2007m tikimybių teorijos ir statistikos kurso egz užd

1. Urnoje - 8 sunumeruoti rutuliai. Vieną po kito atsitiktinai su grąžinimu traukiame 5 rutulius. Kaip pavaizduotumėte tokio bandymo baigtį ir kiek baigčių yra iš viso?
8^5 (gretiniai su pasikartojimu)

2. Voke - 8 skirtingos nuotraukos. Vieną po kito atsitiktinai traukiate 5 nuotraukas ir rikiuojate į eilę. Kiek yra tokio bandymo baigčių?
8*7*6*5*4 (gretiniai be pasiakrtojimo)

3. Bandymas - dalelės kelionė iš plokštumos taško (0;0) į plokštumos tašką (5;3). Keliaujama taip: iš taško *(x,y)* vienu žingsniu dalelė gali patekti į tašką $(x+1, y)$ arba $(x, y+1)$. Kiek yra tokio bandymo baigčių (kitaip tariant - kelių)?

$$C_8^4 = \frac{8*7*6*5}{4!} = 70$$

4. Parduotuvės lentynoje - 10 stiklinių vazų, deja, 6 iš jų nežymiai įskilę. Jeigu atsitiktinai pasirinksime 5 vazas, kokia tikimybė, kad trys bus įskilę?

$$P(A) = \frac{C_6^3 \cdot C_4^2}{C_{10}^5} = \frac{20 \cdot 6}{252} = 0,476$$

5. Urnoje yra balti ir juodi rutuliai, vieni dideli, kiti maži. Bandymas - atsitiktinis trijų rutulių traukimas vienas po kito. Pažymėkime įvykius: *A*={baltų rutulių daugiau nei vienas}, *B*={pirmas rutulys juodas}, *C*={ištraukti rutuliai maži}. Nusakykite, žodžiais, kada įvyksta įvykis $(A \cup B) \cap C^c$.
Baltų rutulių daugiau nei vienas arba pirmas rutulys juodas ir ištraukti rutuliai dideli

6. Bandymas - dviejų kauliukų metimas, *A*={atvirtusių akučių skaičių suma lyginė}, *B*={atvirtusių akučių skaičių suma didesnė už 6}. Kada įvyksta ivykis $(A \cap B)^c$?
Atvirtusių akučių skaičių suma nelyginė ir mažesnė už 6.

7. Urnoje yra du balti ir trys juodi rutuliai. Kokia tikimybė, kad atsitiktinai ištraukę du rutulius gausime abu baltus?

$$P(A) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

8. Tikimybė, kad rytoj surasite 10 Lt lygi 0.01, tikimybė, kad rytoj pamesite 10 Lt lygi 0.02. Tikimybė, kad rytoj ir surasite ir pamesite 10 Lt lygi 0.001. Kokia tikimybė, kad rytoj arba rasite, arba pamesite, arba ir rasite ir pamesite 10 Lt?

$$P(A) = 0,01 + 0,02 + 0,001$$

9. Bandymas - metame lošimo kauliuką ir atvirtusią sienelę nudažome viena iš atsitiktinai parinktų trijų spalvų: balta, juoda ir raudona. Kaip pavaizduotumėte tokio bandymo baigtį?
Ω={sienele yra balta, arba juoda, arba raudona}

10. Urnoje yra 3 balti ir 4 juodi rutuliai. Bandymas: atsitiktinai traukiame du rutulius ir ant kiekvieno atsitiktinai psirinkę užrašome vieną iš raidžių A, B, arba C. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymą turėsime du baltus rutulius, ant kurių užrašytos raidės A?

$$P = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 6}$$

11. Bandymas: trijų žaidėjų žaidimas kamuoliu. Gavęs kamuolį žaidėjas perduoda kitam. Kokia tikimybė, kad pradėjęs žaidimą žaidėjas gaus kamuolį tik po 4 perdavimų?

12. Studentas žino penkis būdus pasiteisinti dėl neatliktos užduoties. Jis neatliko trijų užduočių. Keliais būdais jis gali pasiteisinti, jeigu to paties pasiteisinimo iš eilės dviejų kartų naudoti negalima?
5*4*4=80 budu.

13. Įvykis A reiškia, kad pavasaris bus šaltas, B - kad vasara šilta, o C - ruduo lietingas. Kaip naudojant šiuos įvykius išreikšti įvykį: ruduo bus lietingas, o vasara arba pavasaris - šilti?

$C \cap \left(B \cup A^c\right)$

14. Du draugai A ir B susitarė susitikti 12 valandą. Įvykis A_0 reiškia, kad A neateis, A_1, kad ateis pavėlavęs. Įvykis B_0 reiškia, kad B neateis, B_1, kad ateis pavėlavęs. Ką reiškia įvykis $\left(A_0 \cup A_1\right)^C \cap \left(B_0^C \setminus B_1\right)$?

$\left(A_0 \cup A_1\right)^C$ - A ateis laiku, $B_0^C \setminus B_1$ - B ateis laiku $\Rightarrow$ A ir B ateis laiku

15. Bandymas: trys draugai laiko egzaminą. Kadangi jie atsiskaitė už pratybų užduotis, tai garantuotai išlaikys egzaminą, t.y. gaus vieną iš į vertinimų 5,6,7,8,9,10. Kiek palankių baigčių turi įvykis: „ne visi draugai bus įvertinti skirtingai"?
6*6*6 – visi draugai ivertinti vienodai, 6*5*4 – visi draugai ivertinti skirtingai.
6*6*6 - 6*5*4 = 96

16. Lošėjas lošia kasdien. Įvykis A reiškia, kad jam pasiseks nelyginėmis savaitės dienomis, B – kad savaitgaliais, o C - kad pasiseks lyginėmis savaitės dienomis. Ką reiškia įvykis $(A \cap B)^c \cup C$?
$(A \cap B)^c$ – pasiseks tik lyginėmis sav.dienomis (=C) $\Rightarrow$ pasiseks lyginėmis sav.dienomis

17. Urnoje yra du balti ir vienas juodas rutulys. Jie traukiami iš urnos vienas po kito, kol urna ištuštėja. Kokia tikimybė, kad paskutinis rutulys bus baltas?

$$P = \frac{C_2^1}{C_3^1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

18. Urnoje yra du balti ir vienas juodas rutulys. Jie traukiami iš urnos vienas po kito, kol urna ištuštėja. Kokia tikimybė, kad antrasis rutulys bus baltas?

$$P = \frac{C_2^1}{C_3^1} = \frac{2}{3}$$

19. Kortų kaladėje yra 52 kortos, keturios kortos - tūzai. Atsitiktinai traukiamos penkios kortos. Kokia tikimybė, kad ištrauksime lygiai du tūzus?

$$P\left(A\right) = \frac{C_4^2 \cdot C_{48}^3}{C_{52}^5}$$

20. Kortų kaladėje yra 52 kortos, 13 iš jų - būgnai. Traukiamos penkios kortos. Kokia tikimybė, kad antroji korta bus būgnų?

$$P = \frac{51 \cdot 13}{52 \cdot 51}$$

21. Koordinačių ašies vienetinėje atkarpoje *OA* (taškų koordinatės *O*(0), *A*(1)) atsitiktinai pasirenkame tašką. Kokia tikimybė, kad jis bus arčiau taško B(1/3) negu taško C(2/3)?

$P(A) = \frac{1}{2}$ nubrėžt tą atkarpą

22. Bandymo baigčių aibė **Ω** yra kubas, jo viduje patalpintas mažasis kubas, kurio kraštinės ilgis lygus 1. Atsitiktinai renkant *ii* tašką tikimybė parinkti mažojo kubo tašką lygi 1/3. Koks didžiojo kubo kraštinės ilgis?

$\frac{kubo\_turis}{\Omega\_turis} = P, \ \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{3}, \Omega = 3$, krastines ilgis $\sqrt[3]{3}$.

23. Bandymo baigčių aibė **Ω** yra plokštumos sritis apimanti vienetinio spindulio skritulį. Atsitiktinai renkant šios srities tašką, tikimybė parinkti skritulio tašką lygi 1/2. Koks srities **Ω** plotas?

$\frac{skrit.\_plotas}{\Omega\_plotas} = P, \ \frac{\pi}{\Omega} = \frac{1}{2}, \Omega = 2\pi$

24. Bandymas - vienetinio intervalo [0;1] skaičiaus parinkimas. Kokia tikimybė, kad parinkto skaičiaus dešimtainės išraiškos pirmas skaitmuo po kablelio bus 6?

$P = \frac{1}{10}$ nubrėžt tą atkarpą

25. Vienetinę atkarpą atsitiktinai sulaužome į keturias dalis. Kaip pavaizduotumėte tokio bandymo baigtį?

$\omega = \{(0, \omega_1), (\omega_1, \omega_2), (\omega_2, \omega_3), (\omega_3, 1)\}$??

26. Ant lygiagrečiomis, vienodai viena nuo kitos nutolusiomis linijomis suliniuotos plokštumos metama moneta. Kaip užrašytumėte tokio bandymo baigtį? Kokia tikimybė, kad moneta kirs liniją, jeigu monetos skersmuo lygus 0.5, o atstumas tarp linijų lygus 1?

BAIGTIS:{atstumasnuo monetos centro iki linijos}, $P(A) = \frac{0{,}25}{1} = \frac{1}{4}$

27. Biuffono uždavinys: ant lygiagrečiomis, vienodai viena nuo kitos nutolusiomis linijomis suliniuotos plokštumos metama adata. Prisiminkite, kaip nusakomos tokio bandymo baigtys ir užrašykite, kokios baigtys palankios įvykiui *A*={nukritusi adata statmena linijoms}?

$\omega = \langle \varphi, h \rangle$, $\varphi = 90$, h – bet koks.

28. Biuffono uždavinys: plokštuma suliniuota lygiagrečiomis linijomis, atstumas tarp gretimų linijų lygus 2. Metamos adatos ilgis lygus 1. Prisiminkite, kaip nusakomos tokio bandymo baigtys ir užrašykite, kokios baigtys palankios įvykiui *A*={nukritusi adata nekirs linijos}?

