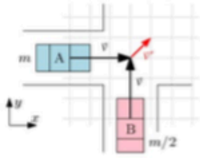
## Aufgabe 4: Impulserhaltung

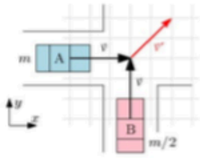
Auto A mit Masse $m$ und Auto B mit Masse $m/2$ bewegen sich an einer rechtwinkligen Kreuzung mit demselben Geschwindigkeitsbetrag $v$ aufeinander zu. Die Autos stossen zusammen und bewegen sich nach dem Crash als ein Objekt weiter.

a) Welcher der unten eingezeichneten Vektoren entspricht der Richtung des Geschwindigkeitsvektors des Schrotthaufens nach dem Crash?

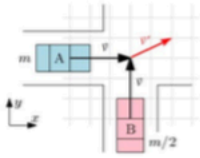
(A)



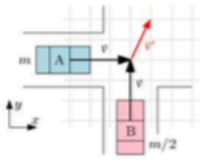

(B)




(C)




(D)



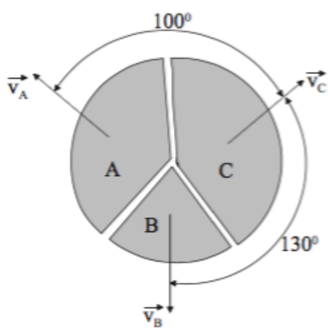

b) Welche Option ist richtig, wenn Auto B vor dem Crash eine Geschwindigkeit von $2v$ hat?

Durch einen Feuerwerkskörper, der sich in einer Kokosnuss befindet, wird die Nuss in drei Teile gesprengt; die Kokosnuss mit dem Sprengkörper wird als isoliertes System betrachtet. Die Nuss hat die Masse $M$ und befindet sich am Anfang in Ruhe; die drei Stücke A, B und C fliegen nach der Explosion reibungsfrei auf der Unterlage in drei Richtungen davon (siehe Skizze), wobei das Stück C mit einer Masse von 0.3 $M$ eine Geschwindigkeit $v_C = 5$ m/s hat.

c) Die Masse des Stücks A ist 0.5 $M$. Wie gross ist seine Geschwindigkeit?

d) Wie gross ist die Geschwindigkeit des Stücks B?

*Hinweis:* Betrachten Sie die x- und y-Komponenten der Impulse. Eine günstige Wahl des Koordinatensystems ist z.B., wenn $\vec{v}_B$ in die negative y-Richtung zeigt.

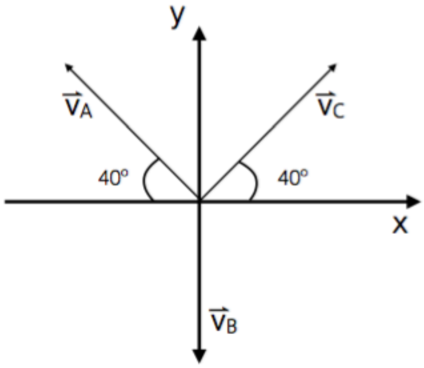


## Aufgabe 4: Impulserhaltung

a) Antwort c) — Vor dem Stoss lauten die Impulskomponenten in der $x$ und $y$ Richtung: $p_x = mv$ und $p_y = m/2v$. Nach dem Stoss bewegen sich die zwei Wagen als ein Objekt weiter, so dass die zwei Komponenten $p'_x = (M+m)v'_x = 3/2mv'_x$ und $p'_y = (M+m)v'_y = 3/2mv'_y$ sind. Komponentenweise Impulserhaltung $p_x = p'_x$ und $p_y = p'_y$ ergibt: $v'_x = 2/3v$ und $v'_y = 1/3v$

b) Antwort b) — Die Geschwindigkeit in $x$−Richtung nach dem Stoss bleibt unverändert $v'_x = 2/3v$, während die $y$−Komponente wegen $(3/2mv'_y = m/2 \cdot 2v)$ zu $v'_y = \frac{2}{3}v$ wird.

Impulserhaltung: $\vec{P}_{tot,vorher} = 0 = \vec{P}_{tot,nachher}$
Wir betrachten die $x$- und $y$-Komponenten der Impulse. Die Wahl des Koordinatensystems ist im Prinzip frei, die folgende Wahl ist jedoch vorteilhaft:




c) Für die $x$-Komponente gilt: $P_{ax} + P_{bx} + P_{cx} = 0$ und mit $P_{bx} = 0$ folgt $P_{ax} = -P_{cx}$.

$$0.5M \cdot v_{ax} = -0.3Mv_{cx} \quad ; \quad \begin{aligned} v_{cx} &= v_c \cdot \cos 40^\circ \\ v_{ax} &= -v_a \cdot \cos 40^\circ \end{aligned}$$

$$\rightarrow -0.5Mv_a \cos 40^\circ = -0.3Mv_c \cos 40^\circ$$
$$\underline{v_a} = \frac{0.3}{0.5}v_c = \underline{3\ \frac{m}{s}}$$

d) Für die $y$-Komponente gilt: $P_{ay} + P_{by} + P_{cy} = 0$

$$0.5\cancel{M}v_a \sin 40^\circ - 0.2\cancel{M}v_b + 0.3\cancel{M}v_c \sin 40^\circ = 0$$

$$v_a = \frac{3}{5}v_c = 0.6v_c \quad \text{(Aufgabenteil a)}$$
$$(0.5 \cdot 0.6 + 0.3)v_c \sin 40^\circ = 0.2v_b$$
$$\underline{v_b} = \frac{0.6}{0.2}v_c \sin 40^\circ = 3 \cdot \sin 40^\circ v_c = \underline{9.64\ \frac{m}{s}}$$

## **Aufgabe 1:** Schiefe Ebene

a) Kann man allein aus der Angabe der Kraft, die an einem Körper angreift, vorhersagen, in welche Richtung sich der Körper bewegen wird?

   i) Ja, da die Kraft die Richtung der Beschleunigung vorgibt.

   ii) Nein, man muss die Anfangsbedingungen kennen.

   iii) Ja, es genügt sogar, nur den Betrag der Kraft zu kennen.

   iv) Ja, wegen des Trägheitsprinzips.

b) Eine Person schiebt eine Kiste mit Masse $m$ reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_0$ von unten bis in die Position auf dem untenstehenden Bild. Sie übt dabei eine konstante Kraft $F$ auf die Kiste aus. Was weiss man über die Kraft $F$ wenn der Neigungswinkel $\alpha = 30°$ zur Horizontalen ist?

   i) $F$ ist gleich gross wie die Gewichtskraft der Kiste.

   ii) $F$ ist grösser als die Gewichtskraft der Kiste.

