1 Kinematik

1.1 Momentane Geschwindigkeit

Ableitung nach der Zeit t der Funktion $x(t)$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

1.2 Momentane Beschleunigung

Zweite Ableitung nach der Zeit t der Funktion $x(t)$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

1.3 Integration der Bewegung

$$x(t) = \int_{t_0}^{t} v(u)du + x_0$$

$x(t)$ ist die Stammfunktion von $v(t)$. x_0 ist die zum Beispiel die Position des Körpers zu einem bestimmten Anfangszeitpunkt.
Falls Bewegung gleichförmig und geradlinig: $v(t) = konst. \Rightarrow a(t) = 0$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$$

Falls Bewegung gleichförmig beschleunigt und geradlinig: $a(t) = a_0 = konst.$

$$v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$
$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2$$

Spezialfall: $x_0 = v_0 = t_0 = 0$

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2$$
$$v(t) = a_0t$$
$$a(t) = a_0$$

1.4 Gravitation

In der Nähe der Erdoberfläche fühlt jeder Köper, ubabhängig von seinem Gewicht, dieselbe Beschleunigung (wenn der Luftwiderstand vernachlässigt wird).

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

mit Fallhöhe h und Fallzeit t.

1.5 Bahnkurve beim Ballwurf

Zur Zeit t_{max} erreicht die Kugel den höchsten Punkt ihrer Bahnkurve. In diesem Punkt verschwindet die vertikale Geschwindigkeit:

$$t_{max} = \frac{v_{0y}}{g}$$

Die maximale Höhe der Kugel ist:

$$y_{max} = y_0 + \frac{{v_{0y}}^2}{2g}$$

1.6 Gleichförmige Kreisbewegung

$$\varphi(t) = \omega t$$

mit Winkelgeschwindigkeit ω und Periode T:

$$\varphi(T) = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

1.6.1 Geschwindigkeitsvektor

Betrag: $|\vec{v}| = r\omega = konst.$
Die Richtung der Geschwindigkeit ist senkrecht zum Ortsvektor.

1.6.2 Beschleunigungsvektor

Zeigt in Richtung Zentrum des Kreises mit Betrag: $\vec{a} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$

2 Dynamik

2.1 Masse

Astronaut in seiner Umlaufbahn um die Erde ist gewichtslos, aber nicht masselos. Masse eines Körpers ist ein Mass für den Widerstand, den der Körper einer Beschleunigung entgegensetzt.

2.2 Lineare Impuls

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B$$

In isoliertem System bleibt der Gesamtimpuls erhalten, ist also konstant.

2.3 Newtonschen Gesetze

2.3.1 Trägheitsprinzip

Ein Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, wenn er isoliert ist.

2.3.2 Aktionsprinzip

Die Beschleunigung eines Körpers, dessen Masse sich mit der Zeit nicht ändert, ist umgekehrt proportional zu seiner Masse und direkt proportional zur resultierenden Kraft, die auf ihn wirkt.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

2.3.3 Aktio - Reaktio

Zu jeder Aktion (d.h. Kraft) gehört eine gleich grosse Reaktion, die denselben Betrag besitzt aber in die entgegengesetzte Richtung zeigt.

2.4 Kraft

Wenn sich der Impuls eines Körpers mit der Zeit ändert, wirkt auf den Körper eine nicht verschwindende resultierende Kraft.

2.5 Raketengleichung

Gesamtimpuls zur Zeit t:

$$p(t) = M(t)v(t)$$

und zur Zeit $t' = t + dt$:

$$p(t') = M(t')v(t') + dm(v(t) - u)$$

mit der Geschwindigkeit des ausgestossenen Gasses relativ zur Rakete u und Masse der Rakete als Funktion $M(t)$.

Impulserhaltung zu jeder Zeit t

$$M(t)\frac{dv}{dt} = u\frac{dm}{dt}$$

Schubkraft der Rakete:

$$F = u\frac{dm}{dt}$$

Geschwindigkeit der Rakete:

$$v = u\ln(\frac{1}{1 - B})$$

mit $B \equiv \frac{m}{M_0}$.