<h,φ>

Kai $h > l\sin\varphi$ - nekerta linijos, $h < l\sin\varphi$ - kerta linija.

29. Vienetiniame kube atsitiktinai parenkamas taškas. Kokia tikimybė, kad jis bus ant plokštumos, lygiagrečios pagrindams ir einančios per kubo centrą?

$P(A) = \frac{1}{6}$. Kuba nupiešt

30. Bandymas - autobuso laukimas. Nustatyta, kad 25% atvejų autobusas atvažiuoja per anksti, 60% - atvažiuoja laiku, 10% atvejų - vėluoja. Kartais autobusas iš viso neatvažiuoja. Sudarykite diskrečiąją tikimybinę erdvę tokiam bandymui nagrinėti. Kiek baigčių aibėje yra baigčių ir kokios jų tikimybės?

Yra 4 baigtys: <A – atvaziuoja per anksti, B – atvaziuoja laiku, C – veluoja, D – neatvaziuoja>,

P(A)=0,25 ; P(B)=0,6 ; P(C)=0,1 ; P(D)=0.05

31. Pateikite bandymo, kuris turėtų be galo daug baigčių ir kuriam nagrinėti galėtume taikyti diskrečiąją tikimybinę erdvę, pavyzdį.

32. Bandymas - atsitiktinis skaičiaus pasirinkimas iš aibės {2; 3; 4; 5; 6;}. Tikimybė, kad bus parinktas skaičius 5 lygi 0,2; tikimybė, kad bus parinktas skaičius 4 arba 5 arba 6 lygi 0,4. Kokia tikimybė, kad bus parinktas pirminis skaičius?
Tikim., kad bus parinktas skaičius 2 arba 3: 1-0.4=0,6
Tikim., kad bus parinktas pirminis skaičius (2, 3 arba 5): 0,2+0,6=0,8

33. Ar gali diskrečiosios tikimybinės erdvės įvykis *A* turėti daugiau baigčių negu įvykis *B*, tačiau būti mažiau tikėtinas, negu *B*. Pateikite paprastą pavyzdį.
Gali (tikimybes nevienodos, o baigciu aibe baigtine). Nera pvz.

34. Išnagrinėkite tokias prielaidas: „tarkime bandymo baigčių aibę sudaro 15 vienodai galimų baigčių, o atsitiktinio įvykio tikimybė lygi 2/13“. Ar taip gali būti? Kodėl?
Negali, nes vieno ivykio tikimybe $P = \frac{1}{15}$, o baigciu yra 15.

35. Bandymo baigčių aibę sudaro 7 baigtys; 6 iš jų pasirodo vienodai dažnai, o septintoji - dvigubai rečiau už kitas. Raskite šių baigčių tikimybes.
12x +x=1 $\Rightarrow$ 13x = 1 ; $P(7) = \frac{1}{13}, P(6) = \frac{2}{13}$.

36. Bandymas - rytojaus diena. Mus domina įvykiai: *A*={ bus lietaus}, *B*={ bus karšta}. Kokiais dar įvykiai reiktų papildyti šią į vykių, porą, kad įvykių sistema sudarytų σ -algebrą?
salta, nelyja arba tuscia aibe.

37. Bandymo baigčių aibė - vienetinis skaičių tiesės intervalas [0;1]. Intervalas [0; 1/2] priklauso nagrinėjamai atsitiktinių į vykių σ-algebrai. Kokie dar intervalo poaibiai būtinai priklauso šiai σ-algebrai?
[1/2;1]

38. Tarkime, *A* ir *B* priklauso įvykių σ -algebrai *A*. Paaiškinkite, kodėl *A\B* irgi priklauso *A*.
$A \setminus B = A \cap B^C \Rightarrow$ Jei *A* ir $B \in \sigma$-algebrai, tai $B \in \mathcal{A}$ ir $B^c \in \mathcal{A}$

39. Paaiškinkite, kodėl aibė iš vieno skaičiaus {3} yra tiesės Borelio aibė.
Aibe {3} sudaryta is vieno tasko yra Borelio aibe, nes ja galima gauti, kertant intervalu sistema:
$\{3\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \{3, 3+1/n)$.

40. Paaiškinkite, kodėl vienetinis tiesės intervalas, iš kurio pašalintas taškas 0, 5 yra Borelio aibė.
Visos aibes: uzdarieji, atvirieji ir kt. intervalai bei ju sajungos, baigtines skaiciu aibes, taip pat – racionaliuju, iracionaliuju skaiciu aibes – Borelio aibes.

41. Netuščios aibės *X* poaibių sistemą *B* vadinsime σ-algebra, jeigu patenkintos tokios sąlygos: 1) $X \in \mathcal{B}$; 2) jei $A \in \mathcal{B}$, tai ir $A^c \in \mathcal{B}$; 3) jei $A_i \in \mathcal{B}$, *i*=1, 2,..., *n* tai $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{B}$. Ar toks apibrėžimas klaidingas? Jeigu klaidingas, ištaisykite klaidas?
Teisinga.

42. Netuščios aibės *Y* poaibių sistema *C* sudaro σ-algebrą, jeigu patenkintos tokios sąlygos: 1) $\varnothing \in \mathcal{C}$; 2) jei $A \in \mathcal{C}$, tai ir $A^c \in \mathcal{C}$; 3) jei $A_i \in \mathcal{C}$, *i*=1,2,..., ∞ tai $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{C}$.Ar toks teiginys klaidingas? Jeigu klaidingas, ištaisykite klaidas.
Neklaidingas. Iš $A^c \in \mathcal{C}$ - visa aibė priklauso.

43. Netuščios aibės Z poaibių sistemą D sudaro σ-algebrą, jeigu patenkintos tokios sąlygos: 1) $\varnothing \in \mathcal{D}$*;* 2) jei $A_i \in \mathcal{D}$, i=1, 2,..., ∞ tai $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{D}$. Jeigu toks teiginys klaidingas, ištaisykite klaidas.

Trūksta: jei $A \in \mathcal{D}$, tai ir $A^c \in \mathcal{D}$

44. Ar toks teiginys gali būti teisingas: ,,A ir B yra nesutaikomi įvykiai, *P(A)*=2/3, *P(B)*=1/2"? Kodėl?

Ne, nes sudėjus jų tikimybes turi gautis mažiau už vienetą. $P(A)+P(B)=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{7}{6}, \ \frac{7}{6}>1$.

45. Įvykiai *A, B,C* poromis yra nesutaikomi įvykiai, *P(A)* =1/7, *P(B)*=2/7, *P (C)*=3/7. Suraskite tikimybę $P\left(\left(A\cap B^c\right)\cup C\right)$.

Iš brėžinio: $P\left(A\cap B^c\right)=P\left(A\right)\Rightarrow=P\left(A\cap B^c\right)+P\left(C\right)=P\left(A\right)+P\left(C\right)=P\left(A\right)+P\left(C\right)=\frac{4}{7}$

46. Įvykiai *A, B,C* poromis yra nesutaikomi įvykiai, *P(A)*=1/7, *P(B)*=2/7, *P (C)*=3/7. Suraskite tikimybę $P\left(\left(A\cup B\right)^c\setminus C\right)$.

Iš brėžinio: $=P\left(\left(A\cup B\right)^c\right)-P\left(C\right)=1-P\left(A\cup B\right)-P\left(C\right)=1-P\left(A\right)-P\left(B\right)-P\left(C\right)=\frac{1}{7}$

47. Įvykiai *A, B, C* poromis yra nesutaikomi įvykiai, *P(A)*=1/2, *P(B)*=1/3. Kokia didžiausia galima tikimybės *P (C)* reikšmė?

P(C) reikšmė su P(A) ir P(B) reikšmėmis turi sudaryti vienetą. $P(A)+P(B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$,

$1-(P(A)+P(B))=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$.

48. Ištaisykite tokio teiginio klaidas: ,,funkciją $P:\mathcal{A}\to\left[0;1\right]$ vadiname tikimybiniu matu, jei *P(Ω)*=1; ir $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}P\left(A_i\right)$ su visais A_i iš įvykių *σ -algebros.* "

Trūksta šios sąlygos : $A_i \in \mathrm{A}, A_i \cap A_j = \varnothing (i, j = 1, 2..i \neq j)$.

49. Ištaisykite tokio teiginio klaidas: ,,funkciją $P:\mathcal{A}\to\left[0;1\right]$ vadiname tikimybiniu matu, jei *P(Ω)*=1; ir $P\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\sum_{i=1}^{n}P\left(A_i\right)$ *su visais nesutaikomais įvykiais* A_i *iš įvykių σ -algebros.* "

Turi būti taip : a) kaip 49 užd.

b) arba n pakeista i begalybe prirašyta II sąlyga ir palikta nusutaikomiem įvykiams.

50. Paaiškinkite, kodėl teisingas teiginys: ,,jeigu *A, B* yra du atsitiktiniai įvykiai ir $A\subset B$, tai $P\left(A\right)<P\left(B\right)$".

$B=A\cup(B\setminus A)=P(B)$,įvykiai $A, B\setminus A$ nesutaikomi. Tada gauname $P(A)\le P(A)+P(B\setminus A)=P(B)$, iš čia ir gauname, kad $P\left(A\right)<P\left(B\right)$.

51. Tegu *A, B* yra du atsitiktiniai įvykiai, kuriems teisinga lygybė *P(A\B)=P(A)-P(B).* Kam lygi tikimybė $P\left(B\setminus A\right)$?

$P\left(A\setminus B\right)=P(A)-P(A\cap B)$, tada $P(A)-P(B)=P(A)-P(A\cap B)$ iš čia

$P(A\cap B)=P(B)\Rightarrow P(B\setminus A)=P(B)-P(A\cap B)=P(B)-P(B)=0$.

52. Tegu A, B yra du atsitiktiniai įvykiai. Užrašykite tikimybės P(AUB) formulę ir paaiškinkite ją brėžiniu.
f-lė: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P\left(A \cap B\right)$.

