8 Elektromagnetismus

8.1 Coulombsche Gesetz

Die **Coulombsche (elektrostatische) Kraft**, die eine Punktladung Q (Quelle) auf eine Ladung q (Testladung) ausübt, ist gleich:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2} \quad [F] = N$$

wobei ε_0 die elektrische Feldkonstante und r der Ortsvektor der Ladung q ist. Der Ursprung des Koordinatensystems ist der Mittelpunkt der Ladung Q.

8.2 Elektrisches Feld

Das **elektrische Feld** ist nach Gauss definiert als:

$$E(r) \equiv \frac{F(r)}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{V(r)}{r} \quad [E(r)] = \frac{V}{m}$$

Handelt es sich beim Kondensator um ein **Zylinder**, so gilt:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad [\lambda] = \frac{C}{m}$$

wobei λ die Ladungsdichte pro Meter ist.

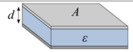
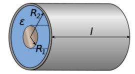
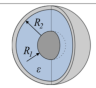
Das zweite Teilchen der Ladung q und Masse m spürt die Kraft des Feldes:

$$F(r) = qE(r)$$

Für eine positive Ladung q zeigt die Kraft in die Richtung des Feldes.

Es erfährt eine **Beschleunigung**:

$$a = \frac{q}{m}E$$

Bezeichnung	Kapazität	Elektrisches Feld	Schematische Darstellung
Plattenkondensator	$C = \varepsilon_0\varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$	$E = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r A}$	
Zylinderkondensator	$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$	$E(r) = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0\varepsilon_r}$	
Kugelkondensator	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$	$E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0\varepsilon_r}$	
Kugel	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot R_1$		

Es bedeuten:
A die Elektrodenfläche, d deren Abstand, l deren Länge, R_1 sowie R_2 deren Radien, ε_0 die elektrische Feldkonstante des Vakuums, ε_r die relative Permittivität des Dielektrikums und Q die elektrische Ladung.

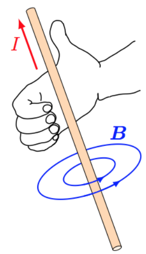
8.2.1 Elektrische Feldlinien

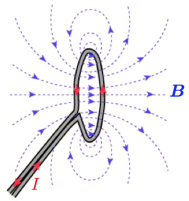
1. Beginnen bei positiven Ladungen und enden bei negativen Ladungen oder im Unendlichen
2. An bestimmten Punkt ist die **Liniendichte** proportional zur Stärke des Feldes an diesem Punkt
3. Um einzelne Punktladungen sind die Linien kugelsymmetrisch verteilt
4. Anzahl Feldlinien um eine Punktladung ist zur Grösse der Ladung proportional

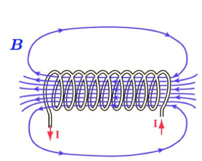
8.3 Magnetisches Feld

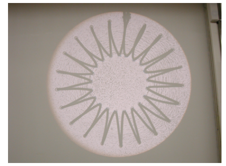
Richtung: Elektrische Feldlinien beginnen bei positiven Ladungen und enden bei negativen. Magnetische Feldlinien bilden geschlossene Schleifen Richtung Südpol.

Kraft: Das elektrische Feld übt seine Kraft längs der Feldlinien aus. Die Kraft des magnetischen Feldes wirkt nur auf bewegte Ladungen und zwar senkrecht zum B-Feld und zur Bewegungsrichtung.









Magnetisches Feld durch einen Draht, Ring, Solenoid, Torus

8.4 Energie im elektrischen Feld

Es wird **Arbeit** geleistet, wenn der Abstand zwischen zwei ungleichnamigen (ziehen sich an) Ladungen vergrössert wird bzw. erhält man Arbeit, wenn die Ladungen gleichnamig sind. Diese Arbeit wird als **elektrische potentielle Energie** gespeichert.

$$E^e_{pot}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

8.4.1 Elektrisches Potential

Das **elektrische Potential** V ist ein Skalarfeld und entspricht der potentiellen Energie für eine Einheitsladung:

$$V(r) = \frac{E^e_{pot}(r)}{q} \quad [V(r)] = V$$

8.4.2 Elektrische Spannung

Die **elektrische Spannung** ist gleich dem Potentialunterschied zwischen zwei Punkten:

$$U_{1,2} = V(r_1) - V(r_2) = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr \quad [U] = V$$

8.5 Elektrische Ladung in elektrischen und magnetischen Feldern

8.5.1 Lorentzkraft

Die **allgemeine elektromagnetische Kraft** ist gleich

$$F = F_E + F_B = q(E + v \times B)$$

wobei E das elektrische Feld un B das magnetische Feld ist. Sie haben die Einheiten:

$$[E] = \frac{N}{C}, \quad [B] = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = T$$

Magnetische Kraft:

1. Proportional zur Geschwindigkeit. Wirkt nur auf bewegte Teilchen.
2. Wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung und zur Richtung des Feldes
3. $|F_B| = |q||v||B|\sin(\alpha)$, wobei α der Winkel zwischen v und B ist

8.6 Elektrische Strom

8.6.1 Stromstärke

Die **elektrische Stromstärke** ist definiert als:

$$I(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -enAv_D \quad [I] = A = \frac{C}{s}$$

wobei v_D der Driftgeschwindigkeit und n der Dichte der beweglichen Elektronen entspricht.