3 Temperatur, Gase und die Thermodynamik

3.1 Druck

$$p = \frac{F}{A} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad 1Pa = 1\frac{N}{m^2} = 1 * 10^{-5}bar$$

3.2 Temperatur

Bei konstantem Druck ist das Volumen des Gases proportional zur (absoluten) Temperatur. Equivalent dazu ist bei konstantem Volumen der Druck proportional zur Temperatur.

Die Temperatur eines Körpers in der Kelvin-Skala kann mit Hilfe eines Gasthermometers bei konstantem Volumen gemessen werden:

$$T = \frac{273.16K}{p_3}p$$

wobei p der gemessene Druck bei der Temperatur T ist und p_3 der Druck, der beim Eintauchen des Gasthermometers ins Wasser bei dessen Tripelpunkt gemessen wird.

3.3 Ideale Gase

$$pV = NkT = nRT \qquad \text{mit Einheiten} \qquad 1Pa \cdot m^3 = 1\frac{J}{K}K = 1mol\frac{J}{mol \cdot K}K$$

wobei k die Boltzmann-Konstante und N die Anzahl (daher dimensionslos) der Gasmoleküle ist. R ist equivalent zu k, nur dass es mit mol Massepunkten rechnet. Da das Produkt kT einer Energie entspricht, folgt, dass auch pV Energie repräsentiert.

3.4 Wärmeenergie und Wärmekapazität

3.4.1 Wärmekapazität

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{J}{K}$$

wobei ΔQ die benötigte Energie ist, um die Temperatur des Körpers um ΔT zu erhöhen.

3.4.2 spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{J}{kg \cdot K}$$

3.4.3 molekulare Wärmekapazität

$$c = \frac{\Delta Q}{n\Delta T} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{J}{mol \cdot K}$$

Die Wärmemenge, die man zuführen muss, um einen Kürper von T_a auf T_e zu erwärmen ist gleich

$$Q = \int dQ = \int_{T_a}^{T_e} C(T)dT$$

Ist die Temperaturänderung nicht zu gross, lässt sich die Wärmekapazität C(T) als Konstante betrachten:

$$Q = C(T_e - T_a) = C\Delta T$$

Die Wärmekapazität C_V des idealen Gases bei konstantem Volumen ist gleich:

$$C_V = \frac{3}{2}Nk \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{J}{K}$$

wobei N die Anzahl Moleküle im Gas ist. Die W ÌĹarmekapazit ÌĹat C_p des idealen Gases bei konstantem Druck ist gleich

$$C_p = \frac{5}{2} Nk = C_V + Nk$$

Für die Wärmekapazität von Festkörpern gilt dabei mit wenigen Ausnahmen $c \approx 25 \frac{J}{mol \cdot K}$.

Bei einem **Phasenübergang** bezeichnet die latente Wärme die aufgenommene oder abgegebene Energiemenge. Die Wärme Q, die dafür benötigt wird, ist zur spezifischen latenten Wärme L proportional:

$$Q = mL \qquad \text{mit Einheiten} \qquad J = kg \frac{J}{kg}$$

3.5 Wärmestrahlung

Jeder K ÌĹörper emittiert nicht nur Wärmestrahlung, sondern er absorbiert sie auch aus seiner Umgebung.

3.5.1 Stefan-Boltzmannsche Gesetz

Die auf die Fläche der Hohlraumöffnung normierte, nach vorn ausgesandte und über alle Wellenlängen aufsummierte **Ausstrahlung** $S(T)$ ist proportional zur vierten Potenz der Temperatur

$$S(T) = \sigma T^4 \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{W}{m^2} = \frac{J}{s \cdot m^2} = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} K^4$$

wobei σ die Stefan-Boltzmann-Konstante ist.

In der Realität ist die Wärmestrahlung kleiner als die des Hohlraumstrahlers:

$$S(T) = \varepsilon \sigma T^4$$

wobei ε der dimensionslose **Emissionsgrad** ist. Für reale Körper gilt $\varepsilon < 1$.

Die **Nettowärmestrahlung** eines Körpers mit der Temperatur T ist bei der Umgebungstemperatur T_0 gleich

$$S_{netto} = S_{emittiert} - S_{absorbiert} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4)$$

3.5.2 Spektralverteilungsfunktion

Die Spektralverteilungsfunktion $S(\lambda, T)$ beschreibt die Wellenlängenabhängigkeit der Hohlraumstrahlung bei vorgegebener Temperatur. Die Wärmestrahlung pro Zeit und pro Fläche des Hohlraums im Wellenlängenband zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ ist damit gleich:

$$S(\lambda, T)d\lambda \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{J}{s \cdot m^3}$$

Die gesamte Abstrahlung wird durch Integration über den gesamten Wellenlängenbereich gewonnen.

