## Apibrėžimai

- Ap. 1 Intuityvus algoritmas.
- Ap. 2 Hilberto tipo teiginių skaičiavimas.
- Ap. 3 Sekvencija (ir jos antecedentas ir sukcedentas).
- Ap. 4 Sekvencinis skaičiavimas G.
- Ap. 5 Disjunktas.
- Ap. 6 Atkirtos taisyklė.
- Ap. 7 Disjunktas C išvedamas iš disjunktų aibės S.
- Ap. 8 Formulių aibė prieštaringa.
- Ap. 9 Determinuota vienajuostė Turingo mašina.
- Ap. 10 Turingo mašina apibrėžta.
- Ap. 11 Turingo mašina apskaičiuoja funkciją.
- Ap. 12 Determinuota daugiajuostė Turingo mašina.
- Ap. 13 Nedeterminuota Turingo mašina.
- Ap. 14 Baigtinis automatas.
- Ap. 15 Baigtinio automato kalba.
- Ap. 16 Turingo mašinos sudėtingumas laiko atžvilgiu (nurodant ką žymime su i(v), t(v)).
- Ap. 17 Turingo mašinos sudėtingumas atminties atžvilgiu (nurodant ką žymime su i(v), s(v)).
- Ap. 18 Turingo mašinos kalba.
- Ap. 19 Aibė A išsprendžiama su Turingo mašina.
- Ap. 20 Sudėtingumo klasės DTIME(f(n)), DSPACE(f(n)), NTIME(f(n)), NSPACE(f(n)).
- Ap. 21 Sudėtingumo klasės L, NL, P, NP, PSPACE, EXP.
- **Ap. 22** Poros (x,y) numeris Cantaro numeracijoje; kairiojo ir dešiniojo nario funkcijos.
- **Ap. 23** Cantaro funkcijos  $\alpha_n(x_1, x_2, \dots, x_n), \pi_n^i(k)$ .
- Ap. 24 Standartinė Turingo mašina.
- Ap. 25 Baigtinumo problema.
- (su įrodymu) 16 teiginio
- Ap. 26 Rekursyvi aibė.
- **Ap. 27**  $\lambda$ -skaičiavimo termas.
- Ap. 28 Termo redeksas ir jo santrauka.
- **Ap. 29** Termo β-redukcija.
- Ap. 30 Normalinis termas. Nenormalizuojamas termas.

- **Ap. 31** λ-skaičiavimo loginės konstantos.
- **Ap. 32** λ-skaičiavimo natūralusis skaičius.
- Ap. 33 Termas definuoja dalinę funkciją.
- Kompozicijos operatorius.
- Ap. 34 Primityviosios rekursijos operatorius.
- Ap. 35 PR funkcijų aibė.
- Ap. 36 Aibės A charakteringoji funkcija.
- **Ap. 37** ℕ poaibis yra primityviai rekursyvusis.
- **Ap. 38** Iteracijos operatorius PR 1-argumento funkcijoms.
- Ap. 39 Minimizacijos operatorius.
- Ap. 40 DR funkcijų aibė.
- Ap. 41 BR funkcijų aibė.
- • Ap. 42 Rekursyviai skaiti aibė I (DR funkcijos apibrėžimo sritis).
- Ap. 43 Rekursyviai skaiti aibė II (PR funkcijos reikšmių sritis).
- **Ap. 44** Rekursyviai skaiti aibė III  $(f(a, x) = 0 \text{ turi sprendinį ir } f \in PR)$ .
- Ap. 45 Funkcija f(x) mažuruojama funkcijos h(x).
- Ap. 46 Universalioji funkcija.
- **Ap. 47** DR funkcijos grafikas.

