сбора данных

При срабатывании триггера детектора происходит вырабатывание сигнала общего стопа, по которому происходит вычитывание всех каналов электроники. Информация по C-Link'ам поступает в блоки приёма-передачи данных (БППД). Последние организованы в древовидную структуру с передачей данных по Ethernet. Информация с последнего БППД передаётся на персональный компьютер, где в сырых данных происходит подавление нулей, уменьшающая их первоначальный размер в ~ 10 раз. Затем происходит формировка события, когда информация с различных систем группируется из всего потока данных в одно место и записывается в файл. Типичный размер события составляет 10 кБ. События записываются в файлы по 2 ГБ ($\sim 200\,000$ событий). После чего происходит копирование файлов в распределённое хранилище данных с созданием одной резервной копии в нём. Регулярно происходит создания резервных копий на лентах долгого хранения.

Вместе с набором основных данных идёт мониторирования основных параметров детектора и качества набора данных, позволяющее оперативно выявлять и устронять неполадки.

2.2.7 Программа реконструкции событий

Для проведения анализа физических процессов информация, записанная во время эксперимента, должна быть преобразована в физические характеристики события (число частиц, их энергии и импульсы с направления, параметры, характеризующие тип частицы и т. п.).

Реконструкция событий в координатной системе Реконструкция событий в трековой системе состоит из восстановления треков заряженных частиц и поиска их общих вершин. Данная процедура подробно описана в работах [Кар+08].

Первым шагом проводится процедура гистограммирование сработавших проволочек в плоскости $\rho-\phi$ по параметрам ρ и φ относительно начала координат — положения пучка.

Первым шагом проводится процедура гистограммирование сработавших проволочек, отдельно в плоскости $\rho-\phi$ и отдельно в плоскости $z-\rho$. Для чего отбираются 3–4 рядом сработавшие ячейки. Выбирается наиболее вероятное направл-

ние трека и произвольным образом координаты одной из сработавших ячеек берутся за начала координат для процедуры гистограммирования, в ходе которой строится распределения по углу хитов. Направление трека, к которому принадлежит первичный кластер сработавших проволочек, определяет пик в распределении и хиты, отвечающую наивероятнейшему углу, присоединяются к кластеру. Полученная группа хитов является кандидатом на трек.

Кандидаты с количеством хитов не менее пяти аппроксимируются соответственно окружностью и прямой путём минимизации нормализованных квадратов отклонений измеренных параметров от предсказания функций. После этого идёт поиск до сих пор не принадлежащих ни к одному треку сработавший проволочек в ДК. Найденные хиты присоединяются к ближайшему концевому хиту трека при условии, что расстояния между координатой найденной ячейки и хитом трека меньше 3 см, а отколение по времени дрейфа и z -координате меньше $5\sigma_t$ и $5\sigma_z$, соответственно.

Реконструкция кластеров в электромагнитном калориметре В ходе эксперимента с калориметров записываются все сигналы с каждого кристалла BGO или CsI калориметров, и с башен и полосок LXe калориметра при превышении соответствующих порогов. В ходе последующей реконструкции события восстановление кластеров энерговыделения можно разделить на несколько последовательных этапов.

1. Нахождение и образование кластеров в торцевом и LXe калориметрах.

Для чего в ходе калибровок определяется так называемые нижние E_{low} и верхние пороги E_{high} . Далее ищется элемент с амплитудой сигнала превосходящий верхний порог E_{high} — такой элемент называется затравочным. К затравочному элементу присоединяются все соседние элементы с сигналом превышающим нижний порог. Соседними называются кристаллы или башни имеющие смежную грань. Соседними полосками называются соседние полоски с одинаковой ориентацией находящиеся в одном слое. Когда закончено формирование кластера, происходит поиск следующего. Так повторяется пока не будут исчерпаны все элементы превышающие верхний порог и не входящие в уже найденные кластеры.

2. Для каждого найденного кластера находится центр его тяжести.

3. Поиск пересечений полосок в каждом слое по результатам которого формируется коллекция позиций возможных пересечений полосковых кластеров.
4. Объединение башенных и полосковых кластеров в LXe калориметре. К башенным кластерам прикрепляется информация с полосок, чьи пересечения лежат в пространстве башенного кластера. Те же пересечения, что не принадлежат ни одному из башенных кластеров считаются ложными и в дальнейшем не рассматриваются.
5. В рамках гипотезы электромагнитного ливня порождённого фотоном находится точка конверсии фотона как точка пересечения полосковых кластеров, принадлежащая к данному жидкоксеноновому кластеру и ближайшая к оси z детектора. При множественности таких пересечений выбирается то, что ближе всего к центру тяжести башенного кластера.
6. Объединение кластеров CsI и LXe калориметров. Для всех башен каждого LXe кластера ищутся соседние CsI кристаллы с энерговыделением больше $E_{\text{low}}^{\text{CsI}}$. Кристалл считается соседним если $|\theta_{\text{CsI}} - \theta_{\text{LXe}}| < \delta_\theta^{\text{CsI}}$ и $|\varphi_{\text{CsI}} - \varphi_{\text{LXe}}| < \delta_\varphi^{\text{CsI}}$, где $\delta_\theta^{\text{CsI}} = \delta_\varphi^{\text{CsI}} = 0.2$ мрад. Если кристалл соседний более, чем с одним ксеноновым кластером, то он присваивается LXe с наибольшим энерговыделением. Соседние счётчики найденных таким образом кристаллов также присоединяются к ксеноновому кластеру.
7. Все оставшиеся без-причастными от предыдущего шага кристаллы CsI калориметра проходят процедуру по поиску и формировки кластеров описанных в пункте 1.
8. Если к LXe принадлежит крайняя башня, то происходит присоединение к нему соседних кристаллов BGO с энерговыделением больше чем $E_{\text{low}}^{\text{BGO}}$. Соседним кристалл считается если $|\pi/2 - \theta_{\text{BGO}}| < |\pi/2 - (\theta_{\text{LXe}} + \delta_\theta^{\text{BGO}})|$ и $|\varphi_{\text{BGO}} - \varphi_{\text{LXe}}| < \delta_\varphi^{\text{BGO}}$, где $\delta_\theta^{\text{BGO}} = 0.05$ мрад, а $\delta_\varphi^{\text{BGO}} = 0.1$ мрад. Если отобранный BGO кристалл принадлежит к BGO кластеру, то этот кластер следует за кристаллом и присоединяется к LXe кластеру.
9. Объединённому кластеру присваивается суммарная энергия всех входящих в него элементов.

10. Координаты объединённого кластера определяются как координаты LXe кластера, если в последним они восстановлены по полоскам и энерговыделение в LXe превышает энерговыделение в BGO. В остальных случаях координата ищется методом центра тяжести по всем элементам объединённого кластера.
11. К кластерам применяются поправки, учитывающие утечки ливня и потери энергии в пассивном веществе. Также поправляются координаты кластера, что особенно существенно, когда они были определены не по катодным полоскам LXe калориметра.

3 Изучение процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ с трёхфотонным конечным состоянием

Данная глава посвящена измерению сечений процессов $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma \rightarrow 3\gamma$. В её начале изложена мотивация к проводимому исследованию, далее приведён обзор предыдущих и ожидаемых измерений. Следующая часть главы посвящена анализу данных и получению предварительного сечения.

3.1 Относительные вероятности распада

Наиболее точные измерения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ проведены в экспериментах на e^+e^- коллайдере ВЭПП-2М с детекторами КМД-2 и СНД. Из этих данных только распад $\omega(720) \rightarrow \pi^0\gamma$ был измерен с относительно высокой точностью. Распады $\rho(770)$ и $\phi(1020)$ и их возбуждённых состояний в $\pi^0\gamma$ главным образом требуют увеличения статистики.

3.1.1 $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$

Точность обобщённого результата КМД-2 и СНД произведения $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) \times B(\omega \rightarrow e^+e^-) = (6.18 \pm 0.11) \times 10^{-6}$ ($S^2 = 1.6$) составляет 1.8 %. Однако, это значение произведения отличается от аналогичного, рассчитанного по $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$ и $B(\omega \rightarrow e^+e^-)$, приведённых в таблице ПДГ [Oli+14] (см. Рис. 12). Эта разница вызвана существованием противоречием между измеренными зна-

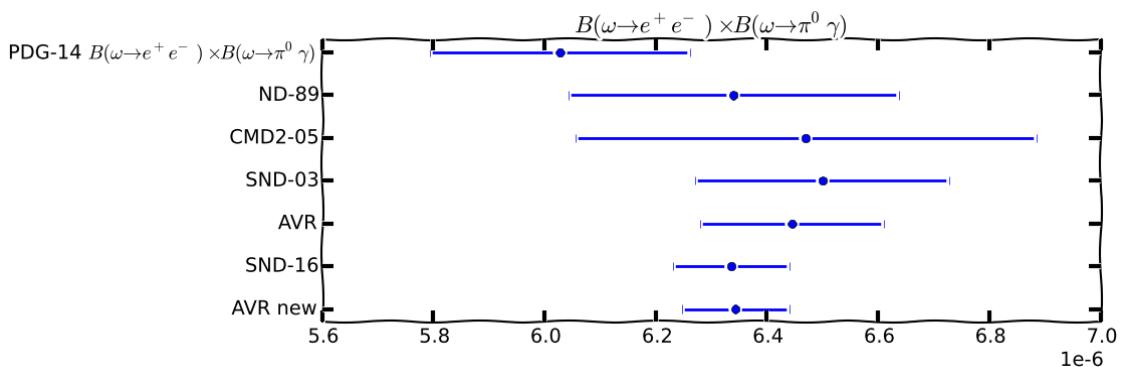


Рис. 12: $B(\omega \rightarrow e^+e^-) \times B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$. PDG-14 — [Oli+14], ND-89 — [Dol+89], CMD2-05 — [Akh+05], SND-03 — [Ach+03a], AVR — среднее [Dol+89; Akh+05; Ach+03a], SND-16 — [Ach+16], AVR new — среднее [Dol+89; Akh+05; Ach+16]

²Фактор масштабирования ошибок, используемый при усреднении или подгонке моделью набора данных, с целью компенсации противоречивости различных измерений.

чениями $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) \times B(\omega \rightarrow e^+e^-)$, $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) \times B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$ и $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)/B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$ (см. Рис. 13). Два последних выражения известны с точностью 1.6 % и 1.8 % соответственно, и определяют нынешнее значение $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$, приводимое ПДГ. Для прояснения этого противоречия необходимо улучшение точности измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ в области ω -резонанса.

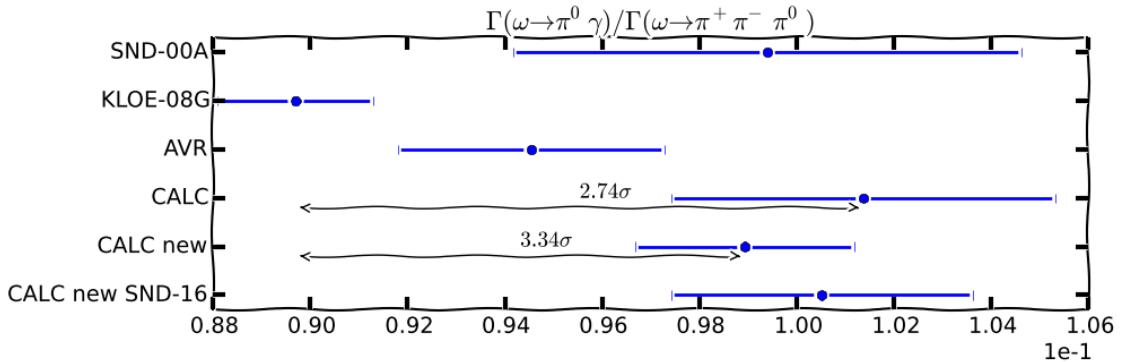


Рис. 13: Отношение ширины распада $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ к $\Gamma(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$. SND-00A — [Aul+00], KLOE-08G — [Amb+08], AVR — средние значения предыдущих двух, CALC — среднее [Akh+05; Ach+03a; Dol+89] делённое на среднее [Akh+04; Aub+04; Ach+03b], CALC new — среднее [Akh+05; Ach+16; Dol+89] делённое на среднее [Akh+04; Aub+04; Ach+03b], CALC new SND-16 — [Ach+16] делённое на среднее [Akh+04; Aub+04; Ach+03b]

3.1.2 $\rho \rightarrow \pi^0\gamma$

Точность измерения относительной вероятности распада $\rho \rightarrow \pi^0\gamma$ составляет 13 % и определяется статистикой существующих измерений.

3.1.3 $\phi \rightarrow \pi^0\gamma$

Формальная точность значения ПДГ вероятности распада $\phi \rightarrow \pi^0\gamma$ лучше 5 %. Оно получено путём усреднения измерений [Ach+00; Akh+05] с систематической ошибкой порядка 8 % каждое. Систематическая ошибка возникает из неопределённости интерференции нерезонансной амплитуды с амплитудой $\phi \rightarrow \pi^0\gamma$ распада. Нерезонансная амплитуда определяется вкладами хвостов резонансов ω и ρ^0 , заодно дают вклад и высшие возбуждения векторных мезонов.