3.5.3 Wiensche Verschiebungsgesetz

Das wiensche Verschiebungsgesetz gibt an, bei welcher Wellenlänge λ_{max} ein schwarzer Körper je nach seiner Temperatur die grösste Strahlungsleistung abgibt. Insbesondere gilt: Je höher die Temperatur eines Körpers ist, bei desto kürzeren Wellenlängen liegt das Maximum der Verteilung. Das Produkt $\lambda_{max}T$ ist dabei konstant.

$$\lambda_{max}T = 2898\mu m \cdot K \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{2898\mu m}{\frac{T}{K}}$$

3.5.4 Strahlungsgesetz von Rayleigh-Jeans

$$S(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{J}{s \cdot m^3} = \frac{\frac{m}{s}}{m^4} \frac{J}{K} K$$

Die Formel nach Rayleigh-Jeans ist die klassische Herleitung. Sie enthält jedoch einen Fehler: Die vorausgesagte Ausstrahlung geht nach Unendlich für abnehmende Wellenlängen.

Die Formel nach Max Planck löst dieses Problem:

$$S(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

wobei h die Plancksche-Konstante mit Einheit Js ist.

3.6 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

3.6.1 Innere Energie

Die innere Energie U ist eine Zustandsfunktion des Körpers. Sie hängt vom thermodynamischen Zustand des Körpers ab und wird durch den Druck, das Volumen die Temperatur etc. charakterisiert:

$$U = U(p, V, T, ...)$$

Die änderung der inneren Energie hängt dabei nur vom Anfangs- und Endzustand ab:

$$\Delta U = U_E - U_A$$

Bei einem idealen Gas besteht die innere Energie nur aus der gesamten kinetischen Energie aller Gasteilchen:

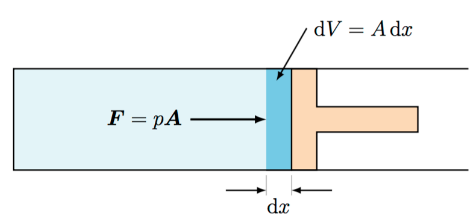
$$U = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} pV \qquad \text{mit Einheiten} \qquad J = 1 \cdot \frac{J}{K} K = 1 \cdot Pa \cdot m^3$$

Sie hängt somit nur von der Temperatur ab.

3.6.2 Energiesatz

Die innere Energie U eines Körpers kann sowohl durch Zufuhr von Wärme als auch durch Leistung von mechanischer Arbeit verändert werden. Daraus folgt, dass mechanische Arbeit und Wärmeenergie nur verschiedene Formen von Energie sind.

3.7 Thermische Prozesse des idealen Gases



Wenn der Kolben eine Verschiebung dx nach rechts ausführt, ist die am Gas geleistete Arbeit gleich

$$dW = -F dx = -(pA) dx \qquad \text{mit Einheiten} \qquad J = -N \cdot m = -(Pa \cdot m^2) m$$

Beachte das Vorzeichen. Die innere Energie des Gases nimmt ab, wenn es sich expandiert.

3.7.1 Arbeit der Expansion

Somit ist die geleistete Arbeit eines expandierenden Gases gleich

$$dW = -pdV \qquad \text{mit Einheiten} \qquad J = -Pa \cdot m^3$$

Wenn das Volumen eines Gases von V bis $V + dV$ expandiert, ist die am Gas geleistete Arbeit gleich $-pdV$. Die vom Gas am Kolben geleistete Arbeit ist jedoch gleich $+pdV$.