53. Tegu A, B yra du atsitiktiniai įvykiai. Paaiškinkite, kodėl teisinga nelygybė $P\left(A \cup B\right) \le P\left(A\right) + P\left(B\right)$.
Iš $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P\left(A \cap B\right)$ turime : $P(A) + P(B) - P\left(A \cap B\right) \le P(A) + P(B)$. Čia gaunas nesamonė ☺ reik geriau pabraizyt ☺.

54. Kada teisinga, kada neteisinga lygybė $P\left(A \cup B\right) \le P\left(A \setminus B\right) + P\left(B \setminus A\right)$? Paaiškinkite brėžiniu.
Teisinga, kai A=B. Klaidinga, kai $A \subset B$ arba $B \subset A$. (pabaraižyti)

55. Kokiems atsitiktiniams įvykiams teisinga lygybė $P\left(A \cap B\right) = P\left(B\right)$?
$B \subset A$ (pabaraižyti)

56. Kokiems atsitiktiniams įvykiams teisinga lygybė $P\left(A \cup B\right) = P\left(A\right)$?
$B \subset A$ (pabaraižyti)

57. Optimalaus pasirinkimo uždavinyje objektų skaičius *n*=5. Kas yra tokio bandymo baigtis ir kiek jų yra?
Bandymų yra 5!, bandymo baigtys: <pasirodymo eilė>

58. Optimalaus pasirinkimo uždavinyje objektų skaičius *n*=4. Rinkimosi strategijos parametras m=1. Kokia tikimybė likti be nieko, t.y. nieko nepasirinkti?
$\frac{6}{4!}$,6 nes pirmą skaičių praleidžiame ir kitus 3 renkamies iš likusių 3.

1	2, 3arba 4		
1	*3*	*2*	*1*

59. Optimalaus pasirinkimo uždavinyje objektų skaičius *n*=3. Rinkimosi strategijos parametras m=2. Kokia tikimybė pasirinkti geriausią?
$\frac{2}{3!}$, 2 nes 2 skaičius praleidžiame ir kad jie būtų negeriausi,1 turi būti gale.

60. Metami du lošimo kauliukai. Atsitiktinio dydžio *X* reikšmė gaunama iš akučių skaičiaus ant atvirtusios pirmojo kauliuko sienelės atėmus akučių skaičių ant atvirtusios antrojo kauliuko sienelės. Kiek baigčių sudaro įvykį $X^{-1}\left(0\right) = \left\{X = 0\right\}$?
$X(0) = 6$, nes iš 6 galimų pirmo metimo baigčių atėmus antrojo metimo 6 baigtis,gauname jog skirtumo, kuris lygus 0, baigčių yra 6, o išviso galimų baigčių turime 36, tada $X^{-1}(0) = 36 - 6 = 30$.

61. Metami du lošimo kauliukai. Atsitiktinio dydžio X reikšmė gaunama sudėjus atvirtusių akučių skaičius. Suraskite tikimybę $P\left(X^{-1}\left(2\right)\right)$.
$X(2) = 1$, nes tik vienu būdu sudėjus dviejų metimų akučių skaičius gausime 2. o išviso galimų baigčių turime 36, tada $X^{-1}(2) = 36 - 1 = 35$, o tikimybė $P(X^{-1}(2)) = \frac{35}{36}$.

62. Kada teisinga lygybė $I_{A \cup B} = I_A + I_B$?
Kai $I_{A \cap B} = 0$, nes $I_{A \cup B} = I_A + I_B - I_{A \cap B}$. A ir B nesutaikomi įvykiai turėtų būti

63. Išreikškite įvykio *A\B* indikatorių panaudodami indikatorių I_A ir tai, ko dar reikia.
$I_{A \setminus B} = I_A - I_{A \cap B} = I_A - I_A \cdot I_B = I_A\left(1 - I_B\right)$

64. Paprastasis atsitiktinis dydis X įgyja reikšmes: 1, 2 ir x. Reikšmę 1 jis įgyja su tikimybe 0,2, o reikšmę 2 - su tikimybe 0,1. Kokia turi būti trečioji reikšmė, kad atsitiktinio dydžio vidurkis būtų lygus 2?

X	1	2	x
P	0,2	0,1	0,7

$1\cdot 0.2+2\cdot 0.1+x\cdot 0.7=EX=2 \rightarrow x=\dfrac{2-0.2-0.2}{0.7}$

65. Paprastasis atsitiktinis dydis įgyja tik tris reikšmes, dvi iš jų yra didesnės už 1. Ar gali tokio dydžio vidurkis būti lygus 1? Kodėl?
Gali :) nes pvz tarkim

X	0	2	3
P	0,6	0,2	0,2

Tada $0\cdot 0.6+2\cdot 0.2+3\cdot 0.2=1=EX$

66. Paprastasis atsitiktinis dydis su vienodomis tikimybėmis įgyja dvi reikšmes, viena iš reikšmių yra 2. Kokia kita atsitiktinio dydžio reikšmė, jeigu jo vidurkis lygus $\sqrt{2}$?

X	2	x
P	0,5	0,5

$2\cdot 0.5+x\cdot 0.5=\sqrt{2} \rightarrow x=2\left(\sqrt{2}-1\right)$

67. Paprastasis atsitiktinis dydis X įgyja dvi skirtingas reikšmes, atsitiktinis dydis Y irgi dvi. Kiek daugiausiai reikšmių gali įgyti atsitiktinis dydis X +Y? Kiek mažiausiai?
$X - x_1, x_2; Y - y_1, y_2$, daugiausiai: 4; mažiausiai: 1, kaip pvz. Y=-X.

68. Užrašykite formulę sąjungos tikimybei $P\left(A\cup B\cup C\right)$ reikšti.
$=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$

69. Tegu A_i, i=1, 2,..., 6 yra bet kokie atsitiktiniai įvykiai, A - visų šių į vykių sąjunga. Tada $P(A)=S_1-S_2+S_3-S_4+S_5-S_6$. Kokie dėmenys sudaro sumą S_3 ir kiek tų dėmenų yra?

$$S_3=P(A_1\cap A_2\cap A_3)+P(A_1\cap A_2\cap A_4)+P(A_1\cap A_2\cap A_5)+P(A_1\cap A_2\cap A_6)+$$
$$+P(A_1\cap A_3\cap A_4)+P(A_1\cap A_3\cap A_5)+P(A_1\cap A_3\cap A_6)+P(A_1\cap A_4\cap A_5)+$$
$$+P(A_1\cap A_4\cap A_6)+P(A_1\cap A_5\cap A_6)+P(A_2\cap A_3\cap A_4)+P(A_2\cap A_3\cap A_5)+$$
$$+P(A_2\cap A_3\cap A_6)+P(A_2\cap A_4\cap A_5)+P(A_2\cap A_4\cap A_6)+P(A_2\cap A_5\cap A_6)+$$
$$+P(A_3\cap A_4\cap A_5)+P(A_3\cap A_4\cap A_6)+P(A_3\cap A_5\cap A_6)+P(A_4\cap A_5\cap A_6)$$

Dėmenų bus: $C_6^3=\dfrac{6!}{3!\cdot 3!}=20$

70. Užrašykite formulę sąjungos tikimybei $P\left(X\cup Y\cup Z\cup U\right)$ reikšti. Supaprastinkite ją pasinaudoję tuo, kad įvykis U negali kartų įvykti su kitais įvykiais.

$$P(X\cup Y\cup Z\cup U)=P(X)+P(Y)+P(Z)+P(U)-$$
$$-P(X\cap Y)-P(X\cap Z)-P(X\cap U)-P(Y\cap Z)-P(Y\cap U)-P(Z\cap U)+$$
$$+P(X\cap Y\cap Z)+P(X\cap Y\cap U)+P(X\cap Z\cap U)+P(Y\cap Z\cap U)-P(X\cap Y\cap Z\cap U)=$$
$$=P(X)+P(Y)+P(Z)+P(U)-P(X\cap Y)-P(X\cap Z)-P(Y\cap Z)+P(X\cap Y\cap Z)$$

71. Paprastieji atsitiktiniai dydžiai *X*, *Y*, *Z*, *U* susiję lygybėmis *X*+2*Y*=0, *Z*–*Y*+*U*=1 Kam lygus atsitiktinių dydžių *X*, *Y*, *Z*, *U* sumos vidurkis?

$$Y=-\frac{X}{2},\ Z+U=1+Y\Rightarrow X+Y+Z+U=X+Y+1+Y=X+2Y+1=$$

$$=X-2\cdot\frac{X}{2}+1=1\Rightarrow E\left[X+Y+Z+U\right]=E\left[1\right]=1$$

72. Jeigu $EX_1=1$, $EX_2=-1$, $EX_3=2$, tai $E[2X_1+3X_2-4X_3]=?$

$$=2EX_1+3EX_2-4EX_3=2\cdot1-3\cdot1-4\cdot2=-9$$

73. Tegu $P(A)=P(A|B)\ \left(P(A),P(B)>0\right)$. Įrodykite, kad $P(B)=P(B|A)$.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\ \Rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=P(A);P(A\cap B)=P(B)P(A);$$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\ \Rightarrow P(B|A)=\frac{P(A)P(B)}{P(A)}=P(B)$$

74. Įrodykite, kad būtinasis įvykis ir bet kuris kitas atsitiktinis įvykis yra nepriklausomi.

Tegu A būtinasis įvykis, tai P(A)=1. Jei A ir B nepriklausomi, tai $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$, kadangi P(A)=1, tai $P(A\cap B)=P(B)$. Jei įvykis būtinas, jį galime atmesti ir nagrinėti tik įvykį B. ???

75. Tegu *A*, *B* du atsitiktiniai įvykiai, $P(B)>0$. Kam lygi sąlyginė tikimybė $P(A\cup B|B)$?

$$=\frac{P\left(B\cap(A\cup B)\right)}{P(B)}=\frac{P(B)}{P(B)}=1$$

76. Tegu *A*, *B* du atsitiktiniai įvykiai, $P(B)>0$. Įrodykite, kad $P(A\cap B|B)=P(A|B)$.

$$P(A\cap B|B)=\frac{P\left(B\cap(A\cap B)\right)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=P(A|B)$$

77. Tegu $P(A)=P(A|B)$. Kada teisinga lygybė $P(A^c)=P(A^c|B)$.

Įvykiai nepriklausomi, jei A ir B nepriklausomi ir A ir B^c nepriklausomi, tada lygybė teisinga.