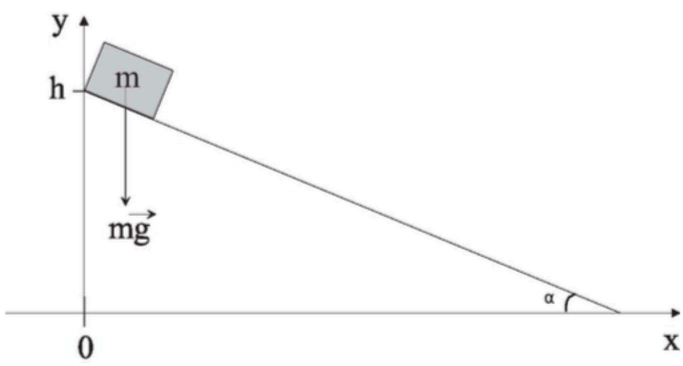
   iii) $F$ ist gleich gross wie die Hälfte der Gewichtskraft der Kiste.

   iv) $F$ ist grösser als die Hälfte der Gewichtskraft der Kiste.

Die Masse werde dann zur Zeit $t = 0$ bei $x = 0, y = h$ in Ruhe losgelassen (als Referenzpunkt z.B. die linke untere Ecke der Masse verwenden, siehe Bild).

c) Geben Sie die Bewegungsgleichungen $x(t)$ und $y(t)$ für die Masse $m$ auf der schiefen Ebene an.

d) Wie gross ist der Betrag der Geschwindigkeit, nachdem die Masse einen Höhenunterschied $\Delta h$ durchlaufen hat, d.h., bei $y = h - \Delta h$? Vergleichen Sie diese Geschwindigkeit mit derjenigen einer frei fallenden Masse.

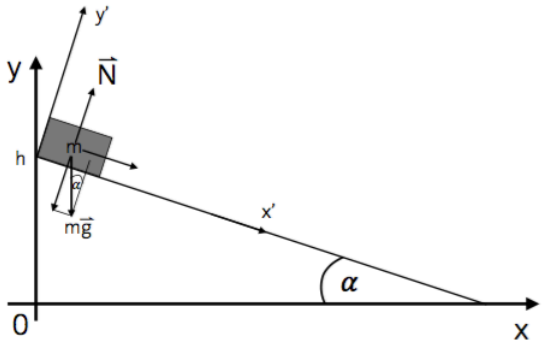


**Aufgabe 1:** Schiefe Ebene

a) ii) Man muss die Anfangsbedingungen kennen.

b) iii) Damit sich die Kiste mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, muss die Kraft $F$ mit der die Kiste geschoben wird, die resultierende Kraft $F_{res} = \sin(\alpha)mg = F_g/2$ gerade kompensieren. Wäre die Kraft betragsmässig grösser als $F_g/2$ würde die Kiste beschleunigt werden.

c) Das Gewicht $m\vec{g}$ kann in Komponenten parallel und senkrecht zur schiefen Ebene zerlegt werden. Die senkrechte Komponente $m\vec{g}\cdot\cos\alpha$ wird durch die Normalkraft $\vec{N}$ (ausgeübt durch die schiefe Ebene) kompensiert. Die Masse bewegt sich auf der schiefen Ebene mit der konstanten Beschleunigung $g\cdot\sin\alpha$ in $x'$-Richtung.




Es gelten:

$$x = x'\cdot\cos\alpha \qquad x'(t) = \frac{1}{2}g\cdot\sin\alpha\cdot t^2$$
$$y = h - x'\cdot\sin\alpha$$

mit den Anfangsbedingungen $x'(0) = y'(0) = \dot{x}'(0) = \dot{y}'(0) = 0$. Somit ist

$$x(t) = \frac{1}{2}\,g\,\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot t^2 = \frac{g}{4}\sin 2\alpha\cdot t^2$$
$$y(t) = h - \frac{1}{2}\,g\,\sin^2\alpha\cdot t^2.$$

d) Es gilt:

$$v_x(t) = v_{x'}(t)\cdot\cos\alpha = g\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot t = \frac{g}{2}\sin 2\alpha\cdot t$$
$$v_y(t) = -g\sin^2\alpha\cdot t$$
$$y = h - x'\cdot\sin\alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = g\cdot\sin\alpha\cdot t$$

$T$ sei die Zeit, die die Masse $m$ benötigt um eine Höhendifferenz $\Delta h$ auf der schiefen Ebene zu durchlaufen:

$$y(T) = h - \Delta h = h - \frac{1}{2}\,g\sin^2\alpha\cdot T^2 \quad\rightarrow\quad T^2 = \frac{2\Delta h}{g\cdot\sin^2\alpha}$$
$$\underline{v(T)} = g\cdot\sin\alpha\cdot\sqrt{\frac{2\Delta h}{g\cdot\sin^2\alpha}} = \sqrt{2g\Delta h}$$

Im Fall des freien Falls: $y(t) = h - \frac{g}{2}t^2$ ; $v_y = -gt$ ; $v_x = 0$
$T'$ ist nun die Zeit, die eine Masse benötigt um im freien Fall (aus der Ruhe) den Höhenunterschied $\Delta h$ zu durchlaufen:

$$y(T') = h - \Delta h = h - \frac{1}{2}\,g\cdot T'^2 \quad\rightarrow\quad T'^2 = \frac{2\Delta h}{g}$$
$$\underline{v(T')} = |v_y(T')| = g\cdot\sqrt{\frac{2\Delta h}{g}} = \sqrt{2g\Delta h}$$

$\rightarrow v_{\text{fr. Fall}}(\Delta h) = v_{\text{sch. Ebene}}(\Delta h)$
Dies gilt nur, falls die Reibung vernachlässigt werden kann.

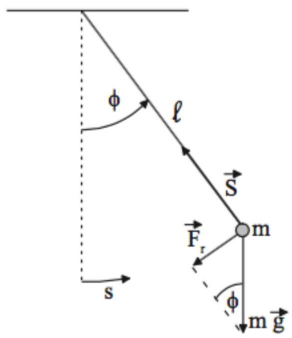
## **Aufgabe 2:** Harmonische Schwingung eines Pendels

Ein (mathematisches) Pendel besteht aus einer (Punkt-) Masse $m$, die an einem masselosen Faden der Länge $\ell$ befestigt ist. Das Pendel ist an einer horizontalen Decke befestigt (siehe Figur). Das Pendel werde (bei gestrecktem Faden) aus der vertikalen Ruhelage um den Winkel $\phi_0$ ausgelenkt und dann zur Zeit $t = 0$ aus der Ruhe losgelassen. Die Auslenkung $\phi_0$ ist so klein, dass für die Winkel $\phi(t)$ die Näherung $\sin(\phi) \approx \phi$ verwendet werden kann ($\phi$ im Bogenmass). Die Masse bewegt sich auf einem Kreisbogen mit Radius $\ell$ um die vertikale Ruhelage, d.h., die Auslenkung $s$ der Masse aus der Ruhelage ist gegeben durch $s = \ell \cdot \phi$. Die Erdbeschleunigung ist $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

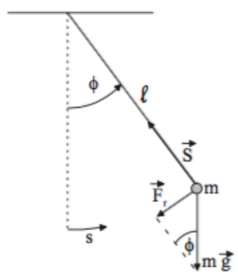
a) Berechnen Sie die rücktreibende Kraft $\vec{F}_r$ als Funktion des Winkels $\phi$ und zeigen Sie, dass für die Funktion $\phi(t)$ die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung gilt.

b) Wie gross ist die Periodendauer $T$ der harmonischen Schwingung für $\ell = 1m$?

c) Geben Sie für die Anfangsbedingungen $\phi(0) = \phi_0$ und $v(0) = 0$ die Funktion $\phi(t)$ an.