3.7.2 Isochore Zustandsänderung

Während dem isochoren Prozess bleibt das textbfVolumen konstant ($dV = 0$). Bei so einem Prozess wird die zugeführte Wärmemenge dQ vollständig in zusätzliche innere Energie des Gases verwandelt. Die Temperatur des Gases erhöht sich.

$$C_V = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2}Nk$$

3.7.3 Isobare Zustandsänderung

Bei isobaren Zustandsänderungen wird der **Druck** p **konstant** gehalten. Während einer Expansion des Gases muss die Temperatur des Gases erhöht oder den Behälter mit zusätzlichem Gas gefüllt werden, damit der Druck konstant bleibt.
Die zugeführte Wärmemenge verteilt sich also auf die Erwärmung und Expansion:

$$W = -p(V_e - V_a)$$

3.7.4 Isotherme Ausdehnung

Bei einer isothermen Expansion wird die **Temperatur** T **des Gases konstant**($dT = 0$) gehalten. Bei einer Expansion nimmt die innere Energie ab. Es folgt also, dass bei einer Expansion Wärme zugeführt werden muss, um die Temperatur konstant zu halten.
Da die Temperatur des Gases konstant ist, wird die gesamte zugeführte Wärme in mechanische Arbeit umgewandelt.

Für ein ideales Gas gilt also:

$$Q = -W = nRT \ln(\frac{V_2}{V_1}) = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

3.7.5 Adiabatische Ausdehnung

Bei einer adiabatischen Ausdehnung wird **keine Wärme ausgetauscht** ($dQ = 0$).
In einem thermisch isolierten Behälter gilt: Weil das Gas keine Wärme aufnehmen oder abgeben kann, ist die geleistete Arbeit gleich der Abnahme der inneren Energie U.
Es folgt, dass während einer adiabatischen Expansion die **Temperatur des Gases abnimmt**. Die im Gas gespeicherte Wärmeenergie wird in mechanische Arbeit umgewandelt.
Bei einer adiabatischen Expansion nimmt der Druck p stärker ab als bei der isothermen Expansion mit gleicher Volumenzunahme, weil gleichzeitig die Temperatur T abnimmt und $pV = NkT$ gilt.

$$\ln(T) + (\gamma - 1)\ln(V) = konst. \Rightarrow TV^{\gamma-1} = konst.$$

Daraus folgt:

$$\frac{pV}{Nk}V^{\gamma-1} = konst. \Rightarrow pV^{\gamma} = konst.$$

Die vom Gas geleistete Arbeit ist gleich der Fläche unter der Kurve im pV-Diagramm. Sie ist kleiner als bei einer isothermen Expansion.

3.8 Wärmemaschine

Eine Wärmemaschine **wandelt Wärme in mechanische Arbeit** um. Jede Maschine enthält eine Substanz (das Arbeitsmedium).
In einer **periodischen Wärmemaschine** wird ein Kreislauf durchgeführt, die Maschine arbeitet periodisch. Das Arbeitsmedium nimmt bei der höheren Temperatur T_W die Wärme Q_W auf, verrichtet deine Arbeit W und gibt bei der tieferen Temperatur T_K die Wärme Q_K ab. (Wärmepumpe funktioniert umgekehrt: nimmt bei tieferen Temperatur T_K Wärme Q_K auf und gibt unter Ausnutzung der Arbeit W die Wärme Q_W an das Reservoir der Temperatur T_W ab)

Die Wärmemaschine leistet Arbeit an ihrer Umgebung:

$$|W| = -W = Q_K + Q_W \Rightarrow |W| = |Q_W t| - |Q_K|$$

3.9 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

3.9.1 Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad gibt an, wieviel Wärme Q_W vom warmen Reservoir aufgenommen werden muss, um die mechanische Arbeit W zu leisten (d.h. $W = Q_W$ und

$Q_K = 0 \Rightarrow \varepsilon = 1$).

$$\varepsilon = \frac{|W|}{|Q_W|} = \frac{|Q_W| - |Q_K|}{|Q_W|} = 1 - \frac{|Q_K|}{|Q_W|}$$

3.9.2 Leistungszahl

Die Leistungszahl ist definiert als das Verhältnis der Wärme, die dem kalten Reservoir entnommen wurde ($Q_K > 0$), und der zugeführten mechanischen Arbeit ($W > 0$):

$$c_L = \frac{Q_K}{W}$$

3.9.3 Carnotsche Wärmemaschine

Der Wirkungsgrad der Wärmemaschine von Carnot ist

$$\varepsilon_{Carnot} = 1 - \frac{|Q_K|}{|Q_W|} = 1 - \frac{T_3}{T_1} \qquad \text{mit} \qquad T_1 > T_3 > 0$$

Er hängt somit nur von den Temperaturen der Wärmereservoirs ab.