78. Du kartus metamas lošimo kauliukas, *A*={antrajame metime atvirto ”6”}, *B*={atvirtusių akučių suma>9}. Raskite $P(A|B)$.

$$P(A|B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$ (pabraižyti akučių sumos lentelę!!)

79. Du kartus metamas lošimo kauliukas, *A*={antrajame metime atvirto ”6” }, *B*={atvirtusių akučių suma > 9}. Raskite $P(B|A)$.

$$P(B|A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

80. Tegu A ir B yra nesutaikomi įvykiai, $P(A),P(B)>0$. Kam lygi tikimybė $P(A|B)$.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0}{P(B)}=0$$

81. *A* ir *B* yra du atsitiktiniai įvykiai, $A \subset B$. Kam lygi tikimybė $P(A|B)$?

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}$$

82. *A* ir *B* yra du atsitiktiniai įvykiai, $A \subset B$. Kam lygi tikimybė $P(B|A)$?

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A)}{P(A)}=1$$

83. Įrodykite, kad atsitiktiniams įvykiams $A, C, P(C)>0$ teisinga lygybė $P(A|C)+P(A^c|C)=1$.

$$\frac{P(A\cap C)+P(A^c\cap C)}{P(C)}=\frac{P(A)\cdot P(C)+P(A^c)\cdot P(C)}{P(C)}=\frac{P(C)\left(P(A)+P(A^c)\right)}{P(C)}=\frac{P(C)\cdot 1}{P(C)}=1$$

84. Įrodykite, kad $P(A^c|B)=1-P(A|B)$.

$$1-P(A|B)=1-\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B)-P(A)\cdot P(B)}{P(B)}=$$

$$=\frac{P(B)(1-P(A))}{P(B)}=\frac{P(B)\cdot P(A^c)}{P(B)}=\frac{P(B\cap A^c)}{P(B)}=P(A^c|B)$$

85. Tegu *A*, *B*, *C* - atsitiktiniai įvykiai, $A\subset B, P(C)>0$. Įrodykite, kad $P(A|C)\le P(B|C)$.

$P(A|C)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(C)}$, $P(B|C)=\dfrac{P(B\cap C)}{P(C)}$, o $A\subset B \Rightarrow B>A$, tai

$$\frac{P(A\cap C)}{P(C)}\le\frac{P(B\cap C)}{P(C)}\Rightarrow P(A|C)\le P(B|C)$$

86. Tegu $P(A), P(A^c)>0$. Kam lygios tikimybės $P(A|A), P(A^c|A), P(A|A^c)$?

$$P(A|A)=\frac{P(A\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A)}{P(A)}=1$$

$$P(A^c|A)=\frac{P(A^c\cap A)}{P(A)}=\frac{0}{P(A)}=0$$

$$P(A|A^c)=\frac{P(A\cap A^c)}{P(A^c)}=\frac{0}{P(A^c)}=0$$

87. Kokias lygybes reiktų patikrinti, norint įrodyti, kad įvykiai *A*, *B*, *C* sudaro nepriklausomų į vykių sistemą?

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$, $P(A\cap C)=P(A)P(C)$, $P(B\cap C)=P(B)P(C)$,

$P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B)P(C)$

88. Įvykiai A ir B yra nepriklausomi, $P(B)>0, P(A)=0.25$. Kam lygi tikimybė $P(A^c|B)$?

$$=\frac{P(A^c\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B)(1-P(A))}{P(B)}=1-P(A)=1-0.25=0.75$$

89. Įvykiai A ir B yra nepriklausomi, $P(B)=0.3, P(A)=0.25$. Kam lygi tikimybė $P\left(A^c \mid B^c\right)$?

$$=\frac{P\left(A^c\cap B^c\right)}{P\left(B^c\right)}=\frac{P\left(A^c\right)\cdot P\left(B^c\right)}{P\left(B^c\right)}=P\left(A^c\right)=1-P(A)=1-0.25=0.75$$

90. Pasinaudokite tikimybių sandaugos formule ir išreikškite tikimybę $P(A\cap B\cap C)$ sąlyginėmis tikimybėmis. $\underline{P(A\cap B\cap C)=P(B)P(A|B)P(C|A\cap B)}$

91. Tikimybė, kad krepšininkas pataikys pirmąjį metimą lygi 0.5. Jeigu krepšininkas pataikė pirmąjį metimą, tai tikimybė, kad pataikys ir antrąjį padidėja 1.1 karto. Jeigu du metimai iš eilės buvo taiklūs, tai tikimybė, kad pataikys ir trečiąjį padidėja 1,2 karto lyginant su taiklaus pirmojo metimo tikimybe. Kokia tikimybė, kad krepšininkas pataikys tris kartus iš eilės?

$$p_1=0.5,\ p_2=0.5\cdot 1.1=0.55,\ p_3=0.5\cdot 1.2=0.6$$

$$P(A)=0.5\cdot 0.55\cdot 0.6=0.165$$

92. Urnoje yra du balti ir trys juodi rutuliai. Atsitiktinai ištraukus rutulį atgal į urną į dedami du tos pačios spalvos rutuliai. Kokia tikimybė, kad taip traukiant du rutulius pirmasis bus baltas, o antrasis juodas?

B_1={pirmas baltas}, J_2={antras juodas}

$$P(B_1\cap J_2)=P(B_1)P(J_2\mid B_1)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{6}=\frac{1}{5}$$

93. Tikimybių sandaugos formulė: $P(A\cap B\cap C)=P(B)P(A|B)P(C|A\cap B)$. Užrašykite tikimybę $P(A\cap B\cap C)$ sąlyginių tikimybių sandauga dar vienu būdu.

$$P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B|A)P(C|A\cap B)$$

94. Urnoje yra dviejų spalvų rutuliai: 2 balti ir 3 juodi arba 2 juodi ir trys balti. Abu atvejai vienodai tikėtini. Užrašykite pilnosios tikimybės formulę į vykio A={atsitiktinai ištrauktas rutulys bus baltas} tikimybei apskaičiuoti.

H_1={pasirenkame 1-ą urną}, H_2={pasirenkame 2-ą urną, A={rutulys baltas}

$$P(H_1)=\frac{1}{2},\quad P(H_2)=\frac{1}{2}$$

$$P(A|H_1)=\frac{2}{5},\quad P(A|H_2)=\frac{3}{5}$$

$$P(A)=P(A|H_1)P(H_1)+P(A|H_2)P(H_2)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

95. Užrašykite įvykio pilnosios tikimybės formulę įvykio A tikimybei, kai galimos dvi hipotezės H_1 ir H_2. Supaprastinkite užrašytąją formulę pasinaudodami tuo, kad įvykiai A ir H_1 yra nepriklausomi.

$$P(A)=P(A|H_1)P(H_1)+P(A|H_2)P(H_2)=P(A)P(H_1)+P(A|H_2)P(H_2)$$

96. Užrašykite pilnosios tikimybės formulę įvykiui A, kai yra dvi hipotezės: įvykis $B, P(B)>0$ ir jam priešingas įvykis.

$$P(A)=P(A\cap B)+P\left(A\cap B^C\right);\quad P(A)=P(A|B)P(B)+P\left(A|B^C\right)P\left(B^C\right)$$

97. Užrašykite įvykio pilnosios tikimybės formulę įvykio A tikimybei, kai galimos dvi hipotezės H_1 ir H_2. Įrodykite, kad $P(A) < P(A|H_1) + P(A|H_2)$.

$P(A) = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2)$

Jei vietoje $P(H_1), P(H_2)$ įstatome 1, tai padidiname tikimybę, užtat ir gauname tokią nelygybę.

98. Užrašykite įvykio pilnosios tikimybės formulę į vykio A tikimybei, kai galimos dvi hipotezės H_1 ir H_2. Tegu $P(A|H_1) > P(A|H_2)$. Įrodykite, kad $P(A) > P(A|H_2)$.

$P(A) = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2)$

Tarkim $P(H_1) = 1, P(H_2) = 1$, o $P(A|H_1) > P(A|H_2)$, tai matome, kad $P(A) > P(A|H_2)$

99. Kokias sąlygas turi tenkinti įvykiai *B*, *C*, kad būtų lygybė $P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|C)P(C)$ būtų teisinga su visais įvykiais *A?*

Hipotezių tikrinimas... Įvykiai turi būti nesutaikomi ir ....????

B,C=H_j, P(A)>0, P(B)>0, $P(H_j | A) = \dfrac{P(A|H_j)P(H_j)}{\sum_{i \in k} P(A|H_i)P(H_{ij})}$

100. Kokias sąlygas turi tenkinti įvykiai *Y*, *Z*, kad lygybė $P(X) = P(X|Y)P(Y) + P(X|Z)P(Z)$ būtų teisinga su visais įvykiais *X?*

Kaip 99! $P(Y \text{ ar } Z | X) = \dfrac{P(X|Y \text{ ar } Z)P(Y \text{ ar } Z)}{\sum_{i \in x} P(X|Y \text{ ar } Z)P(X \text{ ar } Z)}$

101. Atlikus bandymą gali įvykti du nesutaikomi įvykiai (hipotezės) H_1 ir H_2, $P((H_1)=0{,}3)$. Žinoma, kad $P(A|H_1)=0.4$, $P(A|H_2)=0{,}25$. Jeigu sužinotume, kad atlikus bandymą į vyko įvykis *A*, bet nežinotume, kuris iš į vykių H_1, H_2 įvyko, kaip galėtume nuspręsti, kuris iš jų yra labiau tikėtinas?

$P(H_1 = 0.3)$ $\quad P(A|H_2) = 0.25$????????????????????