Чтобы уменьшить неопределённость таких вкладов, необходимо улучшить точность измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ в широком диапазоне энергий от энергий ~ 300 МэВ до 2 ГэВ.

3.2 Аномальный магнитный момент мюона

Как люди не могут забыть Герострата, сжёгшего храм Артемиды, так и физики элементарных частиц рвутся попасть в историю кардинально изменив или изничтожив современную парадигму науки — Стандартную Модель. Некоторые из них ищут Новую Физику пробуя другие области энергии и массы, кто-то ищет новые распады, другие же могут мерить что-то очень точно и сравнивать это с предсказаниями теории. К последней группе относится изучение аномального магнитного момента мюона.

3.2.1 История

Экспериментальные измерения a_μ впервые было осуществлено в СЛАКе [Gar+60]. Затем последовала серия измерений в ЦЕРНе, уступившее свое место эксперименту в БНЛ. В настоящий момент готовятся два эксперимента по измерению $g_\mu - 2$: в ФНАЛ [Gra+15] и Джей-ПАРКе [Sai12].

3.2.2 Вклады в $g_\mu - 2$

Предсказываемый в рамках СМ аномальный магнитный момент мюона f_μ^{SM} принято представлять суммой трёх слагаемых

$$a_\mu^{\text{SM}} = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{had}}, \quad (1)$$

где a_μ^{QED} — электродинамический вклад, a_μ^{EW} — вклад слабых взаимодействий, a_μ^{had} — вклад сильных взаимодействий.

Не смотря на то, что вклад a_μ^{had} меньше a_μ^{QED} примерно на четыре порядка, его значение примерно в 100 раз превышает точность последнего эксперимента в БНЛ. Последние обстоятельство вместе с планируемым улучшением измерения a_μ в четыре раза требует вычисления a_μ^{had} с относительной точностью 1–0.1 %.

В свою очередь во вкладе сильных взаимодействий принято выделять три слагаемых: рассеяние света на свете $a_\mu^{\text{had}, \text{LbL}}$ (диаграмма 16), вклады первого $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$ (диаграмма 14) и второго $a_\mu^{\text{had}, \text{NLO}}$ порядков:

$$a_\mu^{\text{had}} = a_\mu^{\text{had}, \text{LO}} + a_\mu^{\text{had}, \text{NLO}} + a_\mu^{\text{had}, \text{LbL}}. \quad (2)$$

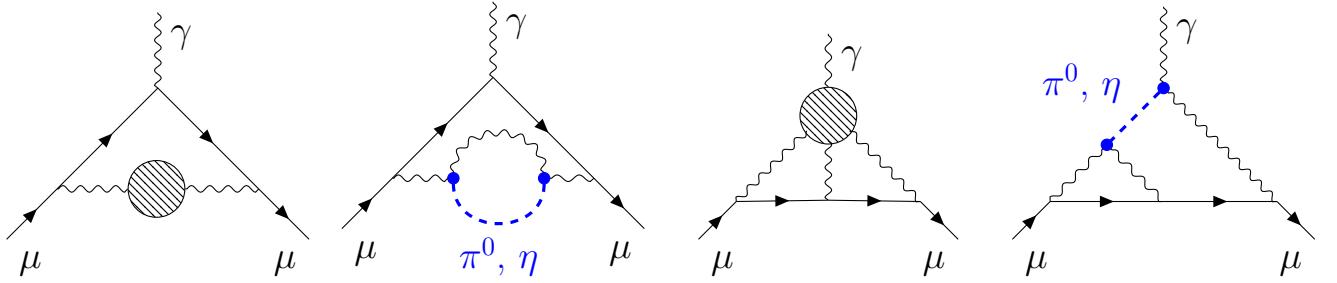


Рис. 14: Ведущий ад-
ронный вклад в a_μ .

Рис. 15: Ведущий ад-
ронный вклад в a_μ ронный вклад света
связанный с $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma$.

Рис. 16: Ведущий ад-
ронный вклад света
на свете в a_μ .

Рис. 17: Ведущий ад-
ронный вклад света
на свете в a_μ свя-
занный с $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma$.

В то время как вычисление вкладов a_μ^{QED} и a_μ^{EW} успешно происходит с использованием теории возмущений ввиду малости соответствующих констант связи, вклад сильных взаимодействий требует иного подхода в области характерных передач импульса меньше 2 ГэВ. Ведущий вклад $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$ рассчитывается и использованием дисперсионного соотношения [BM61; Dur62; KO67; GD69], позволяющего использовать экспериментальные данные [Jeg17].

$$a_\mu^{\text{had}} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi} \right)^2 \left(\int_{m_{\pi^0}^2}^{E_{\text{cut}}^2} ds \frac{R_{\text{had}}^{\text{data}}(s) \hat{K}(s)}{s^2} + \int_{E_{\text{cut}}^2}^\infty ds \frac{R_{\text{had}}^{\text{pQCD}}(s) \hat{K}(s)}{s^2} \right), \quad (3)$$

где m_μ — масса мюона; m_{π^0} — масса нейтрального пиона; E_{cut} — энергия перехода от использование вычислений на основе экспериментальных данных к результатам полученным в рамках пертрубативной КХД; интегрирование идёт по квадрату энергии системы s ; $R_{\text{had}}^{\text{data}}(s)$ и $R_{\text{had}}^{\text{pQCD}}(s)$ — R -отношение вычисленное по экспериментальным данным и согласно КХД, соответственно:

$$R_{\text{had}}(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\pi \alpha(s)/(3s)}. \quad (4)$$

Ядро интегрирования $\hat{K}(s)$ определено следующим образом

$$\hat{K} = \frac{3s}{m_\mu^2} \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + \frac{s}{m_\mu^2}(1-x)}. \quad (5)$$

Таким образом, вклад изучаемых процессов в лидирующий вклад адронной поляризации вакуума можно представить диаграммой 15.

Расчёт вклада света на свете представляет наибольшую сложность, так как

он не поддаётся вычислениям ни в рамках теории возмущений КХД, ни связыванию с экспериментальными данными использую дисперсионное соотношение. Производимые расчёты оказываются модельно зависимы, приводя к сравнительно большой неопределённости вычислений. Адронный блок диаграммы 16 представляется в виде обмена адронами. Доминирующий вклад вносят псевдоскалярные мезоны π^0 , η , η' , при этом процесс выглядит как на диаграмме 17. Развитие моделей, фиксирование их свободных параметров и проверка, разумеется связано с использованием экспериментальных данных. Косательно псевдоскалярных мезонов P особенно ценными является измерение форм-фактора $F_P(q_1^2, q_2^2)$. Однако, полезными также являются и вся остальная доступная информация, в том числе сечение реакция типа $e^+e^- \rightarrow P\gamma$.

3.2.3 Расчёт вкладов в различных моделях

Как было сказано выше, невозможность прямого вычисления $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$ в теории сильных взаимодействий обойдена при помощи дисперсионно соотношения, требующего в свою очередь знания зависимости сечений процессов $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons}$ от энергии в системе центра масс \sqrt{s} . Последнее важно как для инклюзивного, так и для эксклюзивного вычисления $R_{\text{had}}^{\text{data}}$. В виду того, что экспериментальные данные доступны в конкретных точках или диапазонах по энергии, и иногда могут и отсутствовать вовсе или их точность неудовлетворительна, а в то же время для других каналов и энергий наблюдается перекрытие, требуется производить аппроксимацию или усреднение. Ниже будет упомянуто о различных методиках решения задачи вычисления $R_{\text{had}}^{\text{data}}$, применительно к вкладам процессов $\pi^0\gamma$ и $\eta\gamma$.

В статье [KNT18] экспериментальные данные разбиваются на кластеры. Внутри кластера идёт поиск центра тяжести и его ошибки путём итерационной минимизации χ^2 сечения представленного ломанной кривой, соединяющей центры кластеров. Таким образом дальнейшее интегрирование в том же линейном приближении является оптимальным вариантом вычисления вкладов в $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$.

Авторы работы [DHM17] для вычисления вкладов проводят квадратичную интерполяцию экспериментальных данных для каждого канала каждого анализа. Полученное приближение используют для вычисления сечений в бинах шириной 1 МэВ. Далее в каждом бине каждого канала идёт усреднение по всем

Таблица 1: Вклад в $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$ и $\Delta\alpha_{\text{had}}(M_Z^2)$ процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$.

Энергия, ГэВ	$a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$	$\Delta\alpha_{\text{had}}(M_Z^2)$	Источник
[m_π , 0.6]	0.12 ± 0.01	0.00 ± 0.00	[KNT18]
[0.6, 1.350]	4.46 ± 0.10	0.36 ± 0.01	[KNT18]
[m_π , 1.8]	$4.29 \pm 0.06 \pm 0.04 \pm 0.07$	$0.35 \pm 0.00 \pm 0.00 \pm 0.01$	[DHM17]
[0.318, 2]	4.06 ± 0.16	0.35 ± 0.01	[Jeg17]
[m_π , 0.6]	0.13 ± 0.01		[AKV10]
[0.6, 1.03]	4.50 ± 0.15		[AKV10]

Таблица 2: Вклад в $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$ и $\Delta\alpha_{\text{had}}(M_Z^2)$ процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$.

Энергия, ГэВ	$a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$	$\Delta\alpha_{\text{had}}(M_Z^2)$	Источник
[m_η , 0.66]	0.12 ± 0.01	0.00 ± 0.00	[KNT18]
[0.66, 1.35]	4.46 ± 0.10	0.36 ± 0.01	[KNT18]
[m_η , 1.8]	$0.65 \pm 0.02 \pm 0.01 \pm 0.01$	$0.08 \pm 0.00 \pm 0.00 \pm 0.00$	[DHM17]
[0.318, 2]	0.56 ± 0.02	0.06 ± 0.00	[Jeg17]
[0.69, 1.33]	0.73 ± 0.03		[AKV10]

измерением. В случае противоречивости данных ошибка их комбинации масштабируется.

В работах [Ben+16; Jeg17] расчёт вкладов в АПВ идёт на основе комбинации модели доминантности векторных мезонов с моделью нарушения скрытой локальной симметрии. Полученной комбинацией идёт подгонка экспериментальных данных сразу в нескольких каналах e^+e^- -аннигиляции и спектральных функций τ -лептона.

В статье [AKV10] используется расширенная модель Намбу–Иона–Лазинио, для определения параметров которой происходит подгонка экспериментальных данных, а затем вычисление вкладов в $a_\mu^{\text{had}, \text{LO}}$.

Результаты вышеупомянутых работ приведены в таблицах 1 и 2.

3.3 Структура мезонов

Являясь частью СМ квантовая хромодинамика отвечает за процессы с участием адронов. Однако, она весьма ограничена в использовании для области энергий с характерной передачей импульса ниже 1 ГэВ. Это привело к популярности феноменологических подходов к описанию физики в данной области энергий. Используемые модели обладают рядом свободных параметров, которые можно фиксировать из экспериментальных данных. С другой стороны, такие модели

не только подгоняют уже имеющиеся данные, но обладают предсказательной силой, величину которой хорошо бы проверять не только качественно, но и численно. Для двух этих целей — определение свободных параметров и проверка верности — прекрасно подходят сечения изучаемых процессов. Оба они относятся к магнитным радиационным переходам M1, что делает их хорошим инструментом для изучения структуры мезонов в свете различных феноменологических моделей, например кварковой модели с $SU(3)$ или даже с $SU(6)$ симметрией.

Особый интерес представляют структуры мезонов η и η' , так как в них допускается наличия вкладов $c\bar{c}$ -кварков или примесь глюонов.

В своей статье О’Доннелл [ODo81] исследует кварковый состав мезонов в рамках кварковой модели и проверяет получаемые результаты с помощью экспериментальных данных, в том числе, по магнитодипольным переходам векторных мезонов в пару фотон-псевдоскаляр.

Эскрибано и Надаль [EN07] исследовали вклад в глюонов в состояния η и $\eta(958)$ проводя феноменологический анализ радиационных распадов $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$ в рамках нарушенной $SU(3)$ с учётом пространственного перекрытия волновых функций $|V\rangle$ и $|P\rangle$. Авторы заключают, что глюонная составляющая в η и $\eta(958)$ пренебрежимо мала, угол смешивания $\eta - \eta' = (41.4 \pm 1.3)^\circ$, и подчёркивают важность экспериментальных данных по $(\rho, \omega, \phi) \rightarrow \eta\gamma$ для проведённых вычислений.

В статье Бенаёун, ДельБуоно, Эйдельмана, Иванченко и О’Коннелла [Ben+99] даётся разбор вопроса о совместном согласованном описании радиационных и лептонных распадов лёгких мезонов ($V(P) \rightarrow P(V)\gamma$, $P \rightarrow \gamma\gamma$ и $V \rightarrow e^+e^-$).

3.4 Другие измерения

Данные измерения не будут являться первыми, однако, они возможно смогут претендовать на сравнимые или улучшенные точности в уже исследованных областях энергии \sqrt{s} или быть даже первыми и одними из первых в других. Ниже приведены данные о предыдущих измерениях с целью выявления современной ситуации в этой области извлечения данных природы. Наиболее значимые результаты измерений приведены на рисунке 18 для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ и на рисунке 19 для $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$.