## **Teiginiai**

- Pagrindinės algoritmų savybės (diskretumas, determinuotumas, žingsnių elementarumas, masiškumas).
- Algoritmų formalizavimo būdai.
- **Tg. 1** Churcho tezė. (be įrodymo)
- **Tg. 2** Turingo mašinomis apskaičiuojamų funkcijų aibė sutampa su rekursyviųjų funkcijų aibe. (be įrodymo)
- **Tg. 3** *Jei formulė įrodoma Hilberto tipo teiginių skaičiavime, tai ji T.T.* (be įrodymo)
- Formulė F išvedama iš prielaidų  $A_1, A_2, \ldots, A_n$  Hilberto tipo teiginių skaičiavime.
- **Tg. 4** (Dedukcijos teorema)  $\Gamma \vdash A \rightarrow B$  tada ir tik tada, kai  $\Gamma, A \vdash B$ . (su irodymu)
- **Tg. 5** Formulė T.T. tada ir tik tada, kai ji išvedama skaičiavime G. (be irodymo)
- **Tg. 6** Jei S ⊢ C ir C nėra įvykdomas, tai aibė S prieštaringa. (su įrodymu)
- **Tg. 7** *Iš aibės S išvedamas tuščias disjunktas tadat ir tik tada kai aibė S prieštaringa.* (be įrodymo)
- Tiuringo mašinos interpretacija.
- Tiuringo mašinos perėjimų funkcijos vaizdavimas lentele.
- Baigtinio automato vaizdavimas grafu.
- Baigtinio automato vaizdavimas lentele.
- Tg. 8 Baigtinė aibė yra baigtinio automato kalba.
   (be įrodymo)
- **Tg. 9** Baigtinio automato kalbos papildinys irgi yra baigtinio automato kalba. (su irodymu)
- **Tg. 10** Baigtinių automatų kalbų a) konkatenacija, b) iteracija, ir c) atspindys yra baigtinio automato kalbos.

(be įrodymo)

- **Tg. 11** Jei  $A_1$ ,  $A_2$  baigtinio automato kalbos, tai  $A_1 \cup A_2$ ,  $A_1 \cap A_2$  baigtinio automato kalbos. (su įrodymu)
- **Tg. 12**  $L \subseteq NL \subseteq P \subseteq NP \subseteq PSPACE \subseteq EXP$  ir  $NL \neq PSPACE$ ,  $P \neq EXP$ . (be irodymo)
- **Tg. 13** Poros (x, y) numeris  $\alpha_2(x, y) = \frac{(x+y)^2 + 3x + y}{2}$ . (NEREIKIA VISAI)

• **Tg. 14** Kiekvienai Turingo mašinai egzistuoja standartinė Turingo mašina, kuri skaičiuoja tą pačią funkciją.

(be irodymo)

- **Tg. 15** Standartinių Turingo mašinų aibė yra skaiti. (be įrodymo)
- Galima sunumeruoti visas standartines Turingo mašinas.
- Tg. 16 Baigtinumo problema neišsprendžiama.
- Kompozicijos operatorius.
- PR funkcijos yra visur apibrėžtos funkcijos.
- **Tg. 17** Cantaro funkcijos  $\alpha_n, \pi_n^i \in PR$ . (be irodymo)
- **Tg. 18** Jei  $g(x_1, ..., x_n) \in PR$ , tai  $f(x_1, ..., x_n) = \sum_{i=0}^{x_n} g(x_1, ..., x_{n-1}, i) \in PR$ . (be irodymo)
- **Tg. 19** Jei  $f_i(x_1,\ldots,x_n) \in PR$ , visiems  $i=1,\ldots,s,s+1$  ir  $\alpha_j(x_1,\ldots,x_n) \in PR$  visiems  $j=1,\ldots,s$ , tai ir

$$f(x_1,\ldots,x_n) = \begin{cases} f_1(x_1,\ldots,x_n) & \text{, jei } \alpha_1(x_1,\ldots,x_n) = 0 \\ \vdots & \\ f_s(x_1,\ldots,x_n) & \text{, jei } \alpha_s(x_1,\ldots,x_n) = 0 \\ f_{s+1}(x_1,\ldots,x_n) & \text{, kitu atveju} \end{cases} \in PR.$$

(be irodymo)