$P(A|H_1) = 0.4$ $\quad P(A) = 0.7$

$P(H_2 = 0.45)$ → H_2 labiau tikėtinas

102. Tegu *A* yra atsitiktinis įvykis, kuriam $P(A) > 0$, o *B* - bet koks įvykis, tačiau $P(A \cap B) > 0$. Kam lygi tikimybė $P(A | A \cap B)$?

$$P(A | A \cap B) = \frac{A \cap (A \cap B)}{P(A \cap B)} = 1$$

103. Atliekama *n*, $(n \geq 5)$ Bernulio schemos bandymų, S_n yra gautų sėkmių skaičius. Kaip užrašoma baigtis Bernulio schemoje? Kiek palankių baigčių turi įvykis {S_n=5} ?

Palankių: C_n^5

104. Atliekama *n*, $(n \geq 5)$ Bernulio schemos bandymų. Kaip užrašoma baigtis Bernulio schemoje? Kiek palankių baigčių turi įvykis {patirtos 4 nesėkmės} ?

C_n^{n-4}

105. Atliekama *n*=5 Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme lygi 0,3, S_n – sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį tikimybei $P(2 \leq S_n \leq 4)$ apskaičiuoti.

Kaip 106 :]

106. Atliekama *n=7* Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme lygi 0,4, S_n – sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį tikimybei $P(3 \le S_n \le 5)$ apskaičiuoti.

$P(3 \le S_n \le 5) = C_7^3 \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^4 + C_7^4 \cdot 0.4^4 \cdot 0.6^3 + C_7^5 \cdot 0.4^5 \cdot 0.6^2$

107. Atliekama *n*=8 Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme lygi 0,4, S_n – sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį tikimybei $P\left(S_n \le 2 \text{ arba } S_n \ge 7\right)$ apskaičiuoti.

(Kaip 106 :]) 0, 1, 2, 7, 8 – ir pagal f-lę

108. Atliekama *n*=5 Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme *p*=0.3. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymus patirsime nemažiau kaip 4 sėkmes?

$P = C_5^4 \cdot 0.3^4 \cdot 0.7^1 + C_5^5 \cdot 0.3^5 \cdot 0.7^0$

109. Atliekama *n*=5 Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme *p*=0.3. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymus patirsime bent dvi sėkmes?
2, 3, 4 – ir pagal f-lę

110. Atliekama *n*=5 Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme *p*=0.3. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymus patirsime bent dvi nesėkmes?

$C_5^{5-2} \cdot 0.3^3 \cdot 0.7^2 + C_5^{5-3} \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^3 + C_5^{5-4} \cdot 0.3^1 \cdot 0.7^4 + C_5^{5-5} \cdot 0.3^0 \cdot 0.7^5$

111. Atliekama *n*=15 Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme *p*=0.3. Koks labiausiai tikėtinas sėkmių skaičius?

Sėkmių sk. $\left(n+1\right)p \Rightarrow 16 \cdot 0.3$

112. Atliekama *n*=20 Bernulio schemos bandymų, nesėkmės tikimybė viename bandyme 0.4. Koks labiausiai tikėtinas nesėkmių skaičius?
Nesėkmių sk. $21 \cdot 0.4 = 8$

113. Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės p_1=0.2, p_2=0.3, p_3=0.5, bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3. Kaip skaičiuoti tikimybę $P\left(S_1 = 1,\ S_2 = 1,\ S_3 = 3\right)$.

$= \dfrac{5!}{1! \cdot 1! \cdot 3!} \cdot 0,2^1 \cdot 0,3^1 \cdot 0,5^3 = 0,15$

114. Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės p_1=0.2, p_2=0.3 bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3. Užrašykite reiškinį tikimybei $P\left(S_1 = 2,\ S_2 = 1,\ S_3 = 2\right)$ apskaičiuoti.

$p_3 = 1 - 0,2 - 0,3 = 0,5$

$P\left(S_1 = 2, S_2 = 1, S_3 = 2\right) = \dfrac{5!}{2! \cdot 1! \cdot 2!} \cdot 0,2^2 \cdot 0,3^1 \cdot 0,5^2 = 0,09$

115. Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės p_1=0.2, p_2=0.3 bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3. Užrašykite reiškinį tikimybei $P\left(S_2 = 1,\ S_3 = 2\right)$ apskaičiuoti.

$p_3 = 1 - 0,2 - 0,3 = 0,5 \quad S_1 = 2$

$P\left(S_1 = 2, S_2 = 1, S_3 = 2\right) = \dfrac{5!}{2! \cdot 1! \cdot 2!} \cdot 0,3^1 \cdot 0,5^2 \cdot 0.2^2$

116. Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės p_1=0.2, p_2=0.3 bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3. Užrašykite reiškinį tikimybei $P(S_3 \geq 3)$ apskaičiuoti.

$P(S_1 = 0, S_3 = 3, S_2 = 2), P(S_1 = 0, S_3 = 4, S_1 = 1),$

$P(S_1 = 0, S_3 = 5, S_2 = 0), P(S_1 = 1, S_3 = 3), \ldots$

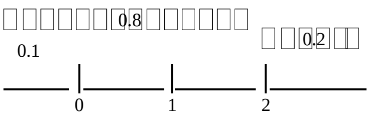
Visas sias tikimybes reikia sudėti

117. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 2)$?

$P(\xi \geq 2) = 1 - P(\xi = 0) - P(\xi = 1) = 1 - 0.2 - 0.1 = 0.7$

118. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.1, P(\xi \geq 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė $P(\xi = 1)$?

$P(\xi = 1) = 1 - 0.2 - 0.1 = 0.7$



119. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_\xi(0.5)$?

$F_\xi(0.5) = P(\xi < 0.5) = 0.2$

120. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_\xi(1.5)$?

$F_\xi(1.5) = P(\xi < 1.5) = 0.2 + 0.1 = 0.3$

121. Atsitiktinis dydis ξ įgyja dvi reikšmes: 0 ir 1, $P(\xi = 0) = 0.2$. Kiek trūkio taškų turi šio atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kokiame taške trūkis didžiausias?

$P(\xi = 1) = 1 - 0.2 = 0.8, \quad P(\xi = 1) > P(\xi = 0) \Rightarrow$ trūkio taškas taške 1

122. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \sim \mathcal{B}(5, 0.2)$. Kiek trūkio taškų turi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kuriame taške trūkis didžiausias?

Mažiausias sėkmių skaičius – 0, didžiausias – 5. Tai pasiskirstimo f-ja turi 6 trūkio taškus. Taškas kuriame tikimybė bus didžiausia, trūkis taip pat bus didžiausias.

Skaičiuojame tikimybes: $P(x = 0) = C_6^0 \cdot 0.2^0 \cdot 0.8^6$, $P(x = 1) = C_6^1 \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^5$ ir t.t.

Trūkis didžiausias bus taške 1: $m < p(n+1) \Rightarrow m < 0.2 \cdot (5+1) \Rightarrow m < 1.2 \Rightarrow m = 1$

123. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \sim \mathcal{B}(5, 0.3)$. Užrašykite reiškinį pasiskirstymo funkcijos reikšmei $F_{\xi}(1.5)$ apskaičiuoti.

$F_{\xi}(1.5) = P(\xi < 1.5) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) = 0.7^5 + C_5^1 \cdot 0.3^1 \cdot 0.7^4$

124. Bernulio schemos bandymai su sėkmės tikimybe p=0.3 atliekami iki pirmos sėkmės. Kokia tikimybė, kad patirsime tris nesėkmes?

$P = 0.7^3 \cdot 0.3$ (NNNS)

125. Bernulio schemos bandymai su sėkmės tikimybe p=0.3 atliekami iki pirmos nesėkmės. Kokia tikimybė, kad gausime lygiai tris sėkmes? $P = 0.3^3 \cdot 0.7$ (SSSN)

126. Bernulio schemos bandymu skaičius n=500, sėkmės tikimybė p=0.01, S_n - sėkmių skaičius. Užrašykite reiškini apytikslei tikimybės $P(S_n = 4)$ reikšmei rasti naudojantis Puasono teorema.

$\lambda = np = 500 \cdot 0.01 = 5$

$$P(S_n = 4) = \frac{5^4}{4!} e^{-5} \approx 0.175$$

127. Bernulio schemos bandymu skaičius n=5000, sėkmės tikimybė p=0.001, S_n – sėkmių skaičius. Užrašykite reiškini apytikslei tikimybės $P(S_n = 6)$ reikšmei rasti naudojantis Puasono teorema.

$\lambda = np = 5000 \cdot 0.001 = 5$

$$P(S_n = 6) = \frac{5^6}{6!} e^{-5} \approx 0.146$$

128. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: $\xi \sim \mathcal{P}(4)$. Kaip apskaičiuoti pasiskirstymo funkcijos reikšme $F_{\xi}(1.5)$?

$$F_{\xi}(1.5) = P(\xi < 1.5) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) = \frac{4^0}{0!} e^{-4} + \frac{4^1}{1!} e^{-4} = 5e^{-4}$$

129. Tegu n yra Bernulio schemos bandymu skaičius t - sėkmės tikimybė, X_n - sėkmių skaičius. Ištaisykite klaidas tokiame teiginyje: ,,Naudojantis Muavro-Laplaso teorema galime rasti apytiksles tikimybių $P\left(\frac{X_n - n}{\sqrt{t(1+t)}} < x\right)$ reikšmes.”

Turėtų būti $P\left(\frac{X_n - nt}{\sqrt{nt(1-t)}} < x\right)$ M-L teorema, naudojama tikimybės didžiausiai reikšmei rasti.

130. Tegu n yra Bernulio schemos bandymu skaičius s - sėkmės tikimybė, Y_n - sėkmių skaičius. Ištaisykite klaidas tokiame teiginyje: ,,Naudojantis Muavro-Laplaso teorema galime rasti apytiksles tikimybių $P\left(\frac{Y_n - s}{\sqrt{s(s-1)}} < x\right)$ reikšmes.”

$P\left(\frac{Y_n - sn}{\sqrt{ns(1-s)}} < x\right)$ M-L teorema, naudojama tikimybės didžiausiai reikšmei rasti.