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ исследовалось во многих экспериментах. Пер-

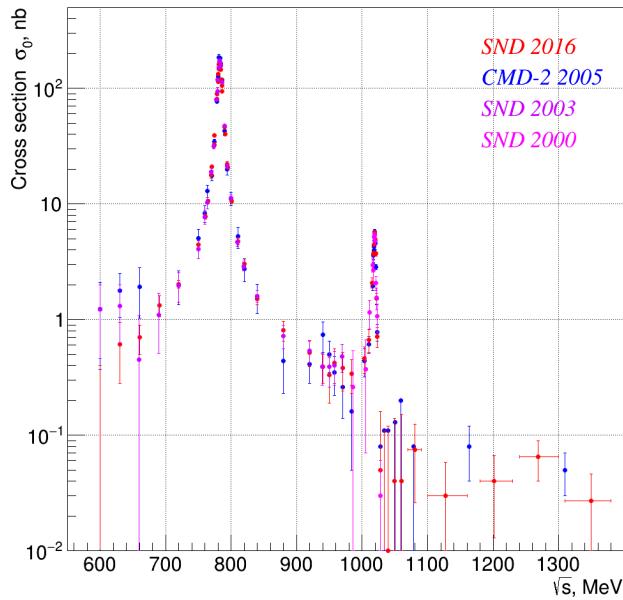


Рис. 18: Некоторые предыдущие измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$.

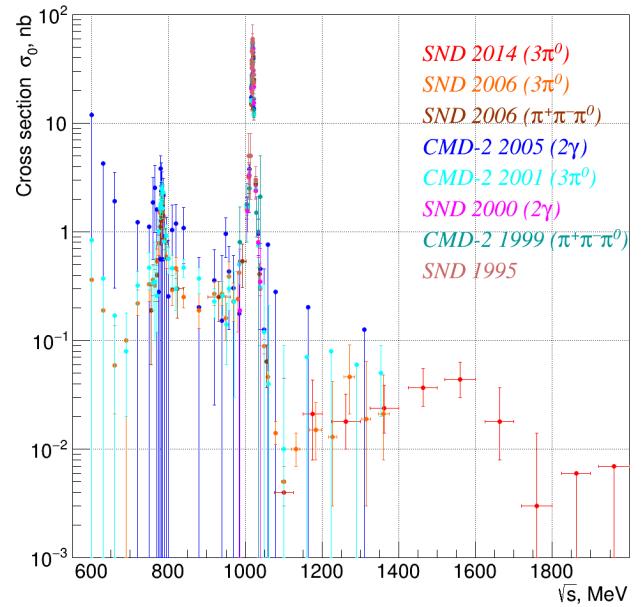


Рис. 19: Некоторые предыдущие измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$.

вые опубликованные данные появились в 1976 году из Орсая [Cos+76]. Дальнейший поток данных в основном происходит из установок Новосибирска, начиная с работы выполненной на детекторе НД [Dru+84] и продолжая данными с КМД-2 [Akh+95; Akh+99; Akh+01; Akh+05] и СНД [Ach+97; Ach+00; Ach+06; Ach+14]. Также известно измерение сечения реакции на детекторе BaBar [Aub+06].

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ измерено несколько раз, начиная с работы в Орсаи [Cos+76] и продолжая работами в Новосибирске [Dru+84; Ach+00; Ach+03a; Akh+05; Ach+16].

3.5 Отбор событий

Изучаемые процессы $e^+e^- \rightarrow P\gamma$ после распада псевдоскалярного мезона P в конечном состоянии представляют собой три фотона (см. диаграмму 20). Основной фон во всей области доступных энергий \sqrt{s} , представленной трёхквантовой аннигиляцией (см. диаграмму 21), невозможно полностью подавить, что приводит к необходимости статистического выделения событий сигнала.

Отбор разбивается на несколько шагов. В начале пути отбираются полностью нейтральные события с тремя и более фотонами. Причём от каждого фотона требуется, чтобы его энергия была больше 30 МэВ и полярный угол не тяготеет к вакуумной трубе. Для таких событий вычисляется полная энергия

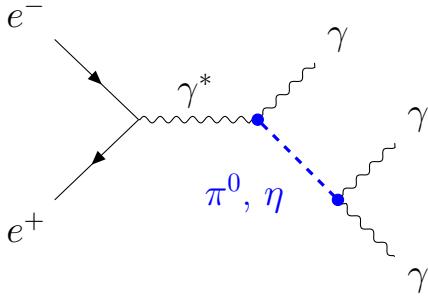


Рис. 20: Древесная диаграмма изучаемых процессов.

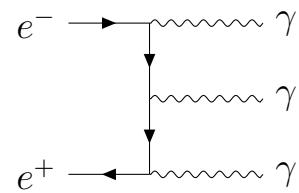


Рис. 21: Диаграмма трёхквантовой аннигиляции.

E_{tot} и импульс P_{tot} системы частиц. Характерное распределение представлено на рисунке 22. Сгущение событий около точки $P_{\text{tot}} = 0$ МэВ и $E_{\text{tot}} = \sqrt{s}$ отвечает искомым событием. От этой группы тянутся два хвоста под углами 45° вверх и вниз. Равное отклонение импульса $|P_{\text{tot}} - 0$ МэВ| и энергии $|E_{\text{tot}} - \sqrt{s}|$ — указание на то, что данная девиация вызвана одной частицей. Хвост уходящий вверх соответствует учёту излишней энергии в системе, как правило такое соответствует тому, что фотонным кластерам приписывается излишнее энерговыделение или имеется дополнительный кластер не возникший в следствие e^+e^- -аннигиляции, к которой относится конкретное событие. Хвост уходящий вниз, наоборот свидетельствует о недостатке энергии-импульса в системе.

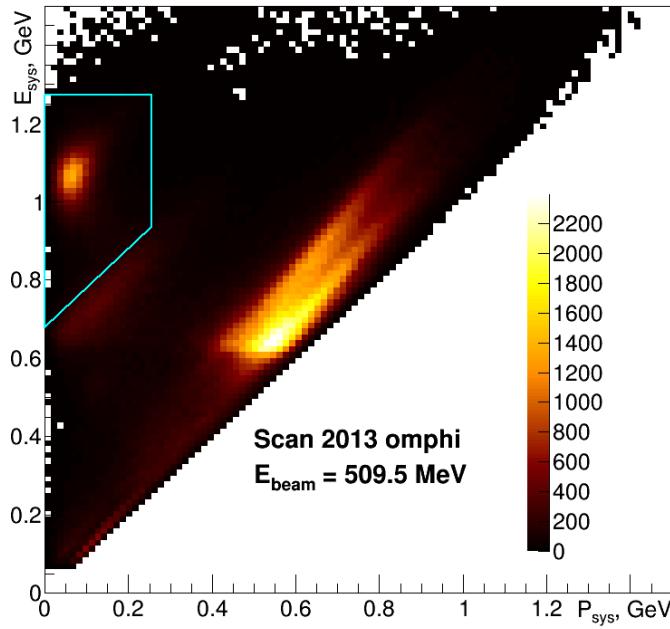


Рис. 22: Зависимость полной энергии события E_{tot} от модуля полного импульса P_{tot} . Данные эксперимента, сезон 2013 ω/ϕ , $E_{\text{beam}} = 509.5$ МэВ. Циановой линией обозначены условия отбора.

Теперь наступает шаг по отбору событий, в которых импульс системы бли-

зок к нулю, а энергии к удвоенной энергии пучков. Такой отбор направлен на те события, где детектор зарегистрировал все частицы конечного состояния, в то время как дополнительные кластеры в калориметре не дают значительного вклада.

На следующем шаге проводится кинематическая реконструкция событий. В ней заложены законы сохранения энергии-импульса системы в целом и общая точка вылета фотонов. Наличие промежуточных состояний π^0 или η не требуется, так как это оставляет крайне мало параметров последующей селекции сигнальных событий от фотона. Если в событие присутствует более трёх фотонов, то кинематическая реконструкция проводится для каждой возможной тройки и оставляется та, что имеет наименьший χ^2 . Подробнее о процедуре кинематической реконструкции изложено в разделе 3.5.1.

Теперь, когда составлен набор трёхчастичных событий, отбрасываются все события, в которых не один из фотонов не полетел в центральную часть калориметра, а именно в систему LXe. Такое условие предполагает наличие точки конверсии фотона, определённой по полосковой электронике LXe с хорошим координатным разрешением.

На этом отбор кандидатов закончен. В дальнейшем они разделяются на две большие пересекающиеся подгруппы: хотя бы один фотон попал в LXe и все фотоны попали в центральную часть калориметра. Попадание в центральную часть определяется по полярному углу фотона до кинематической реконструкции как $0.9 < \theta < \pi - 0.9$.

3.5.1 Кинематическая реконструкция

В ходе физической реконструкции событий закладывается гипотеза о знании точки вылета фотонов. Предполагая угол влёта фотона в калориметр, реконструируется его энергия по зарегистрированному энерговыделению. Для нейтральных событий точка взаимодействия начальных лептонов не определена вдоль их движения и, как следствие, делается предположение о их вылете из центральной плоскости детектора $z = 0$. Естественно, это ухудшает разрешение параметров фотонов. С целью преодоления такого недостатка проводится кинематическая реконструкция событий, приводящая к улучшению ситуации, что особенно ярко проявляется на распределениях инвариантных масс фотонов, отвечающих мезонам.

Алгоритм кинематической реконструкции был разработан на основе работ [Бук03; Бук05; Бук08]. В них были описаны несколько подходов к составлению и минимизации функционалов. Выбор остановился на составлении функционала со штрафными функциями, сила которых регулируется весовыми коэффициентами — множителями Лагранжа. Саму минимизацию было решено проводить численным методом.

В основу кинематической реконструкции заложены законы сохранения энергии-импульса системы в предположении общей точки вылета фотонов.

От энергии фотонов требуется, чтобы их сумма была равна сумме энергий пучков в системе центра масс. Последняя, в лучшем случае измерена с использованием обратного комптоновского рассеяния фотонов лазера на пучке. Следующая по приоритету информации энергии происходит из параметров частиц в различных физических процессах. Наихудший вариант — уставная энергия ВЭПП-2000. Полный импульс системы полагается равными нулю. Эти два условия в купе говорят об отсутствие рассмотрения радиационного излучения как начальных, так и конечных частиц. Логичным шагом развития кинематической реконструкции было бы добавления возможности уноса энергии и импульса вдоль оси пучков — оси z .

Общая точка вылета определяется тремя координатами, две из которых фиксированы — x и y берутся из дерева tr_ph для каждого захода (данный параметры усредняются по всем событиям в заходе с трековыми центральными вершинами в предположении стабильности орбиты пучков). Разумеется, эти два параметра можно было бы отпустить, но их разрешение несравненно больше, чем у всех остальных, потому это можно отнести к категории мало-играющих факторов в ходе минимизации, разве что они увеличивают затраченное время на процесс, и пренебречь ими. Третья координата z точки взаимодействия свободна от каких-либо условий, другими словами, её разрешение бесконечно плохое и она не даёт вклада в χ^2 .

Когда говорят о координатах фотонов, подразумевается точка конверсии фотона в электрон-позитронную пару, являющуюся началом электромагнитного ливня в веществе детектора и не только. Определение этой точки конверсии сильно зависит от того, в каком месте она, конверсия, произошла. Если рассматривать калориметры КМД-3, то при рождении ливня в LHe в большинстве случаев срабатывает полосковая электроника, позволяя определить координа-

ты с точностью 2–4 mm (?), либо по башням, если нет информации с полосок, но точность падает — глубина равняется половине глубины башни а положение на цилиндрической поверхности средневзвешенному. В случае попадания фотона в BGO калориметр r и φ координаты определяются по центру тяжести энерговыделения, а z зависит от угла попадания фотона в калориметр в предположении вылета из центра детектора. Когда же фотон зарегистрирован только в CsI, то z и φ определяются по центру тяжести, а r устанавливается равной положению ближайшей к центру грани кристалла.