Die positive Stromrichtung folgt der Flussrichtung der positiven Ladungen.

Driftgeschwindigkeit:

Gegeben:

Kupferdraht:	ein Elektron pro Atom, $8.93\frac{g}{cm^3}$, $63.5\frac{g}{mol}$
Querschnittsfläche:	$1mm^2$
Stromstärke:	$1A$

$$n = \frac{8.93\frac{g}{cm^3} \cdot \frac{6\cdot 10^{23}}{mol}}{63.5\frac{g}{mol}} = 8.5 \cdot 10^{22}\frac{\text{Elektronen}}{cm^3}$$

$$|v_D| = \frac{I}{enA} = 0.07\frac{mm}{s}$$

Die Driftgeschwindigkeit lässt sich auch mit der Beschleunigung a und der mittleren Zeit zwischen zwei Elektron-Ion Kollisionen τ abschätzen:

$$v_D = a\tau = \frac{-eE}{m}\tau = -\mu E$$

8.6.2 Ohmsches Gesetz

$$U_{AB} = RI = (\frac{L}{\sigma A})I \quad [\sigma] = \frac{A}{Vm} = (\Omega m)^{-1}$$

wobei σ die **Leitfähigkeit** und L die Länge des Leiters ist.

8.7 Kraft auf elektrischen Strom

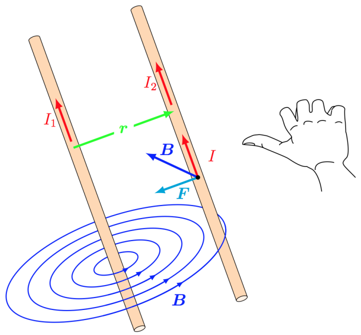
Die Gesamtkraft auf einen Leiter der Querschnittsfläche A und Länge L ist:

$$F = ALn(-e)v_D \times B = L(-enAv_D) \times B = LI \times B$$

Für ein differentielles Element des Stroms ist sie gleich:

$$dF = L\ dI \times B = I\ dL \times B$$

8.7.1 Kraft zwischen zwei parallelen Leitern



$$F \approx \frac{LI_1I_2}{r} \quad \text{vektoriell:} \quad F = LI \times B$$

Fliessen die zwei Ströme in die gleiche Richtung, so ziehen sich die Leiter an.

8.8 Elektrische Kapazität

In einem **Kondensator** wird Energie in einem elektrischen Feld gespeichert.
Die **Kapazität des Kondensators** C ist gleich:

$$C = \frac{Q}{V} \quad [C] = F = \frac{C}{V}$$

wobei Q die Ladung des Kondensators und V die Potenzialdifferenz zwischen den Platten ist.

Die **gespeicherte Energie** (bzw. geleistete Arbeit zum Laden) ist gleich:

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

8.9 Ladungs- und Stromdichte

8.9.1 Ladungsdichte

Die **Raumladungsdichte** ist ein Skalarfeld und ist gleich:

$$\rho(r) = \frac{dq}{dV}$$

8.9.2 Stromdichte

Die **Stromdichte** bezeichnet Stromstärke pro Fläche und ist gleich:

$$j = \frac{I}{A}$$

Vektoriell ist sie gleich:

$$I = \iint_A j(r) \cdot dA$$

8.9.3 Kontinuitätsgleichung

Sie besagt, dass wenn sich die elektrische Ladung in einem Punkt r ändert, muss in diesem Punkt ein elektrischer Strom fliessen.

$$\frac{\partial \rho(r)}{\partial t} + \nabla \cdot j(r) = 0$$

8.10 Elektrischer Fluss

Der elektrische Fluss durch eine Fläche A wird definiert als der Fluss des elektrischen Feldes durch die Fläche:

$$\Phi_E = \iint_A E \cdot dA$$

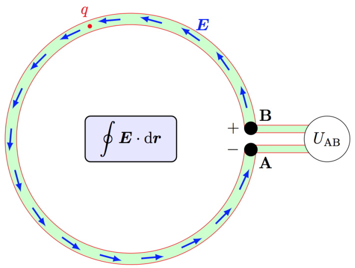
8.11 Magnetischer Fluss

$$\Phi_B = \iint_A B \cdot dA$$

Die Diverenz des magnetischen Feldes muss in jedem Punkt des Raumes gleich null sein:

$$\nabla \cdot B(r) = 0$$

8.12 Induktionsgesetz



Das Linienintegral des elektrischen Feldes über die geschlossene Schleife ist gleich der Induktionsspannung U_{ind}:

$$U_{ind} = \oint E \cdot dr = -\frac{d}{dt} \iint_A B \cdot dA = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$