131. Tarkime ξ yra tolygiai intervale [1;2] Pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_{\xi}(1.3)$, $F_{\xi}(1.5)$?

$$p(\xi) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{2-1} = 1 \quad p_{\xi}(1.3) = 1$$

$$F_{\xi}(1.5) = (P_{\xi} < 1{,}5) = \int_{1}^{1{,}5} 1dx = x\Big|_{1}^{1{,}5} = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$$

132. Atsitiktinis dydis ξ igyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 2)$? $P(\xi \geq 2) = 1 - P(\xi = 0) - P(\xi = 1) = 1 - 0.2 - 0.1 = 0.7$ **kaip 117**

133. Atsitiktinis dydis ξ igyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1, P(\xi = 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 3)$?

$P(\xi \geq 3) = 1 - 0.2 - 0.1 - 0.2 = 0.5$

134. Atsitiktinis dydis ξ igyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.1, P(\xi \geq 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė P(ξ=1)? $P(\xi = 1) = 1 - 0.2 - 0.1 = 0.7$ **kaip 118**

135. Atsitiktinis dydis ξ igyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_{\xi}(0.5)$? =0.2 **kaip 119**

136. Atsitiktinis dydis ξ igyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_{\xi}(1.5)$?

$F_{\xi}(1.5) = P(\xi < 1.5) = 0.2 + 0.1 = 0.3$ **kaip 120**

137. Atsitiktinis dydis ξ igyja dvi reikšmes: 0 ir 1, $P(\xi = 0) = 0.2$. Kiek trūkio tašku turi šio atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kokiame taške trūkis didžiausias?

$P(\xi = 1) = 1 - 0.2 = 0.8, \quad P(\xi = 1) > P(\xi = 0) \Rightarrow$ trūkio taškas taške 1 **kaip 121**

138. Atsitiktinio dydžio *X* reikšmė - akučių skaičius ant atvirtusio kauliuko sienelės. Žinoma, kad „1" atvirsta su tikimybe 0.4, o skaičius „3" - su tikimybe 0.2. Kokiame taške pasiskirstymo funkcijos $F_X(x)$ trūkis didžiausias? Kam lygus šis trūkis?

$P(\xi = 1) = 0.4, \quad P(\xi = 3) = 0.2, \quad P(\xi = 2,4,5,6) = 1 - 0.4 - 0.2 = 0.4 \Rightarrow$

trūkio taškas taške 1, jo reikšmė 0,4 ???

139. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \square \mathcal{B}(5, 0.2)$. Kiek trūkio tašku turi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kuriame taške trūkis didžiausias?

Mažiausias sėkmių skaičius – 0, didžiausias – 5. Tai pasiskirstimo f-ja turi 6 trūkio taškus. Taškas kuriame tikimybė bus didžiausia, trūkis taip pat bus didžiausias.

Skaičiuojame tikimybes: $P(x = 0) = C_6^0 \cdot 0.2^0 \cdot 0.8^6$, $P(x = 1) = C_6^1 \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^5$ ir t.t.

Trūkis didžiausias bus taške 1: $m < p(n+1) \Rightarrow m < 0.2 \cdot (5+1) \Rightarrow m < 1.2 \Rightarrow m = 1$ **kaip 122**

140. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \square \mathcal{B}(5, 0.3)$. Apskaičiuokite pasiskirstymo funkcijos reikšme $F_{\xi}(1.5)$. $F_{\xi}(1.5) = P(\xi < 1.5) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) = 0.7^5 + C_5^1 \cdot 0.3^1 \cdot 0.7^4$ **kaip 123**

141. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \square \mathcal{B}(7, 0.4)$. Kaip apskaičiuoti tikimybe $P(\xi \geq 1)$? $1 - P(\xi = 0) = 1 - C_7^0 \cdot 0{,}4^0 \cdot 0{,}6^7$

142. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: $\xi \sim \mathcal{P}(4)$. Kaip apskaičiuoti pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_\xi(1.5)$?

$F_\xi(1.5) = P(\xi < 1.5) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) = \frac{4^0}{0!}e^{-4} + \frac{4^1}{1!}e^{-4} = 5e^{-4}$ **kaip 128**

143. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: $\xi \sim \mathcal{P}(3)$. Kaip apskaičiuoti pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_\xi(2.5)$?

$$F_\xi(2.5) = P(\xi < 2.5) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) + P(\xi = 2) = \frac{3^0}{0!}e^{-3} + \frac{3^1}{1!}e^{-3} + \frac{3^2}{2!}e^{-3} = 8.5e^{-3}$$

144. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: ξ~P(3). Kaip apskaičiuoti tikimybę P(ξ>2)?

$P = 1 - P(\xi = 0) - P(\xi = 1)$ **;** $P(\xi = 0) = \frac{3^0}{0!}e^{-3} = e^{-3}$ **;** $P(\xi = 1) = \frac{3^1}{1!}e^{-3} = 3e^{-3}$ **;** $P = 1 - e^{-3} - 3e^{-3}$.

145. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: ξ~P(0.5). Kuri iš tikimybių P(ξ>1), P(ξ<1) yra didesnė? Pasiūlykite būdą joms palyginti.

a) $P(\xi \le 1) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1)$

b) $P(\xi \ge 1) = 1 - P(\xi = 0)$

tada a) $P(\xi \le 1) = e^{-0,5} + 0,5e^{-0,5} = 1,5/e^{1/5} \approx 0,909$

b) $P(\xi \ge 1) = 1 - e^{-0,5} = 0,39 \Rightarrow$ a)>b)

146. Tarkime ξ yra tolygiai intervale [-1;5] pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_\xi(0), F_\xi(1)$?

$F_\xi(1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $p_\xi(0) = \frac{1}{6}$ $\left(\Rightarrow \frac{1}{6-0}\right.$ nes pasiskirstę tolygiai$\left.\right)$. $h = \frac{1}{b-a}$

147. Tarkime ξ yra tolygiai intervale [-5;5] pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_\xi(0), F_\xi(2)$?

$$F_\xi(2) = P(\xi < 2) = \int_{-5}^{2} \frac{1}{10}dx = \frac{7}{10}\ ;\ p_\xi(0) = \frac{1}{10}.\ \left(p_\xi(0) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{10},\ F_\xi(2) = \frac{x-a}{b-a} = \frac{2+5}{5+5} = \frac{7}{10}\right)$$

148. Žinoma, kad atsitiktiniai dydžiai *X*~B(5,0.4), *Y*~B(4,0.3) yra nepriklausomi. Kam lygi tikimybė *P(X+Y*=1)?

$$P(X+Y=1) = P(X=0, Y=1) + P(X=1, Y=0) = C_5^0 \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^5 \cdot C_4^1 \cdot 0,3^1 \cdot 0,7^3 + C_5^1 \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^4 \cdot C_4^0 \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^4$$

149. Žinoma, kad atsitiktiniai dydžiai *X*~B(6,0.5), *Y*~P(4,1) yra nepriklausomi. Kam lygi tikimybė *P(X+Y*=1)?

$$P(X+Y=1) = P(X=0, Y=1) + P(X=1, Y=0) = C_6^0 \cdot 0,5^0 \cdot 0,5^6 \cdot \frac{4,1^1}{1!}e^{-4,1} + C_6^1 \cdot 0,5^1 \cdot 0,5^5 \cdot \frac{4,1^0}{0!}e^{-4,1}$$

150. Žinoma, kad atsitiktiniai dydžiai *X*~B(5,0.4), *Y*~B(4,0.3) yra nepriklausomi. Kam lygi tikimybė P(X+Y>1)?

$$P(X+Y>1) = 1 - P(X+Y<1) = 1 - P(X+Y=0) = 1 - P(X=0, Y=0) = 1 - \left[C_5^0 \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^5 \cdot C_4^0 \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^4\right]$$

151. Atsitiktinis dydis *X* tolygiai pasiskirstęs intervale [1;5], o atsitiktinis dydis *Y* tolygiai pasiskirstęs intervale [2;7]. Dydžiai *X, Y* yra nepriklausomi. Kuri iš tikimybių P(*X*<2,*Y*>3), P(*X*>2,*Y*<3) didesnė? Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.

a) $P(X<2,Y>3)=P(X<2)\cdot P(Y>3)=\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{6}=\frac{2}{15}$

b) $P(X>2,Y<3)=P(X>2)\cdot P(Y<3)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{10}\Rightarrow b)<a)$. ?

152. Žinome, kad diskretus atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* yra nepriklausomi, be to *P*(*X*=1,*Y*=0)=0.25, *P*(*X*=0, *Y*=0)=0.125. Kam lygus tikimybių santykis $P\left(X=0/P\left(X=1\right)\right)$?

$$\frac{0,125}{0,25}=\frac{P(X=0,Y=0)}{P(X=1,Y=0)}=\frac{P(X=0)\cdot P(Y=0)}{P(X=1)\cdot P(Y=0)}=\frac{P(X=0)}{P(X=1)}=0.5$$

153. Atsitiktinis dydis *X* tolygiai pasiskirstęs intervale [0;1]; atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* nepriklausomi, *P(X*<0.5, *Y*>2)=0.25. Kam lygios tikimybės *P(Y*>2), P(Y<2)?

$P(X<0,5,Y>2)=0,25$; $\frac{1}{2}\cdot P(Y>2)=0,25$; $P(Y>2)=\frac{0,25}{0,5}=0,5$, tada $P(Y\le 2)=1-0,5=0,5$.

154. Atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervaluose [0;1] ir [0;3]; Kam lygi atsitiktinio vektoriaus *Z=(X,Y)* pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_Z(0,25;2)$?

$F_\xi(x_1,...,x_m)=P(\xi_1<x_1,...,\xi_m<x_m)$; $F_Z(0,25;2)=P(\xi<0,25;\xi<2)=P(\xi<0,25)\cdot P(\xi<2)=\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$.

155. Tegu *X* yra bet koks atsitiktinis dydis, o *Y* - išsigimęs atsitiktinis dydis, *P (Y*=1)=1. Įrodykite, kad atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* yra nepriklausomi.