Координаты конверсии каждого фотона описываются в деревьях tr_ph параметрами ρ , θ и φ . К двум последним прилагаются их ошибки σ_θ и σ_φ . Так как x_0 и y_0 фиксированы, то варьирование азимутального угла фотонов корректно. Однако, значение полярного угла определяется по точке вылета, в том числе неопределённой точки z_0 , и точке конверсии фотона в калориметре. Другими словами, варьирование самого угла θ двигает две точки. Поэтому необходимо их связать для упрощение кинематической реконструкции. Для цилиндрической части калориметра для варьирование выбирается координата z точки конверсии, связанная с полярным углом следующим образом:

$$\theta_i = \arctg \frac{\rho_i}{z_i + \delta z_i + z_0}. \quad (6)$$

Для торцевого калориметра варьирование идёт по координате ρ , связь полярного угла с которой определяется как

$$\theta_i = \arctg \frac{\rho_i + \delta \rho_i}{z_i + z_0}. \quad (7)$$

Тем самым минимизация функционала производится варьированием $3N+1$ параметром

$$F = w_L L + w_W W + w_N (N_1 + N_2 + N_3) + w_M M. \quad (8)$$

L отвечает за χ^2

$$L = \sum_{i, \mu} \frac{(p_\mu^i - p_\mu^{fix, i})^2}{{\sigma_\mu^i}^2}, \mu = E, \theta, \phi, i = \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3. \quad (9)$$

W представляет закон сохранения энергии

$$W = [\sqrt{s} - E^{\gamma_1} - E^{\gamma_2} - E^{\gamma_3}]^2, \quad (10)$$

N_i — закон сохранения импульса

$$N_i = [p_i^{\gamma_1} + p_i^{\gamma_2} + p_i^{\gamma_3}]^2, \quad i = x, y, z, \quad (11)$$

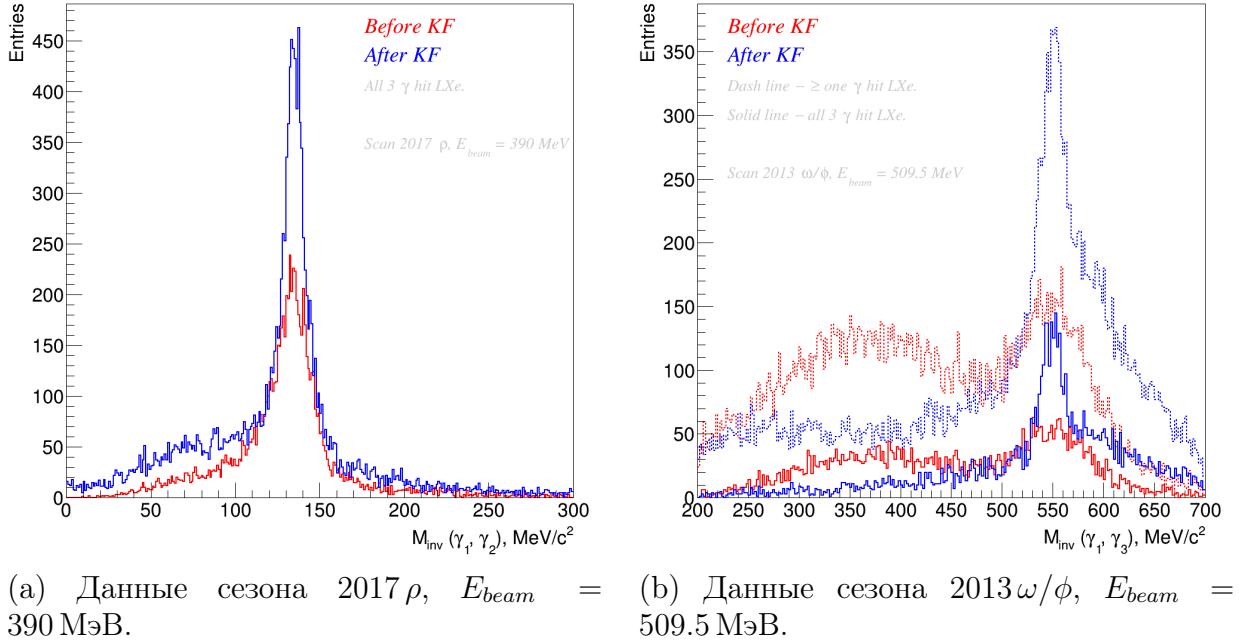


Рис. 23: Инвариантная масса пары фотонов до (красная линии) и после (синие линии) кинематической реконструкции.

Важным результатом проводимой кинематической реконструкции является отбор не только отбор лучшей тройки фотонов в случае их изобилия, но улучшение разрешение по инвариантным массам фотонов, позволяющее надёжно выделять статистическим способом события процессов $e^+e^- \rightarrow P\gamma \rightarrow 3\gamma$.

3.5.2 Определение числа сигнальных событий

Определения числа сигнальных событий происходит по распределению инвариантных масс пар фотонов, иначе по массе отдачи одного из фотонов. Для каждой энергии и каждого изучаемого процесса выбирается наиболее вероятная пара фотонов, в которую распался псевдоскалярный мезон. Стоит помнить, что фотоны упорядочены по энергии $E_1 > E_2 > E_3$. Так в большей части диапазона доступных энергий для процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ предпочтительна масса m_{23} ,

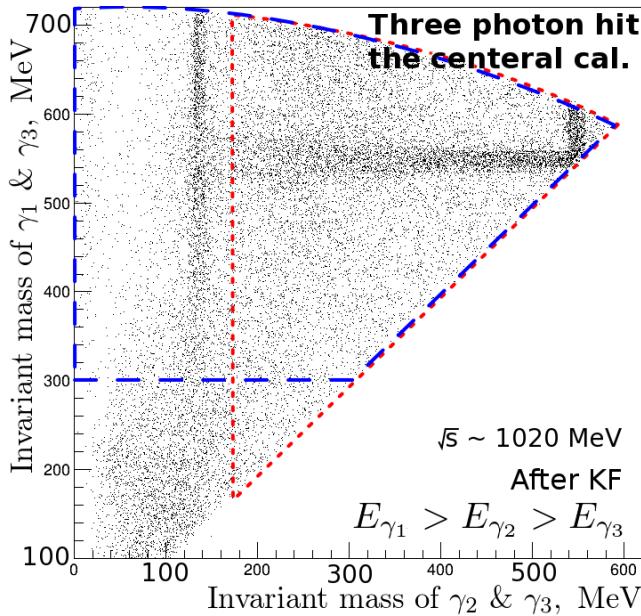


Рис. 24: Диаграмма Далица для событий $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ после кинематической реконструкции, когда все три фотона попали в LXe калориметр. Данные эксперимента, сезон 2013 ω/ϕ , $E_{beam} = 510$ МэВ. Синей линией обозначена кинематическая область используемая для определения числа событий $\pi^0\gamma$, красная линия — $\eta\gamma$.

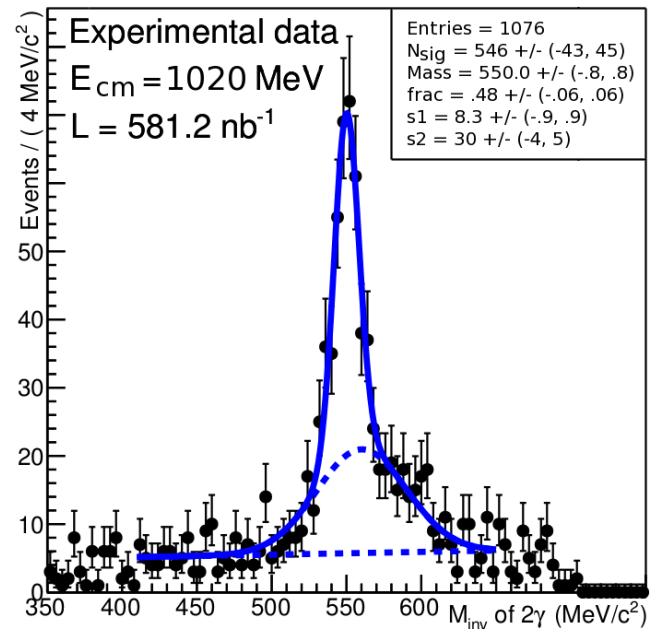


Рис. 25: Распределение по инвариантной массе двух фотонов после кинематической реконструкции, когда все три фотона попали в LXe калориметр. Данные эксперимента, сезон 2013 ω/ϕ , $E_{beam} = 510$ МэВ. Сплошной синей линией показана аппроксимирующая кривая $f_{sig} + f_{bkg}$. Синими штриховками линиями показаны f_{bkg} и сумма f_{bkg} и одна составляющая f_{sig} .

а для $\pi^0\gamma$ — m_{23} .

При построении таких распределений используется ряд дополнительных критериев на параметры частиц их системы в целом. Минимальное число фотонов зарегистрированных в центральной части калориметра является одним из самых существенных таких отборов. Для него используется два критерия, либо хотя бы один фотон летит в цилиндрический калориметр, либо все фотоны зарегистрированы в цилиндрической части. Второй набор событий является подклассом первого. Также второй набор аналогичен отборам проводимым при анализе на детекторе КМД-2, что делает его более интересным для сравнения результатов. Данный отбор даёт выбрать в пользу большей статистики или лучшего разрешения по инвариантной массе.

Вторым важным отбором является условие на минимальную энергию фотона, как правило, она ставится равной 50 МэВ. Данное число выбрано согласно моделированию и, с одной стороны, подавляет фон в калориметре, особенно в его торцевой части, с другой, оказывает малое влияние на число сигнальных событий. Таким образом возрастает отношение сигнал/фон.

Существует ещё условие на число зарегистрированных фотонов в событии. В области ϕ -мезона, где сечение $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ достигает своего максимума, это позволяет подавить вклад от канала распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, ставя ограничение на число фотонов $n < 6$.

Непосредственно для определения числа сигнальных событий проводится подгонка распределения суммой сигнальной и фоновой функций. Для описания фона используется полином. Сигнал же описывается суммой нормальных распределений с общим нормировочным множителем. Используемый алгоритм отбора событий также направлен на подавление фона, что часто приводит к его малой статистике и трудности определения формы, особенно под сигнальным пиком. Для решения данной проблемы используется моделирование, своё для каждой точки по энергии, на которое опирается подгоночная функция — так называемая одновременная подгонка (simultaneous fit). В областях по энергии, где сечение мало, и определение как числа событий сигнала, так и фона затруднено привело к использованию небинированной подгонки, которая позволяет в таких скользких ситуациях избежать проблем с выбором подходящего бинирования распределения. Также для малой статистики вопрос, как правило, идёт о определении верхнего предела, что, как временное решение, приводит к определению асимметричных ошибок с помощью алгоритма Minos.

3.6 Определение эффективности отбора

3.6.1 Моделирование

Для определения эффективности отбора событий $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma, \eta\gamma$ по конченому трёхфотонному состоянию разработанный метод применялся к данным моделирования. Моделирование проводилось с помощью пакета *GEANT4*, [All+06]. Пример диаграммы Далица приведён на рисунке 26. В моделирование учитывались все возможные каналы распадов псевдоскалярных мезонов, также моделирование идёт с излучением радиационных фотонов.

Падение эффективности с ростом энергии объясняется увеличением вероятности иметь маленькие углы между фотонами в событие, что приводит к слиянию электромагнитных ливней в калориметре детектора.

Вблизи порога реакции $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ монохроматичный фотон становится мягким, что уменьшает вероятность регистрации. Так начиная при энергии

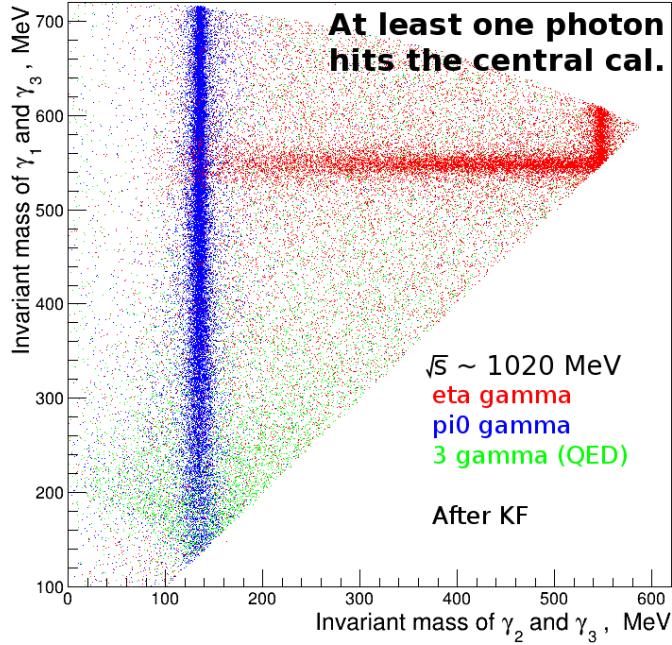


Рис. 26: Диаграмма Далица после КР для событий моделирования в области ϕ -мезона $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ (синие точки), $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ (красные точки) и трёхквантовой аннигиляции (зелёные точки), когда хотя бы один фотон попал в LXe калориметр.

системы $\sqrt{s} = 666$ МэВ энергия монохроматического фотона равна 30 МэВ, что соответствует порогу на рассмотрения фотона как значащего.

Так характерная эффективность в области ϕ -мезона без ограничения на углы вылета конечных фотонов составила 23.7 % для $\eta\gamma$ процесса. Для $\pi^0\gamma$ при условии попадания хотя бы одного фотона в центральную часть детектора составляет приблизительно 5 %, при этом наблюдается спад эффективности с ростом \sqrt{s} .

3.6.2 Поправка к эффективности регистрации фотонов

Эффективность реконструкции фотонов в моделировании и эксперименте определено по событиям процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-2\gamma$. Отобранные события разбиваются на два класса: событие полностью реконструировано и события с одним потерянным фотоном.