## **Aufgabe 2:** Harmonische Schwingung eines Pendels




a) Die Masse $m$ bewegt sich auf einem Kreisbogen periodisch um die Ruhelage hin und her, d.g. es wirkt eine tangentiale Beschleunigung, verursacht durch die rücktreibende Kraft $\vec{F}_r$. Die radiale Komponente des Gewichts $m\vec{g}$ wird vom Faden aufgenommen.

Die rücktreibende Kraft $\vec{F}_r$ ist die Komponente des Gewichts senkrecht zum Faden, d.h.:

$$|\vec{F}_r| \doteq F_r = m\ g\ \sin\Phi \sim m\ g\ \Phi.$$

$\vec{F}_r$ wirkt immer der Auslenkung entgegen.

2. Newtonsches Gesetz:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -F_r = -mg\Phi$$

$$s = l \cdot \Phi \quad \rightarrow \quad \frac{d^2s}{dt^2} = l\frac{d^2\Phi}{dt^2}$$

$$\rightarrow \cancel{m}l\frac{d^2\Phi}{dt^2} = -\cancel{m}g\Phi$$

$$\underline{\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{g}{l}\Phi = 0}$$

b) Differentialgleichung der harmonischen Schwingung mit der Kreisfrequenz $\omega$:

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \omega^2\Phi = 0 \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\underline{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \ 2.0\,\mathrm{s}}$$

c) Ansatz für die harmonische Schwingung:

$$\Phi(t) = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

Wobei $A$ die Amplitude (i.e. die maximale Auslenkung), $\delta$ eine Phasenkonstante und $\omega = \sqrt{\frac{l}{g}}$ die Kreisfrequenz bezeichnen.

$A$ und $\delta$ werden durch die Anfangsbedingungen $\Phi(t=0) = \phi_0$ und $v(t=0) = v_0$ festgelegt:

$$\Phi(0) = A\ \sin\delta = \Phi_0$$
$$v(0) = \frac{ds}{dt}(0) = l \cdot \frac{d\Phi}{dt}(0) = l \cdot A\ \omega \cos\delta = 0$$

Da $l$, $A$, $\omega \neq 0$, folgt $\cos\delta = 0 \rightarrow \delta = \frac{\pi}{2}$

Einsetzen von $\delta = \frac{\pi}{2}$ in $\Phi(0)$ ergibt:

$$\Phi(0) = A\ \sin\delta = A\ \sin\frac{\pi}{2} = A = \Phi_0$$

D.h., die Amplitude der Schwingung ist $\Phi_0$.

$$\rightarrow \underline{\Phi(t)} = \Phi_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \underline{\Phi_0 \cos\omega t}$$

## **Aufgabe 3:** Satellit

Ein Satellit dreht sich um die Erde. Die Bewegung ist kreisförmig in einem Abstand $r$ vom Erdmittelpunkt.

a) Finden Sie dessen Bewegungsgleichungen.
*Hinweis: Verwenden Sie Polarkoordinaten.*

b) Wie hängt der Betrag der Geschwindigkeit $v$ des Satelliten von $r$ ab?

c) Überprüfen Sie in diesem Fall Keplers drittes Gesetz

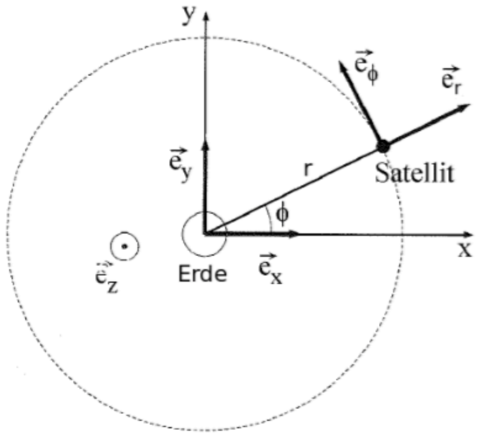
$$\frac{T^2}{r^3} = konstant$$

Mit $T$ der Periode des Umlaufs des Satelliten. Wie hängt diese Konstante von der Erdmasse $M$ und der Gravitationskonstante $G$ ab?

d) Die Rakete *Ariane* hat einen Satelliten in eine Kreisbahn um die Erde gebracht. Der Satellit fliegt in einer Höhe $h = 200\,\mathrm{km}$ über der Erdoberfläche. Finden Sie dessen Geschwindigkeit und die Periode des Umlaufs.
*Hinweis: Die Erdmasse ist* $M = 6 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$ *und der Erdradius* $R_E = 6380\ \mathrm{km}$. *Die Gravitationskonstante beträgt* $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$.

## Aufgabe 3: Satellit

a) Dieses Problem lässt sich am Einfachsten in Polarkoordinaten lösen (siehe Abbildung).




Die einzige Kraft, die auf den Satelliten wirkt ist die Gravitationskraft

$$\vec{P} = -\frac{mMG}{r^2}\vec{e_r}$$

mit $m$ der Masse des Satelliten und $M$ die der Erde. Mit Newtons zweitem Gesetz ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) erhält man:

$$-\frac{mMG}{r^2}\vec{e_r} = m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e_r} + m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e_\phi}$$

Hier wurde die Beschleunigung in Polarkoordinaten verwendet. Daraus ergeben sich zwei Gleichungen:

$$-\frac{mMG}{r^2} = m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)$$

und

$$m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}) = 0$$

Bei einer Kreisbewegung gilt $\dot{r} = \ddot{r} = 0$. Also erhält man in diesem Fall die Gleichungen:

$$\frac{mMG}{r^2} = mr\dot{\phi}^2$$

und

$$mr\ddot{\phi} = 0$$

Daraus kann man schliessen, dass $\ddot{\phi} = 0$, und $\dot{\phi}$=konstant=$\omega$ mit $\omega = \sqrt{\frac{MG}{r^3}}$ der Winkelgeschwindigkeit.

b) Die Geschwindigkeit kann in Polarkoordinaten als $\vec{v} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\phi}\vec{e_\phi}$ geschrieben werden. Hier ist also $\vec{v} = r\dot{\phi}\vec{e_\phi} = r\omega\vec{e_\phi}$. Die Norm der Geschwindigkeit ist damit $v(r) = r\omega$.

