$z = f(x, y)$ ekstremumai

$z = f(x, y)$ apibrėžta srityje D

$M_0(x_0; y_0) \in D$

Taškas M_0 vadinamas funkcijos $z = f(x, y)$ lokaliojo max (min), jei yra tokia taško M_0 aplinka, kurios visuose taškuose teisinga nelygybė: $f(x_0, y_0) \geq f(x, y)$

$$\left(f(x_0, y_0) \leq f(x, y)\right)$$

o funkcijos reikšmė taške M_0 vad. funkcijos max (min)

$$\begin{cases} z'_x = 0 \\ z'_y = 0 \end{cases}$$, arba neegzistuoja $\Rightarrow$ kritiniai taškai

Pakankamos ekst. sąlygos:

$\Delta_2 < 0 \Rightarrow$ ekstremumo nėra

$\Delta_2 > 0 \Rightarrow$ jei $\Delta_1 > 0$ min

$\Delta_2 < 0$ max

$\Delta_2 = 0 \Rightarrow$ KPT

Funkcijos $z = f(x,y)$ ekstremumai, kai kintamieji x ir y susieti ryšio lygtimi, vadinami sąlyginiais ekstremumais.

APIBRĖŽTINIS ir DVILYPIS INTEGRALAS

Jei egzistuoja baigtinė integralinės sumos riba, kai $\lambda \to 0$, nepriklausomai nuo atkarpos $[a;b]$ skaidymo būdo bei parinktų taškų c_i, tai ta riba vadinama funkcijos $f(x)$ apibrėžtiniu integralu atkarpoje $[a,b]$.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

a, b – integravimo rėžiai

Figūra, apribota iš apačios O_x ašimi, iš šonų – tiesėmis $x=a$ ir $x=b$, iš viršaus – funkcijos $f(x)$ grafiku, vadinama kreivine trapecija

$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$

Apibrėžtinio integralo geometrinė prasmė

Jei egzistuoja baigtinė dvimatės integralinės sumos riba, kai $\lambda \to 0$, nepriklausanti nuo D srities skaidymo būdo bei nuo parinktų taškų M_i, tai ta riba vadinama funkcijos $f(x,y)$ dvilypiu integralu srityje D

$$\iint_D f(x,y)\,dx\,dy = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(M_i)\Delta \sigma_i$$

Erdvinis kūnas apribotas iš viršaus $z=f(x,y)$, iš apačios sritimi D, iš šonų cilindriniu paviršiumi, kurio sudaromosios lygiagrečios O_z ašiai, o vedamoji yra srities D kontūras L, vadinamas cilindroidu

$$V = \iint_D f(x,y)\,dx\,dy$$

Dvilypio integralo geometrinė prasmė.

NETIESIOGINIS INTEGRALAS

~~Apibrėžtinio integralo riba, kai $b \to +\infty$, vadinama funkcijos $f(x)$ netiesioginiu integralu intervale $[a; +\infty)$ ir žymima:~~

$$\cancel{\int_a^{+\infty} f(x)\,dx = \lim_{b \to +\infty} \int_a^b f(x)\,dx}$$

Dalinė išvestinė

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - \boxed{f(x_0, y_0)}}{\Delta x}$$

Eilutės

Reiškinys $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ vad. skaičių eilute ir žymimas simboliu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Skaičiai $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ vad. tos eilutės nariais, a_n – bendruoju nariu.

Jei eilutės dalinių sumų seka (S_n) turi baigtinę ribą $\lim_{n \to \infty} S_n = S$, tai sakoma, kad duotoji eilutė konverguoja.

Skaičius S vadinamas tos eilutės suma ir rašoma $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots = S$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ – harmoninė eilutė

Būtinoji eilutės konvergavimo sąlyga.

$\sum_{n=1} a_n$ $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$

(Ribinis) palyginimo požymis

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

① $a_n \le b_n$ arba abi konv. arba div.

↓

② $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = L \neq 0$

Dalambero

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$ — $L<1$ konv., $L>1$ div.

Koši radikalinis

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = L$ — $L<1$ konv., $L>1$ div.

Leibnico

alt. eil. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$

Tenkina:

1) $a_1 \geq a_2 \geq a_n \geq \dots a_{n+1} \geq \dots$

2) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

tai ji konverguoja

Jei konverguoja iš duotosios eilutės narių modulių sudaryta eilutė, tai konverguoja absoliučiai.

O jei moduliai diverguoja, o duotoji konverguoja, tai konverguoja reliatyviai.