Отбор событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ На первом этапе отбираются события с двумя центральными треками и с одним или двумя фотонами. От трека требуется наличие кластера с полярным углом удовлетворяющим условию $0.9 < \theta < \pi - 0.9$.

Для треков определяется отношение энерговыделения E_{dep} к импульсу p и

требуется, чтобы каждое E_{dep}/p лежало в диапазоне (0.1, 2).

На каждый фотон накладываются условия:

- $|\theta - \pi/2| < 1.4 \approx 80.214^\circ$,
- $15 \text{ МэВ} < E < 0.75\sqrt{s}$.

Такой отбор должно пройти один или два фотона, чтобы событие осталось в обработке.

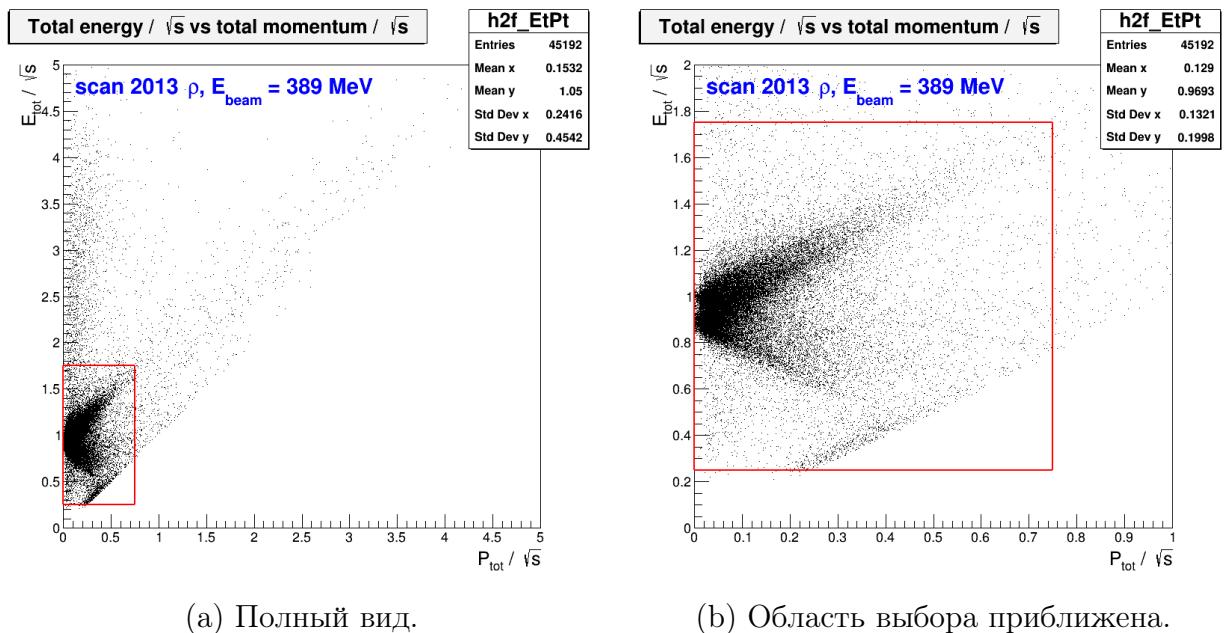
Для отобранных частиц вычисляется модуль полного импульса системы P_{tot} и полная энергия E_{tot} :

$$E_{\text{tot}} = \sum E_i, \quad (12)$$

$$P_{\text{tot}} = \left| \vec{P}_{\text{tot}} \right| = \left| \sum \vec{p}_i \right|. \quad (13)$$

На них накладываются следующие условия:

- $P_{\text{tot}} < 0.75\sqrt{s}$,
- $0.25\sqrt{s} < E_{\text{tot}} < 1.75\sqrt{s}$.



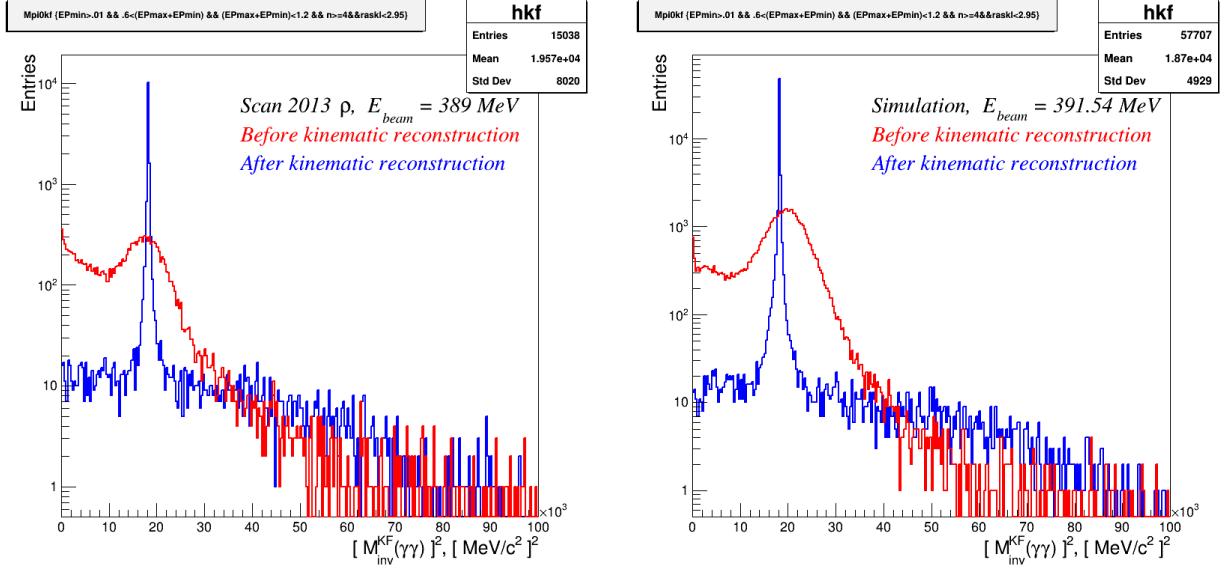
(a) Полный вид.

(b) Область выбора приближена.

Рис. 27: Распределение полной энергии и полного импульса системы, нормированные на \sqrt{s} . Красной линией обозначены условия отбора. Экспериментальные данные сезона 2013 ρ , $E_{\text{beam}} = 389 \text{ МэВ}$.

Для прошедших отборов событий проводится кинематическая реконструкция в гипотезе четырёх частиц (двух заряженных пионов и двух фотонов) с

требованием выполнения законов сохранения импульса-энергии для всей системы. Таким образом после кинематической реконструкции суммарный импульс системы $P_{\text{tot}}^{\text{KF}}$ стремится к нулю, а общая энергия системы $E_{\text{tot}}^{\text{KF}}$ к энергии двух пучков.



(a) Данные сезона 2013 ρ , $E_{\text{beam}} = 389$ МэВ.
(b) Моделирование $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, $E_{\text{beam}} = 391.54$ МэВ.

Рис. 28: Распределение событий по квадрату инвариантной массы двух фотонов для событий с двумя и более фотонами. Красная (синяя) гистограмма — до (после) кинематической реконструкции.

Второй этап отборов начинается с требования на массу отдачи двух заряженных пионов $M_{\text{recoil}}^{\pi^+\pi^-}$, а именно 0 МэВ $< M_{\text{recoil}}^{\pi^+\pi^-} < 300$ МэВ. Дополнительно для треков накладывается условие $E_1/p_1 + E_2/p_2 < 1$ и $\min(E_i/p_i) > 0.1$. В то время как на угол между треками $\Omega_{\pi^+\pi^-}$ накладывается условие $\Omega_{\pi^+\pi^-} < 2.95$. Данное условие продемонстрировано на рисунках 31.

Вычисление эффективности реконструкции фотонов и поправки к ней В итоге фотонны из полученного набора тестовых событий $pi^+\pi^-\pi^0$ сортируются по двумерным гисограммам $E^{\text{KF}}-\theta^{\text{KF}}$. Одна гистограмма $h_{\text{det}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)$ для зарегистрированных фотонов, другая $h_{\text{lost}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)$ для невосстановленных. Беря отношение в каждом бине числа зарегистрированных к сумме потерянных и зарегистрированных находим эффективность регистрации фотонов

$$\varepsilon_\gamma(\Delta\theta_i, \Delta E_j) = \frac{h_{\text{det}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)}{h_{\text{det}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j) + h_{\text{lost}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)}. \quad (14)$$

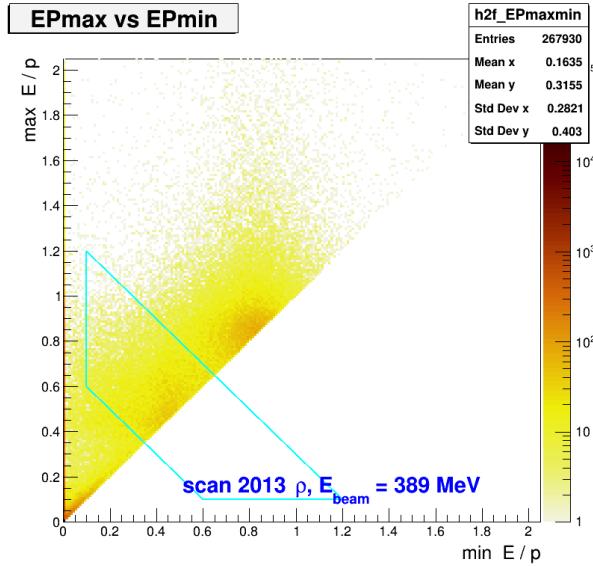


Рис. 29: Распределение отношения энерговыделения трека к импульсу трека. Голубой линией обозначены условия отбора по E_i/p_i . Экспериментальные данные сезона 2013 ρ , $E_{\text{beam}} = 394$ МэВ.

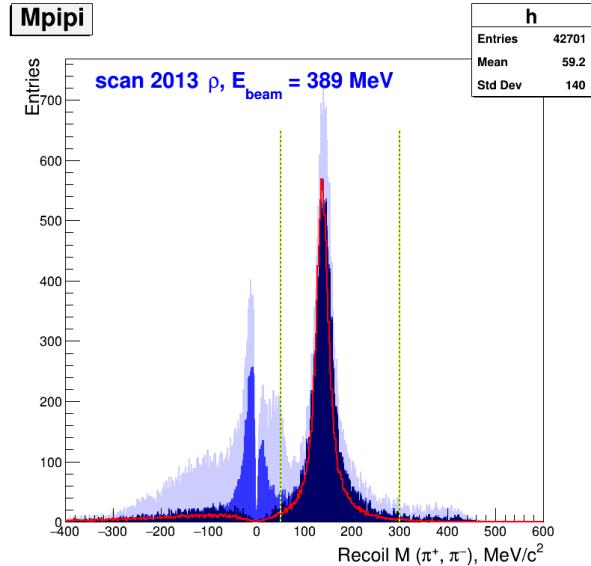
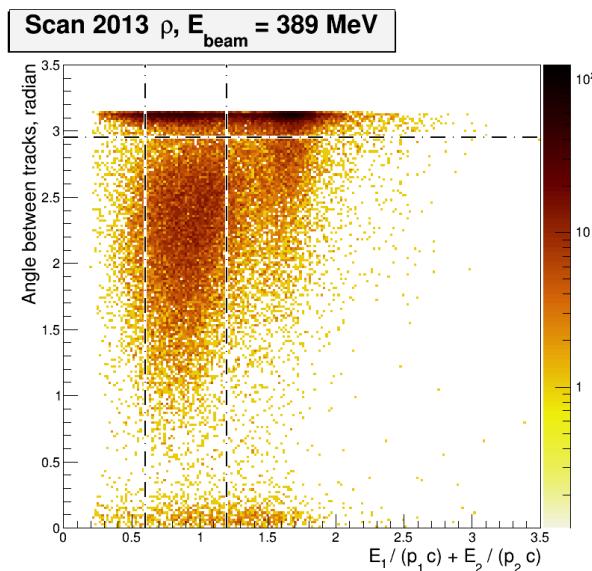
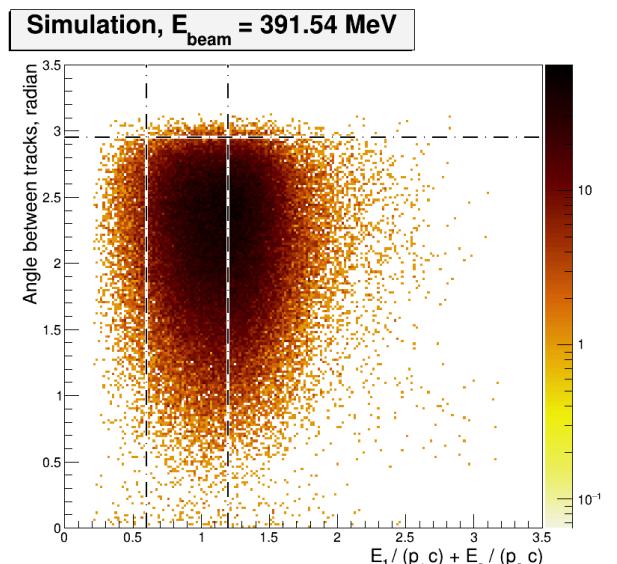


Рис. 30: Тёмно-синяя гистограмма — с отбором по E/p и $\Omega_{\pi^+\pi^-}$, синяя гистограмма — с отбором по E/p , блеклая гистограмма — до отбора по E/p , красная линия — моделирование после отбора по E/p и $\Omega_{\pi^+\pi^-}$, зелёно-жёлтая штрихованная линии — условия отбора по $M_{\text{recoil}}^{\pi^+\pi^-}$.