Der Wirkungsgrad aller zwischen zwei Temperatur **reversibel** arbeitenden Wärmemaschinen ist gleich gross, und all **irreversiblen** Wärmemaschinen haben einen kleineren Wirkungsgrad.

Eine reale Wärmemaschine kann nie einen höheren Wirkungsgrad als die Maschine von Carnot erreichen.

$$\varepsilon_{real} < \varepsilon_{Carnot} = 1 - \frac{T_3}{T_1} < 1$$

Der Wirkungsgrad einer idealen, reversiblen Wärmemaschine von Carnot könnte 100% nur dann erreichen, wenn $T_1 \to \infty$ oder $T_3 \to 0$. Wäre der Wirkungsgrad tatsächlich 100%, würde Wärme vom warmen Reservoir komplett in Arbeit umgewandelt werden.

Es ist unmöglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu bauen, die nichts anderes bewirkt, als durch Abkühlung eines Wärmereservoirs Wärme in mechanische Arbeit umzuwandeln.

3.10 Irreversibilität

Ein nicht-reversibler Prozess ist ein Prozess, der nicht in umgekehrter Richtung ablaufen kann.

3.10.1 Thermische Irreversibilität

Ein thermodynamischer Prozess ist reversibel, wenn am Ende des Prozesses, der reversibel durchgeführt wurde, das System und seine lokale Umgebung in ihren Anfangszuständen wieder hergestellt werden können, ohne änderung des Rests des Universums.

Wärmeleitung ist irreversibel, da man nie beobachtet, wie sich ein Körper plötzlich abkühlt.

3.10.2 Mechanische Irreversibilität

Die **freie Expansion eines Gases ist irreversibel**. Die Kompression lässt sich nicht ausführen, ohne das Universum zu ändern. Es ist zwar möglich, dass die Moleküle des Gases zufälligerweise nach einer gewissen Zeit am Anfangsort sind, die Chancen sind jedoch extrem klein.
Die **isotherme Expansion ist jedoch reversibel**. Die zugeführte Wärme wird bei der Kompression der Umgebung wieder abgegeben $\Rightarrow$ das Gas und die Umgebung befinden sich wieder in ihrem ursprünglichen Zustand.

4 Elektromagnetismus

Jedes Elementarteilchen hat eine bestimmte Ladung:

$$\text{Elektron:} \quad q_e = -e \quad \text{Proton:} \quad q_p = +e \quad \text{Neutron:} \quad q_n = 0$$

Ladungen sind immer ein Vielfaches der Elementarladung e. Sie trägt die Einheit Coulomb.

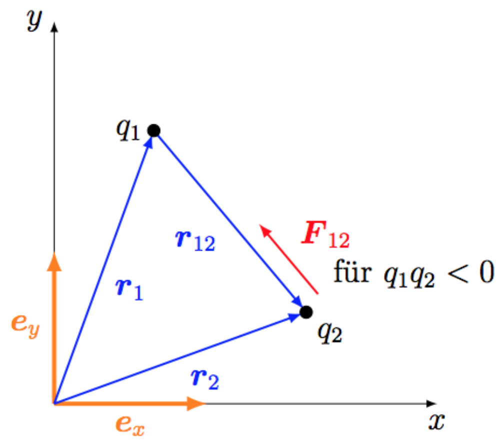
Ladungserhaltung: Die Gesamtladung eines Systems wird immer erhalten.

4.1 Coulombsche Gesetz

Das Coulombsche Gesetz beschreibt die Kraft, die eine Ladung q_1 auf eine Ladung q_2 ausübt:

$$F_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad N = \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{C^2}{m^2}$$

wobei r_{12} der Einheitsvektor von q_1 in Richtung q_2 und $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ Funktion der elektrischen Feldkonstante ε_0 ist.



Da die Gravitationskraft sehr schwach ist, ist sie nur wichtig, wenn der Körper elektrisch neutral ist.