c) Für eine Umdrehung der Erde braucht der Satellit die Zeit $T = 2\pi/\omega$. Einsetzen in die erste Bewegungsgleichung ergibt:

$$\frac{MG}{r^2} = r\frac{(2\pi)^2}{T^2}$$

Daraus folgt:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{MG} = konstant$$

Dies ist Keplers drittes Gesetz.

d) Aus diesem Gesetz zieht man die Periode:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{MG}}$$

und die Geschwindigkeit ist damit

$$v = r\omega = r\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{MG}{r}}$$

Hier ist $r = 6380{+}200 = 6580\,\mathrm{km}$. Also ist die Periode $T = 5301\,\mathrm{s}$ und die Geschwindigkeit $v = 7799\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

## **Aufgabe 4:** Seilkräfte

a) Zwei Rollschuhfahrer A und B derselben Masse ($m_A = m_B$) versuchen sich im Seilziehen. Beide halten jeweils an einem Ende des Seils fest. Wann werden sie sich mit gleichen Geschwindigkeit aufeinander zubewegen, sodass sie sich in der Mitte treffen?

   i) Wenn nur A oder B am Seil zieht

   ii) Wenn beide am Seil ziehen

   iii) Sie treffen sich nie, da wegen Actio = Reactio keine Bewegung stattfindet.

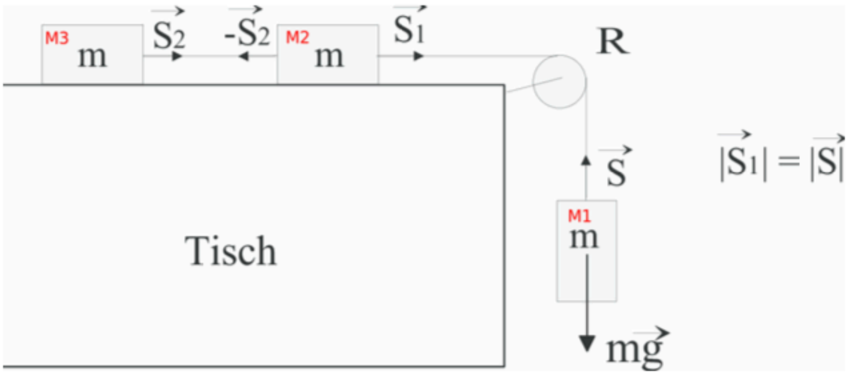
   iv) Wenn A oder B am Seil zieht oder wenn beide am Seil ziehen.

b) Ein Maulesel soll einen Wagen ziehen. Die Kraft $F_{MW}$, mit welcher der Maulesel am Wagen zieht, ist nach dem Wechselwirkungsgesetz genau so gross wie die Kraft $F_{WM}$, die der Wagen auf den Maulesel ausübt. Der Esel könnte argumentieren, dass beide Kräfte sich aufheben und daher sollten eigentlich Wagen und Maulesel stehen bleiben, weshalb er den Wagen erst gar nicht ziehen müsste. Begründen Sie, warum seine Argumentation falsch ist.

Zwei Körper M2 und M3 mit je der Masse $m$ können sich reibungsfrei auf einem Tisch bewegen. Sie sind miteinander und mit einer dritten, hängenden Masse $m$ (M1) (siehe Figur) durch ein masseloses, gespanntes Seil verbunden. Das Seil bewege sich bei R reibungsfrei über eine Rolle. Zur Zeit $t = 0$ wird die hängende Masse ($m = 1\,\text{kg}$) aus der Ruhelage losgelassen.

c) Berechnen Sie die Beschleunigung $a$ der einzelnen Massen.

d) Berechnen Sie die Seilkräfte

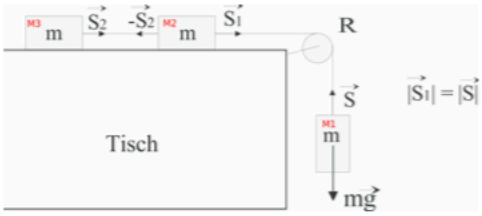


## Aufgabe 4: Seilkräfte

a) iv) Nach dem Wechselwirkungsgesetz wirkt die Kraft immer auf beide Körper gleichermassen (Aktion = Reaktion) und damit bewegen sich beide stets mit der gleichen Geschwindigkeit aufeinander zu. Also treffen sie sich in allen drei Szenarios in der Mitte.

b) Übt der Maulesel auf den Wagen die Kraft $F_{MW}$ aus, so übt auch der Wagen die Kraft $F_{WM} = -F_{MW}$ auf den Maulesel aus. Beide Kräfte greifen jedoch nicht am selben Körper an. Der Wagen wird mit der Kraft $F_{MW}$ beschleunigt, während der Maulesel mit der Kraft $F_{WM}$ abgebremst wird.
Damit der Maulesel aber nach vorn beschleunigen kann, muss er eine Kraft $F_{MB}$ gegen den Boden aufbringen, sodass er durch die zugehörige Reaktionskraft $F_{BM} = -F_{MB}$, die der Boden auf den Maulesel ausübt, beschleunigt wird.
Insgesamt erfährt also der Maulesel die Kraft $F_M = F_{WM} + F_{BM}$, wobei $F_{WM}$ und $F_{BM}$ in entgegengesetzte Richtung weisen. Damit der Maulesel sich also nach vorne bewegen kann, muss $|F_{BM}| > |F_{WM}|$ gelten.

c) Das Gewicht der beiden Massen auf dem Tisch wird durch die Normalkraft vom Tisch kompensiert. Die Beschleunigung der 3 Massen wird durch das Gewicht der hängenden Masse bewirkt.




Die Beschleunigung $a$ ist (bei gespanntem Seil) für alle Massen gleich da sie durch das Seil miteinander verbunden sind. Um die Beschleunigung der drei Massen zu finden können die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden.
Für M1 gilt mit Newtons zweitem Gesetz:

$$\rightarrow F_1 = mg - S = ma$$

Ähnlich für M2:

$$\rightarrow F_2 = S_1 - S_2 = ma$$

Und für M3:

$$\rightarrow F_3 = S_2 = ma$$

Wo $F_i$ die Summe aller Kräfte, die auf die Masse $M_i$ wirken, ist.

Nach Auflösung des Gleichungssystems kann die Beschleunigung der drei Massen gefunden werden:

$$\rightarrow \quad a = \tfrac{g}{3}$$

d) Die Seilkräfte an den beiden Enden eines masselosen Seils müssen sich kompensieren (da sonst die Beschleunigung des Seils $\infty$ wäre): $|\vec{S}_1| = |\vec{S}|$.
Mit den Gleichungen aus dem vorherigen Übungsteil können die Seilkräfte gefunden werden:

$$mg - S = ma = m\frac{g}{3} \quad \rightarrow \quad \underline{S = m\frac{2}{3}g = \ 6.5\,\mathrm{N} = S_1}$$

Und für $S_2$:

$$ma = S_2 \quad \rightarrow \quad \underline{S_2} = m\frac{g}{3} = \underline{\ 3.27\,\mathrm{N}}$$

**Aufgabe 4a:** (2 Punkte)

Ein Fischer versucht ein schweres Boot der Masse $M$ an Land zu ziehen. Das Boot liegt horizontal am Strand mit einem Reibungskoeffizienten $\mu$. Zuerst wird das Boot langsam mit einem Seil den Weg $L$ gezogen.