- **Tg. 20** 1 argumento PR funkcijų aibė sutampa su aibe, kuriai priklauso bazinės s(x), q(x), ir kuri yra uždara sudėties, kompozicijos ir iteracijos operatorių atžvilgiu. (be įrodymo)
- Algoritmas, kaip apskaičiuoti funkcijos g, gautos iš f naudojant minimizacijos operatorių, reikšmę, pagal funkcijos f reikšmes.
- Kada funkcija, gauta naudojant minimizacijos operatorių, gali būti neapibrėžta.
- **Tg. 21**  $PR \subseteq BR \subseteq DR$  (be irrodymo)
- **Tg. 22** Visi trys rekursyviai skaičios aibės apibrėžimai (Ap. 42, Ap. 43, Ap. 44) ekvivalentūs. ✓ sū daliniu įrodymu: Ap. 43. ⇒ Ap. 42, Ap. 43 ⇒ Ap. 44, Ap. 44. ⇒ Ap. 43)
- Rekursyvių ir rekursyviai skaičių aibių skirtumas.
- Rekursyviai skaičių aibių savybės:
  a) rekursyvi aibė yra ir rekursyviai skaiti;
  b) baigtinė aibė yra ir rekursyviai skaiti ir rekursyvi.
  (be irodymo)
- Tg. 23 Jei aibė rekursyviai skaiti, bet nėra rekursyvi, tai jos papildinys nėra rekursyviai skaitus. (su įrodymu)
- **Tg. 24** Jei f(x) yra vieno argumento primityviai rekursyvi funkcija, tada egzistuoja toks  $n \in \mathbb{N}$ , kad f(x) < A(n,x) (kai x > 2). (be irodymo)

- **Tg. 25** Egzistuoja BR, bet ne PR funkcija  $(h(x) = A(x, x) \in BR$ , bet  $h(x) = A(x, x) \notin PR$ ). (su irodymu)
- **Tg. 26** a) Visų n-argumentų PR funkcijų universalioji ∉ PR. b) visų n-argumentų BR funkcijų universalioji ∉ BR. (su įrodymu)
- Tg. 27 Visų 1-argumento PR funkcijų aibei egzistuoja universalioji ∈ BR.
   (be įrodymo)
- Tg. 28  $D^{n+1}(x_0,\ldots,x_n)=D(x_0,\alpha_n(x_1,\ldots,x_n))$  yra visų n-argumentų PR funkcijų universalioji. (be įrodymo)
- Tg. 29 Visų n-argumentų DR funkcijų aibei egzistuoja universalioji  $\tilde{D}^{n+1}(x_0, x_1, \dots, x_n)$ . (su įrodymu)
- **Tg. 30** Egzistuoja rekursyviai skaičios bet nerekursyvios aibės. (be irodymo)

## Žinomos primityviai rekursyvios funkcijos:

• bazinės funkcijos:

0,  

$$s(x) = x + 1$$
,  
 $pr_n^i(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_i$ ,

ullet vieno argumento PR funkcijų bazinės funkcijos:

$$s(x) = x + 1,$$
  
$$q(x) = \dot{x} - [\sqrt{x}]^2,$$

• Cantaro funkcijos:

$$\alpha_n(x_1, x_2, \dots, x_n),$$
  
 $\pi_n^i(k),$ 

• kitos žinomos PR funkcijos:

$$sg(x) = \begin{cases} 1 & \text{, jei } x > 0 \\ 0 & \text{, jei } x = 0 \end{cases},$$

$$\overline{sg}(x) = \begin{cases} 0 & \text{, jei } x > 0 \\ 1 & \text{, jei } x = 0 \end{cases},$$

$$x \dot{-}1 = \begin{cases} x - 1 & \text{, jei } x > 0 \\ 0 & \text{, kitu atveju} \end{cases},$$

$$\dot{x} \dot{-}y = \begin{cases} x - y & \text{, jei } x > y \\ 0 & \text{, kitu atveju} \end{cases},$$

$$x + y,$$

$$x \cdot y,$$

$$|x - y|,$$

$$|x - y|,$$

$$|x/y|.$$

## Žinomos dalinai rekursyvios funkcijos:

• dalinis skirtumas:

$$x-y=\left\{\begin{array}{ll} x-y & \text{, jei } x\geq y \\ \infty & \text{, kitu atveju} \end{array}\right.$$

• dalinė dalyba:

$$x/y = \left\{ \begin{array}{ll} x/y & \text{, jei x dalosi iš y} \\ \infty & \text{, kitu atveju} \end{array} \right. ,$$

• dalinė šaknis:

$$\sqrt{x} = \left\{ egin{array}{ll} \sqrt{x} & \text{, jei x yra natūralaus skaičiaus kvadratas} \\ \infty & \text{, kitu atveju} \end{array} 
ight.$$