$P(X<a,Y<b)=P(X<a)\cdot P(Y<b)\to 0\quad P(Y=1)=1$ a bet koks $b=0,5\ \ b\le 1$

Kokias be paimtume reikšmes visada gauname gerai, reiškia a ir b nepriklausomi.

156. Tegu *X* yra bet koks atsitiktinis dydis, o *Y* - išsigimęs atsitiktinis dydis, *P (Y*=2)=1. Įrodykite, kad atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* yra nepriklausomi.

157. Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, X_1~P(2), X_2~P(3); $Y_1=X_1^2$, $Y_2=X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1=1, Y_2=4)$?

$$P(Y_1=1.Y_2=4)=P(X_1=1,X_2=2)=P(X_1=1)\cdot P(X_2=2)=\frac{2^1}{1!}e^{-2}\cdot\frac{3^2}{2!}e^{-3}.$$

158. Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, X_1~P(1), X_2~B(6,0.4); $Y_1=X_1^2$,$Y_2=X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1=4, Y_2=9)$?

$$P(Y_1=4.Y_2=9)=P(X_1=2,X_2=3)=P(X_1=2)\cdot P(X_2=3)=\frac{1^2}{2!}e^{-1}C_6^3\cdot 0,4^3\cdot 0,6^3.$$

159. Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, X_1~B(4,0.2), X_2~B(5, 0.3); $Y_1=X_1^2$, $Y_2=X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1=1, Y_2=4)$?

$$P(Y_1=1.Y_2=4)=P(X_1=1,X_2=2)=P(X_1=1)\cdot P(X_2=2)=C_4^1\cdot 0,2^1 0,8^3\cdot C_5^2\cdot 0,3^2\cdot 0,7^3$$

160. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, X_3 yra nepriklausomi, $E[X_1]=a$, $E[X_2]=b$, $E[X_3]=c$. Kam lygus vidurkis $E[X_1X_2+X_3]$?

$$E\left[X_1X_2+X_3\right]=E\left[X_1X_2\right]+E\left[X_3\right]=EX_1EX_2+EX_3=ab+c$$

161. Atsitiktiniai dydžiai *X1*,*X2*,X_3 yra nepriklausomi, $E[X_1]=u$, $E[X_2]=v$, $E[X_3]=w$. Kam lygus vidurkis

E[$X_1X_2+X_1X_3$] ?

$E\left[X_1X_2+X_1X_3\right]=E\left[X_1X_2\right]+E\left[X_1X_3\right]=EX_1EX_2+EX_1EX_3=u(v+w)$

162. Atsitiktinis dydis *X* įgyja tik dvi reikšmes: 0 ir 1, *P*(*X*=1)=*p*. Raskite vidurkį E[cos(πX)].

Tai $P(X=0)=1-p$ $EX=0\cdot(1-p)+1\cdot p=p$

$E\left[\cos(\pi x)\right]=\cos(\pi\cdot 0)\cdot(1-p)+\cos(\pi\cdot 1)\cdot p=1-p-p=1-2p$

163. Atsitiktinis dydis *X* igyja tik dvi reikšmes: 0 ir 1, *P(X*=1)=*p*. Raskite vidurkį E[X^5] .

$E\left[X^5\right]=0^5\cdot(1-p)+1^5\cdot p=p$

164. Atsitiktinis dydis *X* su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: -1, 0 ir 1. Raskite vidurkį E[sin(X)].

$E[\sin(X)]=\sin(-1)\cdot\frac{1}{3}+\sin(0)\cdot\frac{1}{3}+\sin(1)\cdot\frac{1}{3}$

165. Atsitiktinis dydis *X* su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: -1, 0 ir 1. Raskite vidurkį E[X^2].

$E[X^2]=(-1)^2\cdot\frac{1}{3}+(0)^2\cdot\frac{1}{3}+(1)^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

166. Atsitiktinis dydis *X* su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: -1,0 ir 1; *Y*~*P(4)* , atsitiktiniai dydžiai X, Y yra nepriklausomi. Kam lygus vidurkis E[X^2Y] ?

$E[X^2\cdot Y]=E[X^2]\cdot E[Y], E[X^2]=(-1)^2\cdot\frac{1}{3}+(0)^2\cdot\frac{1}{3}+(1)^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}, E[Y]=4$, tada $E[X^2\cdot Y]=\frac{2}{3}\cdot 4=\frac{8}{3}$.

167. Atsitiktinis dydis *X* su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: -1,0 ir 1; *Y*~B(5,0.1) , atsitiktiniai dydžiai *X*, *Y* yra nepriklausomi. Kam lygus vidurkis $E\left[|X|Y\right]$?

$E[|X|]=|-1|\cdot\frac{1}{3}+|0|\cdot\frac{1}{3}+|1|\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$, $E[Y]=5\cdot 0{,}1=0{,}5$, tada $E\left[|X|\cdot Y\right]=E\left[|X|\right]\cdot E[Y]=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$.

168. Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, X_1~P(2), E[X_1X_2]=6. Kam lygus vidurkis E[X_2] **?**

$EX_1 EX_2=6$ $EX_1=\lambda=2,$ *tai* $EX_2=3$

169. Absoliučiai tolydaus atsitiktinio dydžio *X*, turinčio tankį *p(x)* vidurkis skaičiuojamas naudojantis formule $E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}xp(x)dx$. Pakeiskite šią formulę taip, kad ji tiktų atsitiktinio dydžio $Y=X^3$ vidurkiui skaičiuoti.

$E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}x^3p(x)dx$

170. Absoliučiai tolydaus atsitiktinio dydžio *X*, turinčio tankį *p(u)* vidurkis skaičiuojamas naudojantis formule $E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}up(u)du$. Pakeiskite šią formulę taip, kad ji tiktų atsitiktinio dydžio *Y*=sin(*X*) vidurkiui skaičiuoti.

$E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}\sin x\ p(x)dx$

171. Absoliučiai tolydaus atsitiktinio dydžio *X*, turinčio tankį *p(u)* vidurkis skaičiuojamas naudojantis formule $E\left[X\right]=\int_{-\infty}^{\infty}up(u)du$. Pakeiskite šią formulę taip, kad ji tiktų atsitiktinio dydžio $Y=\sqrt[3]{\cos\left(X\right)}$ vidurkiui skaičiuoti.

$$E[X]=\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt[3]{\cos(X)}\;p(x)dx$$

172. Atsitiktinio dydžio *X*, pasiskirsčiusio pagal normalųjį dėsnį, vidurkis lygus 1, o dispersija 2. Užrašykite tokio dydžio tankio funkciją.

$$X \sim N(a,\sigma^2)\quad EX=1=a\quad DX=2=\sigma^2\quad p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}=\frac{1}{\sqrt{2\cdot 2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{4}}=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{4}}$$

173. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį N(2,5). Su kokia *x* reikšme *P(X>x)*=0.5?

$$P(X>x)=1-P(X<x)=1-\Phi\left(\frac{x-2}{5}\right)=0.5\Rightarrow$$

$$\Phi\left(\frac{x-2}{5}\right)=0.5\Rightarrow\frac{x-2}{5}=0\Rightarrow x=2$$

174. Atsitiktinis dydis *Y* pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį N(3,7). Su kokia *u* reikšme *P(X<u)*=0.5?

$$P(X<u)=1-P(-\infty<X<u)=\Psi\left(\frac{u-3}{7}\right)-\Psi(-\infty)=0.5\Rightarrow$$

$$0.5+\Psi\left(\frac{u-3}{7}\right)=0.5\Rightarrow\Psi\left(\frac{u-3}{7}\right)=0\Rightarrow\frac{u-3}{7}=0\Rightarrow u=3$$

175. Atsitiktinis dydžiai X_1,X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal normaliuosius dėsnius $X_1 \sim$ N(0,2), X_2(1,4). Kam lygios dydžių X_1+X_2 ir $X_1–X_2$ dispersijos?

$$D(X_1+X_2)=DX_1+DX_2=\sigma_1^2+\sigma_2^2=2+4=6$$

$$D(X_1-X_2)=DX_1+D(-X_2)=\sigma_1^2+(-1)^2\sigma_2^2=2+4=6$$

176. Atsitiktinis dydis *X* turi vidurkį ir dispersiją. Kam lygus atsitiktinių dydžių *Y=X* ir *Z=2X* koreliacijos koeficientas? $\xi(y,z)=1$

177. Atsitiktinis dydis *X* turi vidurkį ir dispersiją. Kam lygus atsitiktinių dydžių *Y*=-3X ir *Z=2X* koreliacijos koeficientas?

$$X=-\frac{y}{3}\quad Z=-\frac{2}{3}Y\quad y,z-\textit{tiesiškai priklausomi todėl}\;\xi(y,z)=-1$$

178. *Y* pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį N(3,7). Su kokia *u* reikšme *P(X<u)*=0.5?

$$P(X<u)=1-P(-\infty<X<u)=\Psi\left(\frac{u-3}{7}\right)-\Psi(-\infty)=0.5\Rightarrow$$

kaip 174

$$0.5+\Psi\left(\frac{u-3}{7}\right)=0.5\Rightarrow\Psi\left(\frac{u-3}{7}\right)=0\Rightarrow\frac{u-3}{7}=0\Rightarrow u=3$$

179. Atsitiktinis dydžiai X_1, X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal normaliuosius dėsnius $X_1 \sim$ N(-2,2), X_2(1, 4). Su kokia *y* reikšme teisinga lygybė $P(X_1+X_2>y)$=0.5?