Danach entschliesst er sich eine Rolle an einer nahen Wand zu befestigen, ein Ende des Seils am Bug des Bootes festzumachen und das andere Ende des Seils durch die Rolle zu führen. Er zieht das Boot am Seil nun wieder langsam einen Weg $L$. Der Fischer befindet sich dabei am Strand.

Welche Aussage trifft zu:

a) Im zweiten Fall bringt er die doppelte Kraft auf und leistet die doppelte Arbeit

b) Im zweiten Fall bringt er dieselbe Kraft auf und leistet die halbe Arbeit

c) Im zweiten Fall bringt er dieselbe Kraft und leistet dieselbe Arbeit

d) Im zweiten Fall bringt er die halbe Kraft auf und leistet dieselbe Arbeit

c) richtig

---

**Aufgabe 4b:** (2 Punkte)

Ein Schütze zielt mit seinem Gewehr auf eine 500 m entfernte Tafel. Die Kugel der Masse $m$ wird 0.5 s brauchen, um mit konstanter Geschwindigkeit $v$ die Tafel zu erreichen. Der Schütze weiss, dass sein Gewehr nach links zieht, d.h. die Kugel wird auf 100 m um 0.11 m nach links abgelenkt. Zudem übt der Wind eine konstante Kraft $F$ auf die Kugel schräg von links unten nach rechts oben (aus Sicht des Schützen) aus, sodass die Kugel insgesamt über die gesamte Flugstrecke vom Wind 0.55 m nach rechts und 4 m nach oben gedrückt wird.

Die Gravitationskraft kann vernachlässigt werden. Auf welchen Punkt sollte der Schütze zielen, damit er ganz genau die Mitte der Zieltafel trifft?

a) In die Mitte der Zieltafel

b) Auf ein Punkt rechts der Mitte

c) Auf einen Punkt links der Mitte

d) Auf einen Punkt unterhalb der Mitte

*Dies ist eine Multiple Choice Aufgabe: Bitte markieren Sie die korrekte Antwort in der Tabelle auf der Titelseite.*

d) richtig

**Aufgabe 3:** (8 Punkte)

Ein Motorradfahrer kann auf ebener, nicht überhöhter (keine Steilkurve) Strasse eine Kurve von $r = 10\,\text{m}$ Radius gerade noch mit $v = 20\,\text{km/h}$ Geschwindigkeit durchfahren, ohne dabei auszugleiten.

a) (2 Punkte) Wie gross ist der Haftreibungskoeffizient zwischen Strasse und Reifen?

b) (2 Punkte) Mit welcher Geschwindigkeit muss er an der senkrechten Innenwand eines Kreiszylinders (vertikale Achse) mit Radius $r = 5\,\text{m}$ aus dem selben Material wie die Strasse fahren, damit er eine horizontale Bahn beschreiben kann, ohne abzugleiten? Nehmen Sie an, dass die Reibungskraft proportional zur Normalkraft und unabhängig von der Geschwindigkeit ist.

c) (1 Punkte) Nun fährt der Motorradfahrer einen Looping in einem Kreiszylinder mit horizontaler Achse und Radius $r = 5\,\text{m}$ ohne runterzufallen. Was ist jetzt seine minimale Geschwindigkeit?

d) (3 Punkte) Das Motorrad fährt mit konstanter Geschwindigkeit von 100 km/h auf einer Strasse mit einer konstanten Steigung von 6%. Er legt dabei eine Wegstrecke von 1 km zurück.

   Berechnen sie den Mehrverbrauch an Benzin des Fahrzeugs für die Überwindung der Steigung in Liter auf 100 km und in Prozent wobei die Gewichtsänderung des Motorrads durch den Verbrauch von Treibstoff vernachlässigt werden kann.

**Angaben:**

| | | |
|---|---|---|
| Masse des Motorrades: | $m_{Mot}$ | $= 200\,\text{kg}$ |
| Masse des Fahrers: | $m_{Fahrer}$ | $= 75\,\text{kg}$ |
| Benzinverbrauch auf gerader Strasse bei 100 km/h | | $= 5.3\,\text{l}/100\,\text{km}$ |
| Heizwert von Benzin: | $H_{Benzin}$ | $= 41.4\,\text{MJ/kg}$ |
| Dichte Benzin: | $\rho_{Benzin}$ | $= 780\,\text{kg/m}^3$ |
| Wirkungsgrad des Motors: | $\eta_{Motor}$ | $= 28\,\%$ unabhängig von der Steigung |

## Aufgabe 3:

### a)

Wir benötgen die Zentripetalkraft

$$F_{ZP} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

sowie die Reibungskraft

$$F_R = \mu \cdot \ F_N$$

wobei $F_N = F_g = M_{tot} \cdot g$ und $M_{tot} = m_{\text{Motorrad}} + m_{\text{Fahrer}}$. Durch gleichsetzen von $F_R$ und $F_{ZP}$, erhalten wir die folgende Gleichung welche zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten benutzt werden kann:

$$\begin{aligned}
F_R &= F_{ZP} \\
\mu \cdot F_N &= \frac{m \cdot v^2}{r} \\
\mu &= \frac{M_{tot} \cdot v^2}{r} \cdot \frac{1}{M_{tot} \cdot g} \\
\mu &= \frac{v^2}{r \cdot g} \\
\mu &= \frac{(20\,\mathrm{km/h})^2}{10\,\mathrm{m} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} \\
\mu &= 0.315
\end{aligned}$$

Der resultierende Reibungskoeffizienten ist $\boldsymbol{\mu = 0.315}$.

### b)

In diesem Fall wirkt die Zentripetalkraft als Normalkraft. Weiters muss die Reibungskraft die Gravitation ausgleichen damit der Fahrer nicht abrutscht.

$$\begin{aligned}
F_R &= F_g \\
\mu \cdot F_N &= M_{tot} \cdot g \\
\mu \cdot F_{ZP} &= M_{tot} \cdot g \\
\mu \cdot \frac{M_{tot} \cdot v^2}{r} &= M_{tot} \cdot g \\
v^2 &= \frac{g \cdot r}{\mu} \\
v &= \sqrt{\frac{g \cdot r}{\mu}} \\
v &= \sqrt{\frac{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5\,\mathrm{m}}{0.315}} \\
v &= 12.48\,\mathrm{m/s} = 44.92\,\mathrm{km/h}
\end{aligned}$$