(a) Данные сезона 2013 ρ , $E_{\text{beam}} = 389$ МэВ.



(b) Simulation $\pi^+\pi^-\pi^0$, $E_{\text{beam}} = 391.54$ МэВ.

Рис. 31: Распределение пространственного угла между треками $\Omega_{\pi^+\pi^-}$ в зависимости от $E_1/p_1 + E_2/p_2 < 1$. Вертикальные линии демонстрируют условие на $\sum E_i/p_i$.

Строим такие эффективности регистрации отдельно для моделирования $\varepsilon_{\gamma}^{\text{MC}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)$, и отдельно для эксперимента $\varepsilon_{\gamma}^{\text{exp}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)$. Пример $\varepsilon_{\gamma}^{\text{exp}}$ представлен на рисунке 32.

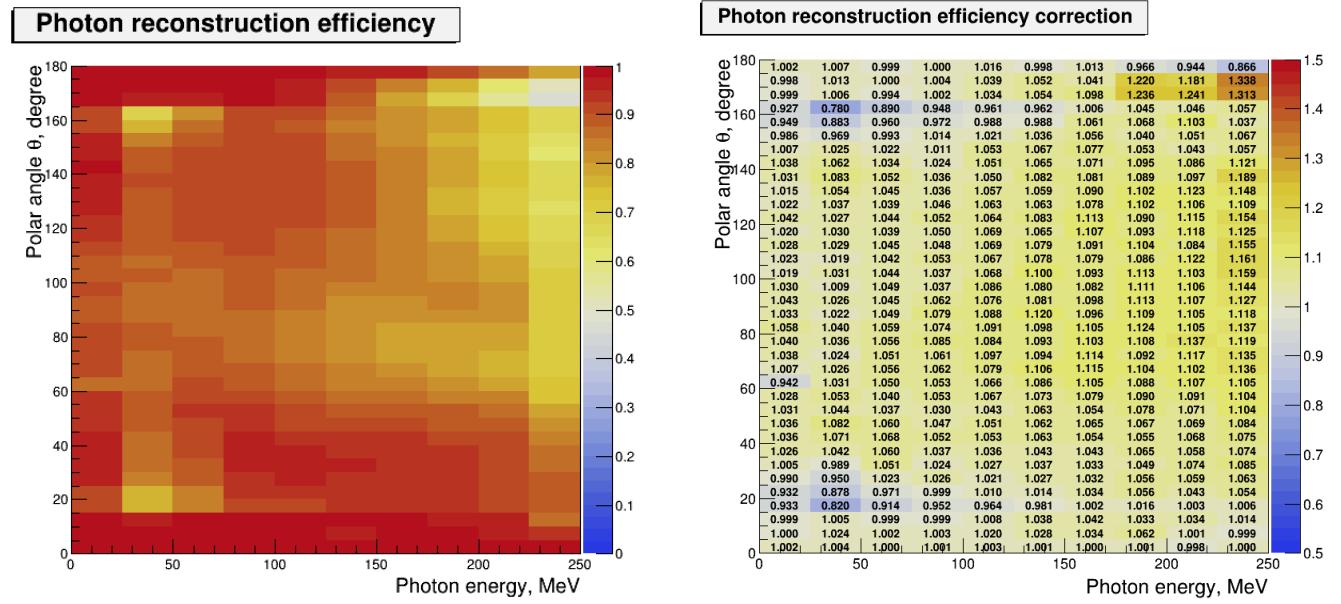


Рис. 32: $\varepsilon_{\gamma}^{\text{exp}}(\Delta\theta_i, \Delta E_j)$ по объединённые данным сезонов 2013 ρ и 2013 ω/ϕ .

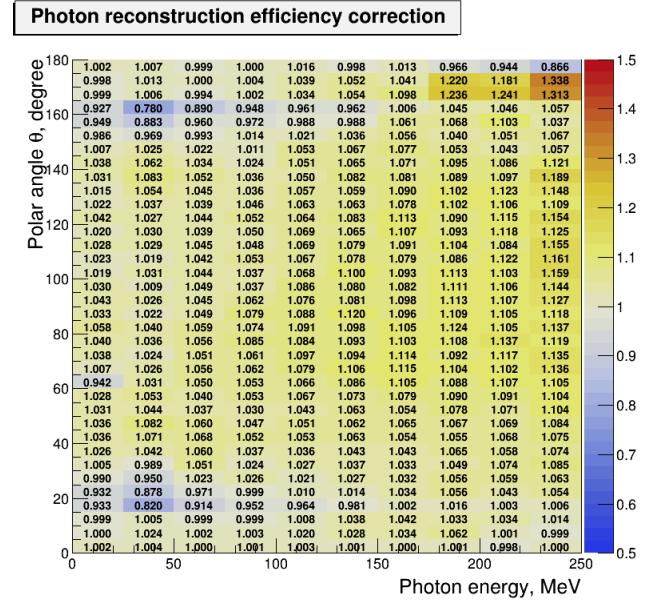


Рис. 33: $\varepsilon_{\gamma}^{\text{exp}} / \varepsilon_{\gamma}^{\text{MC}}$ как функция $\Delta\theta_i$ и ΔE_j по объединённые данным сезонов 2013 ρ и 2013 ω/ϕ .

3.6.3 Эффективность нейтрального триггера

Вычисление сечений изучаемых реакций требует учёта эффективности нейтрального триггера ε_{NT} , которая извлекается по событиям радиационного баба рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$.

Процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ выбран по ряду причин. Он похож по характеру энерговыделения, так как и фотоны, и электроны рождают электромагнитный ливни. Количество частиц в конечном состоянии равноному в изучаемых процессах, а именно трём. Из первых двух пунктов следует, что и система нейтрального триггера будет реагировать похожим образом — срабатывают те же маски. В процессе есть как заряженные, так и нейтральная частицы, что позволяет использовать две независимые подсистемы запуска детектора, позволяющие изучать вероятность срабатывания друг друга. Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ плавное и достаточно велико во всей доступной области энергий.

Отбираются события с двумя центральными треками и хотя бы одним фотоном, при этом на гамма-кванты налагаются дополнительные условия, как

$0.42 < \theta < \pi - 0.42$, так и $E_\gamma > 30$ МэВ. Центральным треком — треком лежащим в том числе в области взаимодействия пучков или рядом с ней — считается такой трек, который удовлетворяет следующим условиям:

- максимально расстояние между треком и орбитой пучков не более 6 см в плоскости $\rho - \varphi$;
- $\chi^2_R < 100$ из подгонки хитов ДК в $\rho - \varphi$ плоскости;
- $\chi^2_Z < 100$ из подгонки хитов ДК в $\rho - z$ плоскости.

Более того требуется, чтобы хотя бы одна из частиц летела в цилиндрический калориметр: $0.9 < \theta < \pi - 0.9$. Последние условие, как правило, обеспечивается одним из треков, ввиду неэффективности восстановления треков при малых полярных углах.

Затем для каждого события вычисляется полная энергия E_{sys} и полный импульс P_{sys} системы частиц, причём для нейтральных частиц импульс приравнивается к их энергии, а энергия заряженных частиц рассчитывается как $E = \sqrt{p^2 + m_e^2}$. Таким образом последние частицы предполагаются электронами или позитронами с массой m_e . На полный импульс P_{sys} и полную энергию E_{sys} полученной системы частиц накладываются нижеприведённые условия:

- $P_{\text{sys}} < 0.25\sqrt{s}$;
- $\frac{2}{3}\sqrt{s} + P_{\text{sys}} < E_{\text{sys}} < 1.25\sqrt{s}$.

Для определения эффективности триггера отбираются события с $\min(E/p) > 0.8$ и $\max(E/p) < 2$. Такое условие позволяет дополнительно подавить фон от минимально ионизирующих частиц π^\pm и μ^\pm . при этом происходят два вида отборов с количеством летящих в цилиндрическую часть детектора частиц: не меньшим одного и не меньше трёх.

Дополнительно для каждого события сохраняется информация о том, какой из триггеров сработал:

- нейтральный триггер;
- заряженный триггер;
- полный триггер, то есть в событие сработал и заряженный, и нейтральный триггер.

Теперь для каждой точки по энергии определяются количества событий, в которых сработал:

- только нейтральный триггер — N_{NT} ;
- только заряженный триггер — N_{CT} ;
- полный триггер — N_{tot} .

На основе этих данных рассчитывается эффективности нейтрального триггера ε_{NT} , заряженного триггера ε_{CT} и полного триггера ε_{tot} . Пусть произошло N событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$, тогда можно записать систему уравнений:

$$N_{\text{NT}} = \varepsilon_{\text{NT}} \cdot (1 - \varepsilon_{\text{CT}}) \cdot N, \quad (15)$$

$$N_{\text{CT}} = (1 - \varepsilon_{\text{NT}}) \cdot \varepsilon_{\text{CT}} \cdot N, \quad (16)$$

$$N_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{NT}} \cdot \varepsilon_{\text{CT}} \cdot N. \quad (17)$$

Разрешим данные связи относительно искомых эффективностей и найдём интересующие нас величины:

$$\varepsilon_{\text{NT}} = \frac{N_{\text{tot}}}{N_{\text{tot}} + N_{\text{CT}}}, \quad (18)$$

$$\varepsilon_{\text{CT}} = \frac{N_{\text{tot}}}{N_{\text{tot}} + N_{\text{NT}}}, \quad (19)$$

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \frac{N_{\text{tot}}(N_{\text{tot}} + N_{\text{CT}} + N_{\text{NT}})}{(N_{\text{tot}} + N_{\text{CT}})(N_{\text{tot}} + N_{\text{NT}})} \quad (20)$$

$$= 1 - (1 - \varepsilon_{\text{NT}})(1 - \varepsilon_{\text{CT}}). \quad (21)$$

Основными фоновыми процессами для $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ являются процессы $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-2\gamma$. Так как эти процессы носят резонансный характер, то их вклад в ошибку определения эффективности триггера будет наиболее большим в области $\omega(782)$ и $\phi(1020)$ резонансов. Для подавление событий с заряженными пионами используется ограничение на отношение импульса частицы, измеренного трековой системой детектора, к энергии, определённой по данным калориметра. Для электронов и позитронов это отношение близко к единице. В случае пионов оно пикуются в области $P/E = \sqrt{1 - m_{\pi^\pm}^2/E^2}$, так для энергии пиона равной 300 МэВ расчётное $P/E \simeq 0.88$.

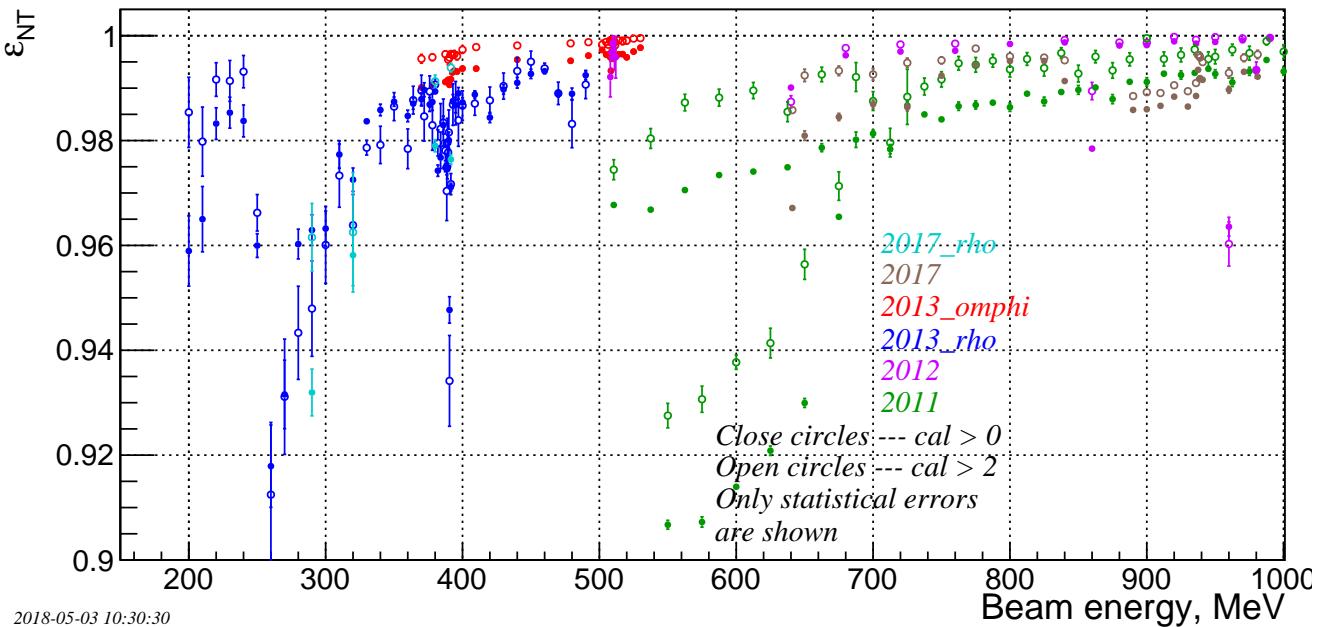


Рис. 34: Эффективность нейтрального триггера.