4.2 Elektrische Feld

Mit dem Ursprung des Koordinatensystems im Mittelpunkt der Punktladung Q ist das elektrische Feld um diesen Punk:

$$E(r) \equiv \frac{F(r)}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{r}{r} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{N}{C} = \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{C}{m^2}$$

Das Feld entspricht der Kraft, die eine Ladung q in diesem Feld erfährt, dividiert durch ihre Ladung.
Die zweite Ladung q spürt das Feld und somit die Kraft:

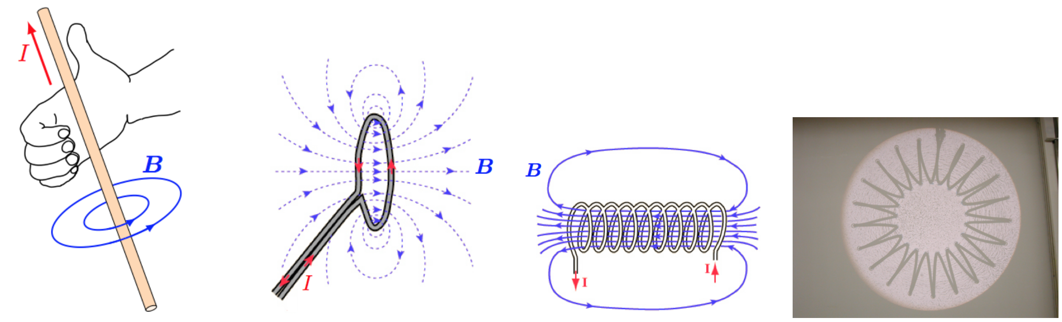
$$F(r) = qE(r)$$

Für eine positive Ladung q zeigt die Kraft in die Richtung des Feldes.

Magnetisches vs. elektrisches Feld

Richtung: Elektrische Feldlinien beginnen bei positiven Ladungen und enden bei negativen.
Magnetische Feldlinien bilden geschlossene Schleifen Richtung Südpol.

Kraft: Das elektrische Feld übt seine Kraft längs der Feldlinien aus.
Die Kraft des magnetischen Feldes wirkt nur auf bewegte Ladungen und zwar senkrecht zum B-Feld und zur Bewegungsrichtung.



Magnetisches Feld durch einen Draht, Ring, Solenoid, Torus

4.3 Energie im elektrischen Feld

4.3.1 Elektrische potentielle Energie

Ziehen sich zwei Ladungen an, muss man Arbeit leisten, um deren Abstand zu vergrössern. Stossen sie sich ab, erhält man Arbeit, wenn sich der Abstand vergrössert. Arbeit wird im System der Ladungen als elektrische potentielle Energie gespeichert:

$$E^{e}_{pot}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad J = \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{C^2}{m}$$

Wenn sich die Ladungen nähern, kann die elektrische potentielle Energie abnehmen oder zunehmen: die Situation hängt vom Vorzeichen des Produkts der Ladungen ab ($q_1 q_2 > 0 \Rightarrow abstossend$).

4.3.2 Elektrische Potential und Spannung

Spannung: Die Kraft, die die Elektronen von der einen Ladung zur anderen drÃijckt. Das **elektrische Potential** V ist eine Zahl in jedem Punkt des Raums und entspricht der potentiellen Energie für eine Einheitsladung:

$$V(r) = \frac{E^e_{pot}(r)}{q} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad V = \frac{J}{C}$$

Bewegt sich die Ladung q längs eines Weges von einem Punkt A zu einem Punkt B, so ist die vom elektrischen Feld geleistete Arbeit:

$$W = -q(V(r_B) - V(r_A))$$

Die **elektrische Spannung** ist gleich dem Potentialunterschied zwischen zwei Punkten:

$$U_{1,2} = V(r_1) - V(r_2) = \int_{r_1}^{r_2} E dr \qquad \text{mit Einheit} \qquad V$$

4.4 Elektrische Ladung im elektrischen und magnetischen Feld

Eine bewegte Punktladung Q übt eine magnetische Kraft auf eine zweite bewegte Ladung q aus. Das magnetische Feld wird von der bewegten Ladung Q erzeugt.

4.4.1 Lorentz-Kraft

Die allgemeine elektromagnetische Kraft (Lorentz-Kraft) ist gleich

$$F = F_E + F_B = q(E + v \times B) \qquad \text{mit Einheiten} \qquad N = C(\frac{N}{C} + \frac{m}{s} \cdot \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = C(\frac{N}{C} + \frac{m}{s} T)$$

wobei E das elektrische Feld und B das magnetische Feld ist.
Der magnetische Term F_B der Lorentz-Kraft

1. ist proportional zur Geschwindigkeit v. Auf ein ruhendes Teilchen wirkt keine magnetische Kraft.

2. wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung und zur Richtung des Feldes.

3. den Betrag $|F_B| = |q||v||B| sin(\alpha)$ hat, wobei α der Winkel zwischen v und B ist.

4.4.2 Bewegung im elektrischen Feld

Das **Elektronenvolt (eV)** ist gleich der gesamten Energiezunahme, die ein Teilchen mit der ElementarLadung e erfährt, wenn es durch einen Potentialunterschied von 1 Volt beschleunigt wird.

Unter der Wirkung der elektrischen Kraft erfährt ein Teilchen der Ladung q und Masse m die Beschleunigung (für nichtrelativistische Geschwindigkeiten)

$$F = qE = \frac{dp}{dt} = ma \Rightarrow q = \frac{q}{m}E$$

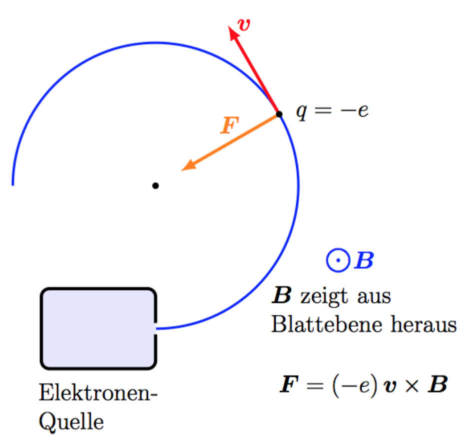
4.4.3 Bewegung im magnetischen Feld

Da die Wirkung des Magnetfeldes immer senkrecht zur Bewegungsrichtung ist, ändert sich bei einem Teilchen nur die Richtung, nicht jedoch den Betrag der Geschwindigkeit. Daher ist die an einem Teilchen von der magnetischen Kraft verrichtete Arbeit immer null.

Das magnetische Feld leistet keine Arbeit an einem Teilchen und hat keinen Einfluss auf dessen kinetische Energie.

Bewegt sich jedoch ein Teilchen genau senkrecht zum Feld bewegt, so beschreibt das Teilchen eine Kreisbahn mit dem Radius r: die magnetische Kraft wirkt als eine Zentripetalkraft.

$$qvB = \frac{m\gamma v^2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{m\gamma v}{qB}$$



4.5 Der elektrische Strom

Strom: Anzahl Elektronen pro Zeiteinheit

Wenn der **Ladungsfluss nicht konstant** ist, so ist die momentane **elektrische Stromstärke** I gleich

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad A = \frac{C}{s}$$

Die positive Stromrichtung folgt der Flussrichtung der positiven Ladung (historische Konvention).
Ist der **Ladungsfluss konstant**, so ist die Stromstärke gleich

$$I = -enAv_D \qquad \text{mit Einheiten} \qquad A = C \cdot \frac{1}{m^3} \cdot m^2 \cdot \frac{m}{s}$$

wobei v_D die Driftgeschwindigkeit bezeichnet. Sie ist viel kleiner als die Geschwindigkeit freier Elektronen, da die Elektronen im Leiter oft mit Ionen kollidieren.
Die **Stromdichte** j wird als die Stromstärke pro Fläche definiert:

$$j = \frac{I}{A} \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{A}{m^2}$$

Die **Driftgeschwindigkeit** ist die Geschwindigkeit, die ein Elektron zwischen zwei Ionenstössen erreichen wird.

$$v_D = a\tau = -\mu E \qquad \text{mit Einheiten} \qquad \frac{m}{s} = \frac{m}{s^2}s$$

wobei $\mu = \frac{e\tau}{m}$ die Beweglichkeit der Elektronen und v_D die Driftgeschwindigkeit ist. Sie ist proportional zum elektrischen Feld. Die Richtung der Elektronenbewegung ist zur Richtung des Feldes parallel, zeigt jedoch in die entgegengesetzte Richtung.

4.6 Das Ohmsche Gesetz

$$U_{AB} = RI = (\frac{L}{\sigma A})I \qquad \text{mit Einheiten} \qquad V = (\frac{m}{\frac{A}{V \cdot m} \cdot m^2})A = \Omega \cdot A$$

wobei L die gesamte Länge, R der Widerstand und σ die Leitfähigkeit des Leiters ist und U_{AB} die Spannung von A nach B. Die Einheit der Leitfähigkeit ist $\frac{A}{V \cdot m}$.