Die Mindestgeschwindigkeit des Motorrads ist **12.48 m/s**

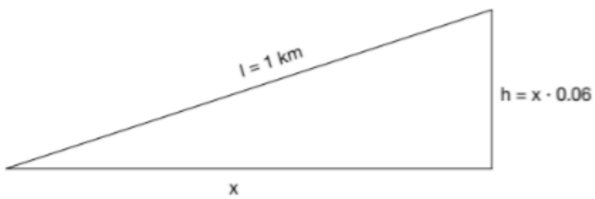



Abbildung 2: Steigung der Strasse

### c)

Am höchsten Punkt des Loopings müssen sich Zentripetalkraft und Gravitationskraft genau ausgleichen - die resultierende Kraft soll null sein. Damit:

$$F_{res} \ = \ F_N + F_G$$

und

$$F_{res} \ = \ F_{ZP} = \frac{m \cdot v^2}{r}.$$

Damit können wir die notwendige Mindestgeschwindigkeit um durch den Looping zu kommen bestimmen:

$$
\begin{aligned}
F_{ZP} &= \underbrace{F_N}_{=0} + F_G \\
\frac{m \cdot v^2}{r} &= m \cdot g \\
v^2 &= g \cdot r \\
v &= \sqrt{g \cdot r} \\
v &= \sqrt{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5\,\mathrm{m}} \\
v &= 7.0\,\mathrm{m/s} = 25.2\,\mathrm{km/h}
\end{aligned}
$$

Die Mindestgeschwindigkeit des Motorrads beträgt **7.0 m/s**

**d)**

Das Mottorrad benötigt 0.053 l pro 1 km. Um die für die Bewältigung der Steigung notwendige Menge an Treibstoff zu berechnen, müssen wir zuerst die Höhendifferenz zwischen dem oberen und unterem Ende der Strecke bestimmen (siehe Abbildung 2).

$$
\begin{aligned}
1\,\mathrm{km}^2 &= x^2 + (0.06 \cdot x) \\
1\,\mathrm{km}^2 &= x^2 \cdot (1 + 0.0036) \\
x &= \sqrt{\frac{1\,\mathrm{km}^2}{1.0036}} \\
x &= 0.998\,\mathrm{km} \\
h &= 6\,\% \cdot x = 59.89\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Die notwendige Energie um die Höhendifferenz zu überwinden ist:

$$
\begin{aligned}
E_{pot} &= M_{tot} \cdot g \cdot h \\
&= 275\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 59.89\,\mathrm{m} \\
&= 161\,568.25\,\mathrm{J} \\
&= 161.57\,\mathrm{kJ}
\end{aligned}
$$

Mit einer Motoreneffizienz von $\eta_{Motor} = 28\,\%$ benötigen wir eine Energie von:

$$
\begin{aligned}
\eta_{\text{Motor}} \cdot E_{\text{Treibstoff}} &= E_{pot} \\
E_{\text{Treibstoff}} &= E_{pot} \cdot \frac{1}{\eta_{\text{Motor}}} \\
&= 161.57\,\mathrm{kJ} \cdot \frac{1}{28\,\%} \\
&= 577.04\,\mathrm{kJ}
\end{aligned}
$$

Die entsprechende Menge an Treibstoff $V_{\text{Treibstoff}}$ kann aus der Energiedichte $H_{\text{Treibstoff}} = 41.4\,\mathrm{MJ/kg}$ und der Dichte des Treibstoffs berechnet werden: $\rho_{\text{Treibstoff}} = 780\,\mathrm{kg/m^3}$:

$$
\begin{aligned}
V_{\text{Treibstoff}} &= \frac{E_{\text{Treibstoff}}}{H_{\text{Treibstoff}} \cdot \rho_{\text{Treibstoff}}} \\
&= \frac{161.57\,\mathrm{kJ}}{41.4\,\mathrm{MJ/kg} \cdot 780\,\mathrm{kg/m^3}} \\
&= 0.000\,001\,786\,9\,\mathrm{m^3} \\
&= 17.87\,\mathrm{ml}
\end{aligned}
$$

Das Motorrad benötigt **17.87 ml** mehr Treibstoff als auf der flachen Strasse. Dies sind $\frac{17.87\,\mathrm{ml}}{0.053\,\mathrm{l}}$ = **33.7 %** mehr.

## 1. Schuss vom fahrenden Wagen

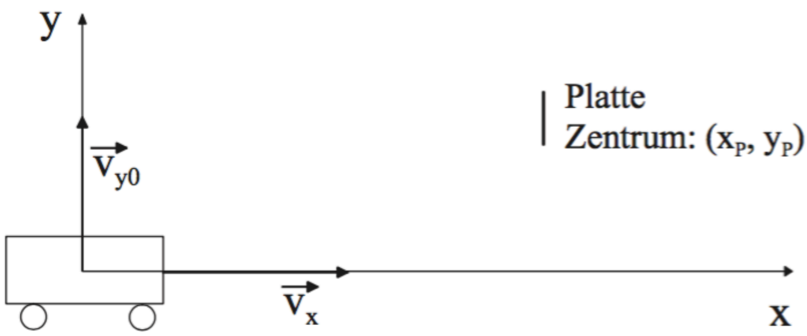
Ein Wagen fährt mit konstanter Geschwindigkeit $v_x = 5\,\mathrm{m/s}$ in (positiver) x-Richtung. Zur Zeit $t = 0$ wird bei $x = y = 0$ vom fahrenden Wagen eine Kugel mit der Geschwindigkeit $v_{y0}$ senkrecht nach oben abgefeuert (siehe Figur). Eine Platte mit dem Zentrum bei $x_P = 15\,\mathrm{m}$ und $y_P = 5\,\mathrm{m}$ ist senkrecht zur x-Achse montiert (siehe Figur). Die Erdbeschleunigung ist $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$.

a) Die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel in y-Richtung sei $v_{y0} = 10$ m/s. Was ist die maximale Höhe $y_{max}$, die die Kugel erreicht, und wo trifft die Kugel wieder (bei $y = 0$) auf den Wagen auf, d.h., $x_W = ?$ (*1 Punkt*)

b) Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit $v_{y0}$ müsste die Kugel vom fahrenden Wagen abgeschossen werden, damit sie das Zentrum der Platte bei $(x_P, y_P)$ trifft? (*1 Punkt*)

c) Die Kugel werde vom Zentrum der (festen) Platte vollkommen elastisch reflektiert, d.h., die kinetische Energie bleibt beim Stoss erhalten (es entsteht keine Wärme). Was ist der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_P = (v_{xP}, v_{yP})$ beim Auftreffen der Kugel auf der Platte und $\vec{v'}_P = (v'_{xP}, v'_{yP})$, der reflektierten Kugel? *1 Punkt*)

d) Die Platte sei jetzt nicht fest montiert, sondern an einem (masselosen) Faden aufgehängt, d.h. sie kann sich in $x$-Richtung bewegen.
Drücken Sie die Erhaltungssätze für den Impuls und die Energie für den elastischen Stoss durch die Geschwindigkeiten der Kugel und der Platte vor und nach dem Stoss und durch die Massen $m_K$ (Kugel) und $m_P$ (Platte) aus. (*1 Punkt*)