Далее определялась эффективность нейтрального триггера, а также заряженного и полного, в зависимости от диапазона полярных углов частиц. Будем накладывать ограничение на минимальный угол θ_{min} между частицами и осью пучков. Из рисунка [рисунок](#) видно, что начиная с $\theta_{min} = 0.9$ эффективность стабилизируется и перестаёт зависеть от θ_{min} , далее для определения эффективности триггера будет использоваться именно это значение минимального угла.

Теперь определим эффективности триггеров для всей статистики, используемой в данной работе. На рисунке 34 представлена зависимость эффективностей от энергии в системе центра масс. Видно, что области резонансов наблюдаются некоторые провалы в эффективностях, наиболее ярко это видно для заряженного триггера.

3.7 Сечение процессов

Основной задачей данной работы является вычисление сечение реакций $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$, $\eta\gamma$ в доступном диапазоне энергий. Сечение рассчитывается согласно формуле

$$\sigma = \frac{N}{L(1 + \delta_{rad}) \varepsilon_{NT} \varepsilon_{det}} \cdot \left(\frac{\varepsilon_\gamma^{MC}}{\varepsilon_\gamma^{exp}} \right)^3. \quad (22)$$

Здесь L — интегральная светимость; ε_{det} — эффективность метода, определяется из моделирования; δ_{rad} — радиационная поправка; ε_{NT} — эффективность

нейтрального триггера; вторая дробь соответствует поправке на разницу между моделированием и экспериментом в эффективности реконструкции фотонов.

Радиационная поправка δ_{rad} считается по алгоритму, основанному на статье [KF85]. Данная поправка является радиационной поправкой к процессам однофотонной аннигиляции e^+e^- -пары, связанная только с начальным состоянием. Заявленная точность вычислений не хуже 0.1 %. В такую же точность оценивается и вычисление радиационной поправки, главным образом определяемая алгоритмом аппроксимации сечений интересуемого процесса. Вычисленные значения $1 + \delta_{\text{rad}}$ приведены на рисунке 35.

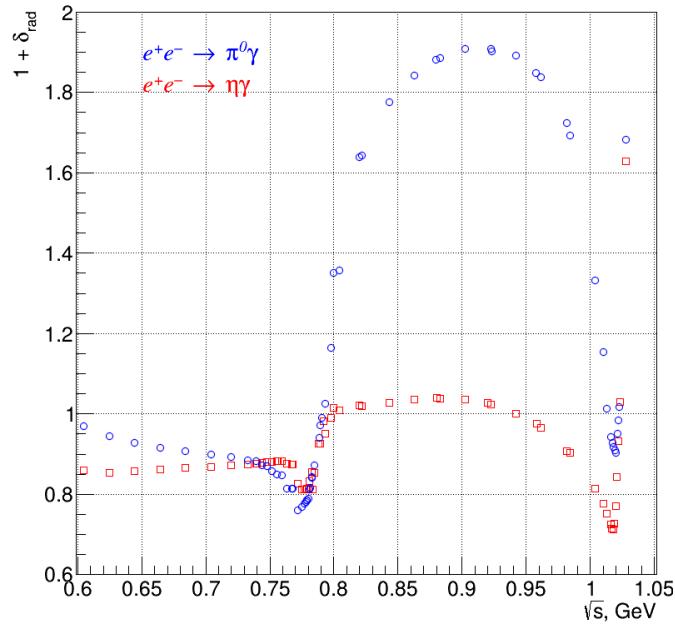


Рис. 35: Радиационная поправка $1 + \delta_{\text{rad}}$ для процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ (синие кружки), и $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ (красные квадраты).

Инетральная светимость L на детекторе КМД-3 определяется по процессу Баба рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ на большой угол $0.9 < \theta < \pi - 0.9$, [Ryz+17]. Достоверность полученных значений контролируется по результатам интегрального сечения $L_{\gamma\gamma}$, извлекаемого из процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, также рассматриваемого в больших углах. Отличие $1 - L/L_{\gamma\gamma}$ от 0 менее 1 %, здесь точность ограничено статистикой $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$.

Предварительные результаты по сечению реакций представлены в на рисунках 36 и 37.

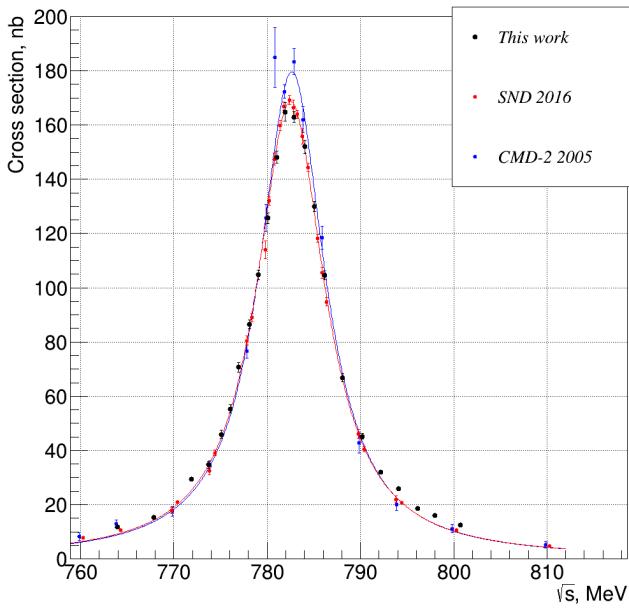


Рис. 36: Сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$: чёрные точки — предварительные результаты данной работы, красные (синие) точки и линия — результаты [Ach+16] ([Akh+05]) и их аппроксимация нерелятивистской функцией Брейт–Вигнера.

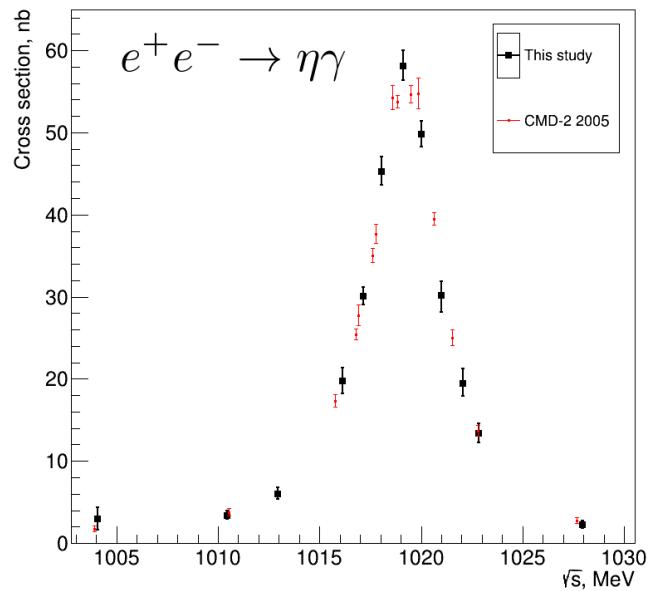


Рис. 37: Сечение $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$: чёрные точки — предварительные результаты данной работы, красные точки — результаты [Akh+05].

4 Заключение

Основная цель работы состоит в измерение сечения реакций $e^+e^- \rightarrow (\pi^0, \eta)\gamma \rightarrow 3\gamma$ по статистике, набранной детектором КМД-3 на коллайдере ВЭПП-2000. Для чего был разработан алгоритм выделения событий интересуемых процессов, включающий в себя процедуру кинематической реконструкции полностью нейтральных процессов, ориентированную на параметры детектора КМД-3. Для вычисления сечения в том числе были определены поправка к эффективности нейтрального триггера детектора и поправка на разность эффективности реконструкции фотонов в эксперименте и моделирование. Определения первой поправки производится по событиям радиационного Баба рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$, второй по событиям $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Получены предварительные результаты, о которых было доложено на конференциях и опубликовано в их материалах [Iva+18; Akh+18].

В заключение выражаю благодарность Б. А. Шварцу, В. Е. Шебалину, А. Е. Рыжененкову, а также всему коллективам детектора КМД-3 и ускорительных комплексов ВЭПП-2000 и ВЭПП-5 за их слаженную работу, делающую данные эксперимент и анализ возможными.

Список литературы

- [Aba+14] E.V. Abakumova, M.N. Achasov, D.E. Berkaev, V.V. Kaminsky, I.A. Koop и др. “A system of beam energy measurement based on the Compton backscattered laser photons for the VEPP-2000 electron-positron collider”. в: *Nucl.Instrum.Meth.* A744 (2014), с. 35—40. DOI: [10.1016/j.nima.2014.01.020](https://doi.org/10.1016/j.nima.2014.01.020). arXiv: [1310.7764 \[physics.acc-ph\]](https://arxiv.org/abs/1310.7764).
- [Ach+00] M. N. Achasov и др. “Experimental study of the processes $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow \eta\gamma, \pi^0\gamma$ at VEPP-2M”. в: *Eur. Phys. J.* C12 (2000), с. 25—33. DOI: [10.1007/s100529900222](https://doi.org/10.1007/s100529900222).
- [Ach+03a] M. N. Achasov и др. “Experimental study of the $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ process in the energy region $\sqrt{s} = 0.60$ -GeV – 0.97-GeV”. в: *Phys. Lett.* B559 (2003), с. 171—178. DOI: [10.1016/S0370-2693\(03\)00336-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(03)00336-8). arXiv: [hep-ex/0302004 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0302004).
- [Ach+03b] M. N. Achasov и др. “Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ in the energy region \sqrt{s} below 0.98-GeV”. в: *Phys. Rev.* D68 (2003), с. 052006. DOI: [10.1103/PhysRevD.68.052006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.68.052006). arXiv: [hep-ex/0305049 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0305049).
- [Ach+06] M. N. Achasov и др. “Study of the $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ process with SND detector at the VEPP-2M e^+e^- collider”. в: *Phys. Rev.* D74 (2006), с. 014016. DOI: [10.1103/PhysRevD.74.014016](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.014016). arXiv: [hep-ex/0605109 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0605109).
- [Ach+14] M. N. Achasov и др. “Study of the process $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ in the center-of-mass energy range 1.07–2.00 GeV”. в: *Phys. Rev.* D90.3 (2014), с. 032002. DOI: [10.1103/PhysRevD.90.032002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.032002). arXiv: [1312.7078 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1312.7078).
- [Ach+16] M. N. Achasov и др. “Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ with the SND detector at the VEPP-2M collider”. в: *Phys. Rev.* D93.9 (2016), с. 092001. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.092001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.092001). arXiv: [1601.08061 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1601.08061).
- [Ach+97] M. N. Achasov и др. “First physical results from SND detector at VEPP-2M”. в: (1997). arXiv: [hep-ex/9710017 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9710017).
- [Akh+01] R. R. Akhmetshin и др. “Study of the process $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ in center-of-mass energy range 600-MeV to 1380-MeV at CMD-2”. в: *Phys. Lett.* B509 (2001), с. 217—226. DOI: [10.1016/S0370-2693\(01\)00567-6](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00567-6). arXiv: [hep-ex/0103043 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0103043).
- [Akh+04] R. R. Akhmetshin и др. “Reanalysis of hadronic cross-section measurements at CMD-2”. в: *Phys. Lett.* B578 (2004), с. 285—289. DOI: [10.1016/j.physletb.2003.10.108](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2003.10.108). arXiv: [hep-ex/0308008 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0308008).
- [Akh+05] R. R. Akhmetshin и др. “Study of the processes $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma, \pi^0\gamma \rightarrow 3\gamma$ in the c.m. energy range 600-MeV to 1380-MeV at CMD-2”. в: *Phys. Lett.* B605 (2005), с. 26—36. DOI: [10.1016/j.physletb.2004.11.020](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.11.020). arXiv: [hep-ex/0409030 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0409030).
- [Akh+09] R.R. Akhmetshin, D.N. Grigoriev, V.F. Kazanin, S.M. Tsaregorodtsev и Yu.V. Yudin. “Status of the endcap BGO calorimeter of the CMD-3 detector”. в: *Phys.Atom.Nucl.* 72 (2009), с. 477—481. DOI: [10.1134/S1063778809030119](https://doi.org/10.1134/S1063778809030119).
- [Akh+18] R. R. Akhmetshin и др. “Hadronic cross sections with the CMD-3 detector at the VEPP-2000”. в: *Nucl. Part. Phys. Proc.* 294-296 (2018), с. 170—176. DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2018.03.019](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2018.03.019).
- [Akh+95] R. R. Akhmetshin и др. “Measurement of ϕ meson parameters with CMD-2 detector at VEPP-2M collider”. в: *Phys. Lett.* B364 (1995), с. 199—206. DOI: [10.1016/0370-2693\(95\)01394-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)01394-6).
- [Akh+99] R. R. Akhmetshin и др. “Study of the radiative decay $\phi \rightarrow \eta\gamma$ with CMD-2 detector”. в: *Phys. Lett.* B460 (1999), с. 242—247. DOI: [10.1016/S0370-2693\(99\)00748-0](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00748-0). arXiv: [hep-ex/9907003 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9907003).