4.7 Kraft auf einem elektrischen Strom

Die Gesamtkraft, die ein Magnetfeld auf einen Leiter der Querschnittsfläche A mit Länge L ausübt ist:

$$F = ALn(-e)v_D \times B = LI \times B$$

Bei **zwei parallelen Leitern** erfahren die Leiter eine seitlich wirkende Kraft des anderen Leiters:

$$F \approx \frac{LI_1 I_2}{r} \qquad \text{mit der vektoriellen Beziehung} \qquad F = LI \times B$$

Fliesst der Strom bei beiden Leitern in die selbe Richtung, so ziehen sich die Leiter gegenseitig an.

4.8 Elektrische KapazitÃď't und Kondensatoren

In einem **Kondensator** wird Energie in einem elektrischen Feld in Form von potenzieller Energie gespeichert.

$$Q = CV \qquad \text{mit Einheiten} \qquad C = FV = \frac{C}{V}V$$

wobei C die KapazitÃď't des Kondensators in Farad ist. Die Ladung Q (Betrag der Ladung einer Platte) und die Potenzialdifferenz V sind zueinander proportional.

Die geleistete Arbeit zur Aufladung des Kondensators kann man als Energie wieder entnehmen:

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

4.9 Theorem von Gauss

Die Divergenz des Feldes in jedem Punkt ist gleich dem Fluss, der das den Punkt umgebende Volumenelement $dxdydz$ verlÃď'sst, dividiert durch dieses Volumen.

$$d\Phi_{tot}(x, y, z) = \nabla \cdot F(x, y, z) dxdydz$$

Der gesamte Fluss Φ_{tot}, der aus einem Volumen V austritt, ist gleich

$$\Phi_{tot} = \oiint_{A=\partial V} F \cdot dA = \iiint_V (\nabla \cdot F) dV$$

wobei der erste Term dem **FlÃď'chenintegral** und der zweite dem **Volumenintegral** entspricht. A ist die OberflÃď'che, die das Volumen V einschliesst.

4.10 Theorem von Stokes

Dieses Theorem setzt das Linienintegral Ãijber die geschlossene Kurve C mit dem FlÃďchenintegral Ãijber die FlÃďche A in Beziehung:
Das Linienintegral eines Feldes F Ãijber eine geschlossene Kurve C ist gleich dem FlÃďchenintegral der Rotation des Feldes Ãijber die FlÃďche A, wobei A von C umrandet wird.

$$\oint_C F \cdot dr = \iint_A (\nabla \times F) \cdot dA$$

wobei C die geschlossene Kurve ist, die die FlÃďche A einschliesst.

4.11 Ladungs- und Stromdichte

4.11.1 Ladungsdichte

Die **Raumladungsdichte** ist wie folgt definiert:

$$\rho(r) = \frac{dq}{dV}$$

wobei dq die infinitesimale Ladung im Volumenelement dV ist.

Die gesamte Ladung eines KÃűrpers ist somit gleich

$$Q = \int dq = \iiint_V \rho(r) dV = \iiint_V \rho(x, y, z) dx dy dz$$

4.11.2 Vektorielle Stromdichte

Der Strom, der durch die FlÃďche A fliesst, ist gleich

$$I = \iint_A j(r) \cdot dA$$

Die **KontinuitÃďtsgleichung** sagt voraus, dass wenn sich die elektrische Ladung in einem Punkt r Ãďndert, muss in diesem Punkt ein elektrischer Strom fliessen:

$$\frac{\partial \rho(r)}{\partial t} + \nabla \cdot j(r) = 0$$

4.12 Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned}
\varepsilon_0(\nabla \cdot E) &= \rho \\
(\nabla \cdot B) &= 0 \\
\nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\
\nabla \times B &= \mu_0 j + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}
\end{aligned}$$

wobei

$E(x, y, z, t)$ das elektrische Vektorfeld

$B(x, y, z, t)$ das magnetische Vektorfeld

$\rho(x, y, z, t)$ die Ladungsdichte

$j(x, y, z, t)$ die Stromdichte