---

a) Für $y = y_{max}$ gilt:

$$v_y = 0 = v_{y_0} - g\,t_{max} \rightarrow t_{max} = \frac{v_{y_0}}{g}$$

$$y_{max} = 0 + v_{y_0}\,t_{max} - \frac{1}{2}\,g\,t_{max}^2 = \frac{v_{y_0}^2}{g} - \frac{g}{2}\,\frac{v_{y_0}^2}{g^2} = \frac{v_{y_0}^2}{2\,g} \qquad (0.25\,\mathrm{Pkt.})$$

$$= 5.1\,\mathrm{m} \qquad (0.25\,\mathrm{Pkt.})$$

Für $y = 0$, $x = x_W$ gilt:

$$t_W = 2\,t_{max}$$

$$x_W = 2\,\frac{v_{y_0}}{g}\,v_x \qquad (0.25\,\mathrm{Pkt.})$$

$$= 10.2\,\mathrm{m} \qquad (0.25\,\mathrm{Pkt.})$$

b) Zentrum der Platte : $(x_P, y_P) = (15\,\mathrm{m}, 5\,\mathrm{m})$

$$\begin{aligned}
v_x\, t_P = x_P \rightarrow t_P &= \frac{x_P}{v_x} = 3\,\mathrm{s} \\
y\,(t_P) = 0 + v_{y_0}\, t_P - \frac{1}{2}\, g\, t_P^2 &= y_P \\
\Rightarrow v_{y_0} = \frac{y_P + \frac{1}{2}\, g\, t_P^2}{t_P} &= \frac{y_P}{t_P} + \frac{1}{2}\, g\, t_P && (0.5\,\mathrm{Pkt.}) \\
&= \frac{5\,\mathrm{m}}{3\,\mathrm{s}} + \frac{1}{2} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 3\,\mathrm{s} = 16.4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} && (0.5\,\mathrm{Pkt.})
\end{aligned}$$

-

c) Geschwindigkeit der Kugel beim Auftreffen der Kugel auf die Platte $\vec{v_p}$:

$$\vec{v_P} = (v_{x\,P}, v_{y\,P}) \qquad v_{x\,P} = v_x = konst.$$

$$\begin{aligned}
v_{y\,P} = v_y\,(t_P) = v_{y_0} - g\, t_P &= \frac{v_P}{t_P} + \frac{1}{2}\, g\, t_P - g\, t_P \\
&= \frac{v_P}{t_P} - \frac{1}{2}\, g\, t_P = \frac{y_P}{x_P}\, v_x - \frac{1}{2}\, g\, \frac{x_P}{v_x} && (0.5\,\mathrm{Pkt.}) \\
&= -13.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{v_P} &= (v_{x\,P}, v_{y\,P}) = \left(5.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, -13.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) && (0.25\,\mathrm{Pkt.}) \\
\vec{v_P'} &= (-v_{x\,P}, v_{y\,P}) = \left(-5.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, -13.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) && (0.25\,\mathrm{Pkt.})
\end{aligned}$$

d) Impulserhaltung:

$$\vec{p_{tot}} = \vec{p_{tot}'}$$

$x$-Komponente:

$$\begin{aligned}
p_{x\,K} &= p'_{x\,K} + p'_{x\,P} \\
m_K\, v_x &= m_K\, v'_x + m_P\, v'_{x\,P} && (0.25\,\mathrm{Pkt.})
\end{aligned}$$

$y$-Komponente: Es wird keine $y$-Komponente auf die Platte übertragen:

$$\begin{aligned}
p'_{y\,P} &= 0 \\
p_{y\,K} &= p'_{y\,K} \\
\rightarrow m_K\, v_{y\,p} &= m_K\, v'_{y\,p} && (0.25\,\mathrm{Pkt.}) \\
\rightarrow v_{y\,P} &= v'_{y\,P}
\end{aligned}$$

Energieerhaltung:

Die potentielle Energie ändert sich während des Stosses nicht und spielt deshalb keine Rolle, d.h. $E_{pot} = E'_{pot}$

Die totale kinetische Energie ist erhalten (elastischer Stoss und es entsteht keine Wärme):

$$E_{kin\,K} + \underbrace{E_{kin\,P}}_{0} = E'_{kin\,K} + E'_{kin\,P}$$

$$\frac{1}{2} m_K \left(v_{x\,P}^2 + v_{y\,P}^2\right) = \frac{1}{2} m_K \left(v'^2_{x\,P} + v'^2_{y\,P}\right) + \frac{1}{2} m_P\, v'^2_{x\,P}$$

Es gilt: $\quad v'_{y\,P} = v_{y\,P} \qquad v_{x\,P} = v_x$

$$m_K\, v_x^2 = m_K\, v'^2_x + m_P\, v'^2_P \qquad (0.5\,\mathrm{Pkt.})$$

## Aufgabe 1: Bremsender Autofahrer (5 Punkte)

Ein Autofahrer auf einer waagerechten Autobahn bremst kräftig. Die Geschwindigkeit seines Autos, mit einem Gesamtgewicht von 1200 kg, reduziert sich infolge der Bremskraft mit einer konstanten Rate von $a = 8.0\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

a. Bestimmen Sie die Bremskraft $F_B$:

$$F_B = \underline{\hspace{6cm}}\ \mathrm{N}.$$

b. Der Bremsweg bis zum Stillstand beträgt $s = 30$ m. Wie hoch war die Anfangsgeschwindigkeit $v_0$ des Autos?

$$v_0 = \underline{\hspace{6cm}}\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

c. Wieviel Arbeit $W$ hat die Bremskraft dabei geleistet?

$$W = \underline{\hspace{6cm}}\ \mathrm{J}.$$

Wir nehmen nun an, dass die Autobahn mit einem konstanten Gefälle von 12% ansteigt, d.h. einen Neigungswinkel von $\theta = 6.9°$ hat.

d. Der Autofahrer hat eine Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 22\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ und bremst ebenso kräftig wie zuvor. Berechnen Sie neu die konstante Rate mit der sich die Geschwindigkeit reduziert.

$$a = \underline{\hspace{6cm}}\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

e. Wie lange ist nun der Bremsweg?

$$s = \underline{\hspace{6cm}}\ \mathrm{m}.$$

---

## Aufgabe 1: Bremsender Autofahrer (5 Punkte)

a. Die Bremskraft ist $F_B = 1200 \times 8.0 = 9.6 \cdot 10^3\,\mathrm{N}$.

b. Sei $v_0$ die Anfangsgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit ist gegeben durch

$$v = v_0 - at.$$

Die zurückgelegte Distanz zur Zeit $t$ ist gleich

$$s = v_0 t - at^2/2.$$

Das Auto kommt zum Stillstand ($v = 0$) zur Zeit $t = v_0/a$. Es folgt für den Bremsweg $s$:

$$s = v_0^2/a - a(v_0/a)^2/2 = v_0^2/(2a).$$

Der Bremsweg ist gegeben: $s = 30\,\mathrm{m}$. Die Anfangsgeschwindigkeit $v_0$ hat also den Wert $v_0 = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times 8.0 \times 30} = 22\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

c. Die von der Bremskraft geleistete Arbeit beträgt $W = F_B \cdot s = 9.6 \cdot 10^3 \times 30 = 2.9 \cdot 10^5\,\mathrm{J}$.

d. Die Komponente der Gewichtskraft entlang der Fahrrichtung, $mg\sin\theta$, ist zur Bremskraft $F_B$ aufzuaddieren. Aus Verwendung des Newton'schen Gesetzes ergibt sich

$$a = (F_B + mg\sin\theta)/m = (9600 + 1200 \times 9.8 \times 0.12)/1200 = 9.2\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

e. Für den Bremsweg finden wir $s = v_0^2/(2a) = 22^2/(2 \times 9.2) = 26\,\mathrm{m}$.