- [AKV10] A. I. Ahmadov, E. A. Kuraev и M. K. Volkov. “Contributions of semi-hadronic states $P\gamma; S\gamma, \pi^+\pi^-\gamma$ to amm of muon, in frames of Nambu–Jona-Lasinio model”. в: *Phys. Part. Nucl. Lett.* 7 (2010), с. 334—337. DOI: [10.1134/S1547477110050055](https://doi.org/10.1134/S1547477110050055). arXiv: [1002.1797 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1002.1797).
- [All+06] John Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P.A. Dubois и др. “Geant4 developments and applications”. в: *IEEE Trans.Nucl.Sci.* 53 (2006), с. 270. DOI: [10.1109/TNS.2006.869826](https://doi.org/10.1109/TNS.2006.869826).
- [Amb+08] F. Ambrosino и др. “Study of the process $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ in the ϕ -meson mass region with the KLOE detector”. в: *Phys. Lett.* B669 (2008), с. 223—228. DOI: [10.1016/j.physletb.2008.09.056](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.09.056). arXiv: [0807.4909 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/0807.4909).
- [Ana+92] E.V. Anashkin, V.M. Aulchenko, V.E. Fedorenko, G.V. Fedotovich, B.I. Khazin и др. “Z chamber and the trigger of the CMD-2 detector”. в: *Nucl.Instrum.Meth.* A323 (1992), с. 178—183. DOI: [10.1016/0168-9002\(92\)90285-C](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90285-C).
- [Ani+13] A.V. Anisenkov, V.M. Aulchenko, L.M. Barkov, N.S. Bashtovoy, A.E. Bondar и др. “Barrel calorimeter of the CMD-3 detector”. в: *Nucl.Instrum.Meth.* A732 (2013), с. 463—465. DOI: [10.1016/j.nima.2013.07.044](https://doi.org/10.1016/j.nima.2013.07.044).
- [Ani+17] A. V. Anisenkov и др. “Energy calibration of the barrel calorimeter of the CMD-3 detector”. в: *JINST* 12.04 (2017), P04011. DOI: [10.1088/1748-0221/12/04/P04011](https://doi.org/10.1088/1748-0221/12/04/P04011).
- [Aub+04] Bernard Aubert и др. “Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ process using initial state radiation with BaBar”. в: *Phys. Rev.* D70 (2004), с. 072004. DOI: [10.1103/PhysRevD.70.072004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.072004). arXiv: [hep-ex/0408078 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0408078).
- [Aub+06] Bernard Aubert и др. “Measurement of the η and η' transition form-factors at $q^2 = 112 \text{ GeV}^2$ ”. в: *Phys. Rev.* D74 (2006), с. 012002. DOI: [10.1103/PhysRevD.74.012002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.012002). arXiv: [hep-ex/0605018 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0605018).
- [Aul+00] V. M. Aulchenko и др. “The process $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ near the ϕ resonance”. в: *J. Exp. Theor. Phys.* 90 (2000). [Zh. Eksp. Teor. Fiz. 90, 1067 (2000)], с. 927—938. DOI: [10.1134/1.559181](https://doi.org/10.1134/1.559181).
- [Aul+15] V. M. Aulchenko и др. “CsI calorimeter of the CMD-3 detector”. в: *JINST* 10.10 (2015), P10006. DOI: [10.1088/1748-0221/10/10/P10006](https://doi.org/10.1088/1748-0221/10/10/P10006).
- [Ben+06] G.W. Bennett и др. “Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL”. в: *Phys.Rev.* D73 (2006), с. 072003. DOI: [10.1103/PhysRevD.73.072003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.072003). arXiv: [hep-ex/0602035 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0602035).
- [Ben+16] M. Benayoun, P. David, L. DelBuono и F. Jegerlehner. “A BHLS model based moment analysis of muon g-2, and its use for lattice QCD evaluations of a_μ^{had} ”. в: (2016). arXiv: [1605.04474 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1605.04474).
- [Ben+99] Maurice Benayoun, L. DelBuono, S. Eidelman, V. N. Ivanchenko и Heath Bland O’Connell. “Radiative decays, nonet symmetry and SU(3) breaking”. в: *Phys. Rev.* D59 (1999), с. 114027. DOI: [10.1103/PhysRevD.59.114027](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.59.114027). arXiv: [hep-ph/9902326 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9902326).
- [Ber+12] D. Berkaev, A. Kirpotin, I. Koop, A. Lysenko, I. Nesterenko и др. “VEPP-2000 operation with round beams in the energy range from 1-GeV to 2-GeV”. в: *Nucl.Phys.Proc.Suppl.* 225-227 (2012), с. 303—308. DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2012.02.063](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2012.02.063).
- [BM61] Claude Bouchiat и Louis Michel. “La résonance dans la diffusion méson π — méson π et le moment magnétique anormal du méson μ ”. в: *Journal de Physique et le Radium* 22.2 (1961), с. 121—121. DOI: [10.1051/jphysrad:01961002202012101](https://doi.org/10.1051/jphysrad:01961002202012101).
- [Cos+76] G. Cosme и др. “New Measurements with the Orsay Electron-Positron Storage Ring of the Radiative Decay Modes of the ϕ -Meson”. в: *Phys. Lett.* B63 (1976), с. 352—356. DOI: [10.1016/0370-2693\(76\)90281-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(76)90281-1).

- [Dan+96] V. V. Danilov, P. M. Ivanov, I. A. Koop, I. N. Nesterenko, E. A. Perevedentsev и др. “The concept of round colliding beams”. в: *Conf. Proc. C960610* (1996). [,1149(1996)], c. 1149–1151.
- [DHM17] Michel Davier, Andreas Hoecker, Bogdan Malaescu и Zhiqing Zhang. “Reevaluation of the hadronic vacuum polarisation contributions to the Standard Model predictions of the muon $g - 2$ and $\alpha(m_Z^2)$ using newest hadronic cross-section data”. в: *Eur. Phys. J. C77.12* (2017), c. 827. DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-5161-6](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5161-6). arXiv: [1706.09436 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1706.09436).
- [Dol+89] S. I. Dolinsky и др. “Radiative Decays of ρ and ω Mesons”. в: *Z. Phys. C42* (1989), c. 511. DOI: [10.1007/BF01557655](https://doi.org/10.1007/BF01557655).
- [Dru+84] V. P. Druzhinin и др. “Measurement of ϕ Meson Radiative Decays at the Storage Ring Vepp-2M With the Neutral Detector”. в: *Phys. Lett. B144* (1984), c. 136–140. DOI: [10.1016/0370-2693\(84\)90192-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(84)90192-8).
- [Dur62] Loyal Durand. “Pionic Contributions to the Magnetic Moment of the Muon”. в: *Phys. Rev. 128* (1962), c. 441–448. DOI: [10.1103/PhysRev.128.441](https://doi.org/10.1103/PhysRev.128.441).
- [EN07] Rafel Escribano и Jordi Nadal. “On the gluon content of the η and η' mesons”. в: *JHEP* 05 (2007), c. 006. DOI: [10.1088/1126-6708/2007/05/006](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2007/05/006). arXiv: [hep-ph/0703187 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0703187).
- [Fel00] Thorsten Feldmann. “Quark structure of pseudoscalar mesons”. в: *Int.J.Mod.Phys. A15* (2000), c. 159–207. arXiv: [hep-ph/9907491 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9907491).
- [Gar+60] R. L. Garwin, D. P. Hutchinson, S. Penman и G. Shapiro. “Accurate Determination of the μ^+ Magnetic Moment”. в: *Phys. Rev. 118* (1960), c. 271–283. DOI: [10.1103/PhysRev.118.271](https://doi.org/10.1103/PhysRev.118.271).
- [GD69] M. Gourdin и E. De Rafael. “Hadronic contributions to the muon g-factor”. в: *Nucl. Phys. B10* (1969), c. 667–674. DOI: [10.1016/0550-3213\(69\)90333-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(69)90333-2).
- [Gra+10] F. Grancagnolo, G. Fiore, F.V. Ignatov, A.V. Karavdina, B.I. Khazin и др. “Drift chamber for the CMD-3 detector”. в: *Nucl.Instrum.Meth. A623* (2010), c. 114–116. DOI: [10.1016/j.nima.2010.02.166](https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.02.166).
- [Gra+15] J. Grange и др. “Muon ($g-2$) Technical Design Report”. в: (2015). arXiv: [1501.06858 \[physics.ins-det\]](https://arxiv.org/abs/1501.06858).
- [Iva+18] Vyacheslav Ivanov, Evgeny Solodov, Evgeny Kozyrev и Georgiy Razuvayev. “Recent results at the ϕ -meson region from the CMD-3 detector at the VEPP-2000 collider”. в: *EPJ Web Conf. 166* (2018), c. 00019. DOI: [10.1051/epjconf/201816600019](https://doi.org/10.1051/epjconf/201816600019).
- [Jeg17] Friedrich Jegerlehner. “The Anomalous Magnetic Moment of the Muon”. в: *Springer Tracts Mod. Phys. 274* (2017), pp.1–693. DOI: [10.1007/978-3-319-63577-4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-63577-4).
- [KF85] E.A. Kuraev и Victor S. Fadin. “On Radiative Corrections to e^+e^- Single Photon Annihilation at High-Energy”. в: *Sov.J.Nucl.Phys. 41* (1985), c. 466–472.
- [Kha10] B.I. Khazin. “Detectors and physics at VEPP-2000”. в: *Nucl.Instrum.Meth. A623* (2010), c. 353–355. DOI: [10.1016/j.nima.2010.02.246](https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.02.246).
- [KNT18] Alexander Keshavarzi, Daisuke Nomura и Thomas Teubner. “Hadronic Leading Order Contribution to the Muon $g-2$ ”. в: *EPJ Web Conf. 179* (2018), c. 01016. DOI: [10.1051/epjconf/201817901016](https://doi.org/10.1051/epjconf/201817901016).
- [KO67] T. Kinoshita и R. J. Oakes. “Hadronic contributions to the muon magnetic moment”. в: *Phys. Lett. 25B* (1967), c. 143–145. DOI: [10.1016/0370-2693\(67\)90209-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(67)90209-2).
- [NJ61] Yoichiro Nambu и G. Jona-Lasinio. “Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. 1.” в: *Phys.Rev. 122* (1961), c. 345–358. DOI: [10.1103/PhysRev.122.345](https://doi.org/10.1103/PhysRev.122.345).
- [ODo81] Patrick J. O’Donnell. “Radiative decays of mesons”. в: *Rev. Mod. Phys. 53* (1981), c. 673. DOI: [10.1103/RevModPhys.53.673](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.53.673).

- [Oli+14] K. A. Olive и др. “Review of Particle Physics”. в: *Chin. Phys.* C38 (2014), с. 090001. doi: [10.1088/1674-1137/38/9/090001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/38/9/090001).
- [Ryz+17] A. E. Ryzhenenkov и др. “Current status of luminosity measurement with the CMD-3 detector”. в: *JINST* 12.07 (2017), с. C07040. doi: [10.1088/1748-0221/12/07/C07040](https://doi.org/10.1088/1748-0221/12/07/C07040).
- [Sai12] Naohito Saito. “A novel precision measurement of muon $g - 2$ and EDM at J-PARC”. в: *AIP Conf. Proc.* 1467 (2012), с. 45—56. doi: [10.1063/1.4742078](https://doi.org/10.1063/1.4742078).
- [Sak60] J.J. Sakurai. “Theory of strong interactions”. в: *Annals Phys.* 11 (1960), с. 1—48. doi: [10.1016/0003-4916\(60\)90126-3](https://doi.org/10.1016/0003-4916(60)90126-3).
- [Sha+18] Yu. Shatunov и др. “Commissioning of the Electron-Positron Collider VEPP-2000 after the Upgrade”. в: *Phys. Part. Nucl. Lett.* 15.3 (2018), с. 310—314. doi: [10.1134/S1547477118030160](https://doi.org/10.1134/S1547477118030160).
- [Бук03] А. Д. Букин. “О кинематической реконструкции событий”. в: *Препринт ИЯФ* 27 (2003).
- [Бук05] А. Д. Букин. “О кинематической реконструкции событий”. в: *Препринт ИЯФ* 51 (2005).
- [Бук08] А. Д. Букин. “Программа кинематической реконструкции событий”. в: *Препринт ИЯФ* 3 (2008).
- [Кар+08] А. В. Каравдина, Д. А. Горбачёв, Ф. В. Игнатов, С. Г. Пивоваров, Попов А. С. и др. “Восстановление треков заряженных частиц в дрейфовой камере детектора КМД-3”. в: *Вестник Новосибирского государственного университета: физика* 3 (2008), с. 47—55. ISSN: 1818-7994.