Matanalizės egzaminas pas E.Misevičių 2006 06 10.

1-as variantas:

1. a Apibrėžkite eilutės perstatą (2t.)

   b) Įrodykite, kad jei $a_n < b_n$ ir $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konverguoja, tai konverguoja ir $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$

2. a) Būtinoji apibrėžtinio integralo egzistavimo sąlyga (2t.)

   b) Įrodykite, kad, jei $f(x) > 0$, tai ir $\int f(x)dx > 0$

3. Naudojant polinę koordinačių sistemą rasti $\int_E f$, $f(\vec{x}) = x_1^2, E = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^2 : |\vec{x}|^2 \le x_2\}$ (3t.)

4. Naudojant sferinę koordinačių sistemą rasti $\int_E f$, $f(\vec{x}) = x_3^2, E = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^2 : |\vec{x}|^2 \le x_3\}$ (3t.)

2-as variantas:

1. a) Eilutės konvergavimo apibrėžimas (2t.)

   b) Suformuluoti ir įrodyti eilutės Koši konvergavimo kriterijų

2. a) Apibrėžtinio integralo apibrėžimas (2t.)

   b) Įrodyti kad ($f, g \in \mathcal{R}([a;b]) \Rightarrow$ ($(f+g) \in \mathcal{R}([a;b]$, $\int_b^b f + g = \int_a^b f + \int_a^b g$)

3. Naudojant polinę koordinačių sistemą rasti $\int_E f$, $f(\vec{x}) = |\vec{x}|, E = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^2 : 1 \le |\vec{x}|^2 \le 4\}$ (3t.)

4. Naudojant sferinę koordinačių sistemą rasti $\int_E f$, $f(\vec{x}) = x_1^2 x_2^2, E = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le x_3\}$ (3t.)