## **Aufgabe 1:** Schiefe Ebene und Reibungskraft

a) Jeder Gegenstand, der auf der Ladefläche eines Lastwagens liegt, wird zu rutschen anfangen, sobald die Beschleunigung des Lastwagens einen Grenzwert überschreitet. Wenn die Gegenstände zwei gleich grosse Kartonschachteln mit unterschiedlichen Massen sind, wie verhält sich dann die kritische Beschleunigung?

   i) Die beiden Gegenstände fangen bei derselben Beschleunigung an zu rutschen.

   ii) Der leichte Gegenstand rutscht bei einer kleineren Beschleunigung.

   iii) Der schwere Gegenstand rutscht bei einer kleineren Beschleunigung.

   iv) Die Gegenstände kommen aufgrund der Haftreibung nie ins Rutschen.

b) Ein Fallschirmspringer erreicht nach einiger Zeit eine sogenannte Grenzgeschwindigkeit. Was bedeutet dies?

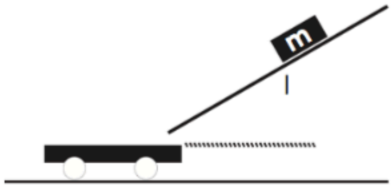
   i) Seine Beschleunigung hat den Maximalwert $g$ erreicht.

   ii) Der Luftwiderstand ist Null.

   iii) Die Gravitationskraft verschwindet.

   iv) Die Reibungskraft aufgrund des Luftwiderstands ist nun gleich gross wie seine Gewichtskraft.

Eine Kiste der Masse $m = 200\,\text{kg}$ rutscht unter dem Einfluss der Gleitreibung eine, um den Winkel $\alpha = 30°$ geneigte, schiefe Ebene der Länge $l = 10\,\text{m}$ hinunter (Gleitreibungskoeffizient $\mu_G = 0.4$), sodass sie in einen Güterwagen der Masse $M = 2\,\text{t}$ gleitet und dort zum Liegen kommt. Der ungebremste Wagen setzt sich daraufhin horizontal in Bewegung (siehe Abbildung).




c) Mit welcher Geschwindigkeit $v_0$ (entlang der schiefen Ebene) gleitet die Kiste in den Wagen und mit welcher Geschwindigkeit $v_W$ bewegt sich dieser dann mitsamt der Kiste weiter?

d) Der Wagen stösst nun auf einen anderen baugleichen Wagen, sodass er selbst zum Stillstand kommt und der andere Wagen sich mit $v_{W_2} = 0.35\,\text{m/s}$ weiterbewegt. Mit welcher Masse ist der zweite Wagen beladen?

## Aufgabe 1: Schiefe Ebene und Reibungskraft

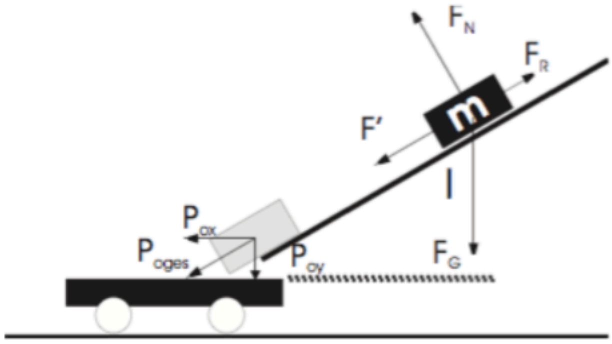
a) i) Die maximale Beschleunigung, bis zu der ein Gegenstand liegen bleibt ist gegeben durch

$$ma = \mu mg$$

und ist dabei nicht durch seine Masse bestimmt, sondern durch den Haftreibungskoeffizienten $\mu$. Dieser hängt von sie Oberflächenbeschaffenheit ab. Im betrachteten Fall kann man annehmen, dass diese für zwei gleich grosse Kartonschachteln dieselbe ist.

b) iv) Nach ein Fallschirmspringer erreicht die Grenzgeschwindigkeit wird sich mit dieser konstante Geschwindigkeit bewegen. Das bedeutet die resultierende Kraft ist Null. Diese Bedingung ist erfüllt wenn die Reibungskraft aufgrund des Luftwiderstands gleich gross wie seine Gewichtskraft ist.

Das Gewicht $m\vec{g}$ kann in Komponenten parallel und senkrecht zur schiefen Ebene zerlegt werden. Die senkrechte Komponente $m\vec{g} \cdot \cos\alpha$ wird durch die Normalkraft $\vec{N}$ (ausgeübt durch die schiefe Ebene) kompensiert. Die Masse bewegt sich auf der schiefen Ebene mit der konstanten Beschleunigung $g \cdot \sin\alpha$ in $x'$-Richtung.




c)

$$F_N = F_g \cos\alpha = mg\cos\alpha,$$
$$F_R = \mu_G F_N = \mu_G mg\cos\alpha,$$
$$F' = mg\sin\alpha,$$

wobei $F'$ die Komponente der Gewichtskraft ist, die parallel zur schiefen Ebene steht.
Es gilt also für die resultierende Kraft $F$ parallel zur schiefen Ebene:

$$F = F' - F_R = mg(\sin\alpha - \mu_G\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu_G\cos\alpha)$$

und mit $v = \sqrt{2al}$ folgt:

$$v_0 = \sqrt{2g(\sin\alpha - \mu_G\cos\alpha)l} = 5.49\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Nach dem Prinzip der Superposition und der Impulserhaltung ergibt sich:

$$p_{0x} = p_{0ges}\cos\alpha = mv_0\cos\alpha = p_1' = (M+m)v_W$$
$$\Rightarrow v_W = \frac{mv_0\cos\alpha}{M+m} = 0.43\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

d) Nach dem Impulserhaltungssatz gilt:

$$(M+m)v_W = (M+m_L)v_{W2},$$

wobei $v_{W2} = 0.35\ \frac{m}{s}$ und $m_L$ die Masse der Ladung des zweiten Wagens ist. Daraus ergibt sich:

$$m_L = (M+m)\frac{v_W}{v_{W2}} - M = 703\ \mathrm{kg}.$$