$X_1+X_2 \sim N(-1,6)\Rightarrow y=-1$ (*y* reikšmę gauname iš brėžinio)

180. Atsitiktiniai dydžiai *X, Y* yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal Puasono dėsnius $X \sim$ P(2), $Y \sim$ P(4). Kam lygi tikimybė *P(X+Y*>0)? Atlikus 15 Bernulio schemos bandymų vidutiniškai gaunamos 8,5 sėkmių. Kokia sėkmės tikimybė viename bandyme?

a) $P(X+Y>0)=1-P(X+Y=0)=1-\frac{6^0}{1}e^{-6}=1-e^{-6}$ b) $15\cdot p=8{,}5\quad\Rightarrow p=\frac{8{,}5}{15}$

181. Atlikus 12 Bernulio schemos bandymų vidutiniškai gaunamos 8 sėkmės. Kokia sėkmės tikimybė viename bandyme? $12 \cdot p = 8 \quad \Rightarrow p = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

182. Atsitiktinio dydžio *X*, pasiskirsčiusio pagal Puasono dėsnį vidurkis lygus 2. Kokia tikimybė, kad šis dydis igys reikšme *X*=3? $EX = \lambda = 2 \Rightarrow P(X = 3) = \frac{2^{-3}}{3!} e^{-2}$

183. Atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* pasiskirstę atitinkamai pagal Puasono ir normalujį dėsnius: *X*⊔ P(3), Y⊔ N(2,1) . Kam lygus vidurkis E[X+3Y] ?

$E[X + 3Y] = EX + 3EY = 3 + 3 \cdot 2 = 9$

184. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal eksponentini dėsnį, E[X]=2. Kam lygi jo tankio reikšmė $p_X(1)$?

$\lambda = 2$, tai $p_x(1) = 2 \cdot e^{-2 \cdot 1} = 2e^{-2} \quad \left(p_\xi(x) = \lambda e^{-\lambda x}, F_\xi(x) = 1 - e^{-\lambda x}\right)$

185. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal eksponentini dėsnį, E[X]=3. Kam lygi tikimybė *P(X*>1)?

$EX = \lambda = 3$

$P(X > 1) = e^{-2 \cdot 2} = e^{-4}$

186. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal eksponentini dėsnį, E[X]=4. Kam lygi tikimybė *P(X*<2)?

$P(\xi < 2) = 1 - P(x \geq 2) = 1 - e^{-4} \qquad P(\xi \geq t) = e^{-\lambda t}$

187. Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* pasiskirstę atitinkamai pagal Puasono ir normaluji dėsnius: *X*⊔ P(3), *Y*⊔ N(2,1) . Kam lygi dispersija D[X+3Y]?

$D[X + 3Y] = DX + 3DY = \lambda + 9 \cdot \delta^2 = 3 + 9 \cdot 1 = 12$

188. Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* pasiskirstę tolygiai atitinkamai intervaluose [0;1] ir [0;2]. Kam lygi dispersija D[X+2Y] ?

$D[X + 2Y] = DX + 4DY = \frac{(b_1 - a_1)^2}{12} + 4 \cdot \frac{(b_2 - a_2)^2}{12} = \frac{1}{12} + 4 \cdot \frac{4}{12} = \frac{17}{12}$

189. Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* pasiskirstę pagal normaluji dėsnį N(0,1). Kam lygi atsitiktinio dydžio *Z*=*X* - *Y* dispersija?

$D[X - Y] = DX + D[-Y] = \delta^2 + \delta^2 = 1 + 1 = 2$

190. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal binominį dėsnį B(10,0.3), atsitiktinis dydis - pagal Puasono dėsnį P(3) . Atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* yra nepriklausomi. Kam lygi atsitiktinio dydžio *Z*=*X*+Y dispersija?
D[*X*+2*Y*]=D*X*+4D*Y*=*npq*+4*3=10*0,3*0,7+12=14,1

191. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal binominį dėsnį B(10,0.3). Naudodamiesi tuo, kad D[X] reikšmę žinote, raskite E[X^2] .
DX=*npq*=10*0,3*0,7=2,1
DX=EX^2-$[EX]^2$, $[EX]^2$=$(np)^2$=$(10*0,3)^2$=9; EX^2=DX+$[EX]^2$=2,1+9=11,1

192. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį P(5) . Naudodamiesi tuo, kad D[X] reikšmę žinote, raskite E[X^2] .
DX=5; EX=5; EX^2=DX+$[EX]^2$==5+5^2=30

193. Atsitiktinio dydžio *X* vidurkis lygus 1, o dispersija 0. Kam lygi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė F_X (1.5)?

$DX = 0 \Rightarrow$ dydis išsigimęs $\Rightarrow P(X=0)=0, P(X=1)=1 \Rightarrow$

$F_X(1.5) = P(X<1.5) = P(X=0)+P(X=1) = 1+0 = 1$

194. Atsitiktinio dydžio *X* vidurkis lygus 2, o dispersija 0. Kam lygi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė F_X (1)?
F_X (1)=P(X<1)

195. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal normaluji dėsnį N(0,1) , o dydis Y - pagal dėsnį N(0,2). Raskite dispersijų skirtumą D[2X] - D[$\frac{1}{2}$Y] .

D[2X] - D[$\frac{1}{2}$Y]=4DX - $\frac{1}{4}$DY=4*1- $\frac{1}{4}$*2 = 4 - $\frac{1}{2}$ = $3\frac{1}{2}$.

196. Užrašykite Cebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui X □N(1;2) .

$EX = a = 1 \quad DX = \sigma^2 = 2$

$P(|X-1| > \varepsilon) \le \frac{2}{\varepsilon^2}$

197. Užrašykite Cebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui X □ B(10; 0,2) .

$EX = np = 10 \cdot 0.2 = 2 \quad DX = npq = 10 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 1.6$

$P(|X-2| > \varepsilon) \le \frac{1.6}{\varepsilon^2}$

198. Užrašykite Cebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui X□$P(2)$.

$EX = \lambda = 2 \quad DX = \lambda = 2$

$P(|X-2| > \varepsilon) \le \frac{2}{\varepsilon^2}$

199. Užrašykite Cebyšovo nelygybę intervale [0;2] tolygiai pasiskirsčiusiam atsitiktiniam dydžiui.

$EX = \frac{b-a}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad DX = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{1}{3}$

$P(|X-1| > \varepsilon) \le \frac{1}{3\varepsilon^2}$

200. Paaiškinkite, kodėl neegzistuoja atsitiktinis dydis *X*, tenkinantis sąlygas E[X]=3, E[X^2]=8.
DX = E[X] - E[X^2] = 8 – 9 = -1<0
DX negali būti <0, todel X neegz.

201. Ar gali egzistuoti atsitiktinis dydis Y, tenkinantis salygas E[X]=2, E[X^2]=3?
DX = 3 – 4 < 0, todel negali.

202. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2,... yra nepriklausomi, vienodai pasiskirstę ir turi vidurkius E[X_1]=E[X_2]=...=*a*. Kam lygi riba $\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n} - a\right| > 0.1\right)$?

Pagal dydžiųjų skaičių dėsnį $\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n} - a\right| > 0.1\right) = 0$

203. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2,... yra nepriklausomi, vienodai pasiskirstę ir turi vidurkius $E[X_1]=E[X_2]=...=a$. Kam lygi riba $\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n}-a\right|<0.1\right)$?

Pagal dydžiųjų skaičių dėsnį $\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n}-a\right|<0.1\right)=1$

204. Ar teisingas toks teiginys: jei X_1, X_2,... ir vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai, turintys vidurkį *a*, tai $P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n}-a\right|>0.3\right)\to 0,\ n\to\infty$? Jeigu neteisingas, suformuluokite teisingai.

TAIP*: jei X_1, X_2,... ir vienodai pasiskirstę nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, turintys vidurkį a ir antruosius momentus, tai* $P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n}-a\right|>0.3\right)\to 0,\ n\to\infty$

205. Ar teisingas toks teiginys: jei X_1, X_2,... ir vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai, turintys vidurkį *a*, tai $P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n}-a\right|<0.5\right)\to 0,\ n\to\infty$? Jeigu neteisingas, pateikite teisingą formuluotę.

NE, turi būti*: jei X_1, X_2,... ir vienodai pasiskirstę nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, turintys vidurkį a ir antruosius momentus, tai* $P\left(\left|\frac{X_1+X_2+...+X_n}{n}-a\right|<0.5\right)\to 1,\ n\to\infty$

206. Atsitiktiniai dydžiai *X* ir *Y* yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal normaliuosius dėsnius N(1,4), N(1,9). Pagal kokį dėsnį pasiskirstęs atsitiktinis dydis Z=X+Y ?

$$\varphi_z(t)=\varphi_x(t)\cdot\varphi_y(t)=e^{i(a_1+a_2)t-\left(b_1^2+b_2^2\right)\frac{t^2}{2}}=e^{i2t-13\frac{t^2}{2}}$$

Z~N(2,13)

207. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal normaliuosius dėsnius N(0,4), N(1,1). Pagal kokį dėsnį pasiskirstęs atsitiktinis dydis $Y=X_1+X_2$?

$$\varphi_Y(t)=\varphi_{x_1}(t)\cdot\varphi_{x_2}(t)=e^{it-5\frac{t^2}{2}}$$

Y~N(1,5)

208. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal Puasono dėsnius P(4), P(1). Pagal kokį dėsnį pasiskirstęs atsitiktinis dydis $Y=X_1+X_2$?

$$\varphi_Y(t)=\varphi_{x_1}(t)\cdot\varphi_{x_2}(t)=e^{(\lambda_1+\lambda_2)\left(e^{it}-1\right)}=e^{5\left(e^{it}-1\right)}$$

$X_1 + X_2$ ~P(5)

209. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal dėsnius P(4), P(1). Užrašykite atsitiktinio dydžio $Y=X_1+X_2$ charakteringąją funkciją.

$\varphi_y(t)$ = $\boxed{\varphi_{x_1}(t)\cdot\varphi_{x_2}(t)=e^{5\left(e^{it}-1\right)}}$.

210. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal dėsnius P(4), N(0,1) . Užrašykite atsitiktinio dydžio $Y=X_1+X_2$ charakteringąją funkciją.

$\varphi_y(t)$ = $\boxed{\varphi_{x_1}(t)\cdot\varphi_{x_2}(t)=e^{4\left(e^{it}-1\right)}\cdot e^{i0t-1\frac{t^2}{t}}=e^{4\left(e^{it}-1\right)}\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}}$

211. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal dėsnį P(4). Kam lygi jo charakteringosios funkcijos reikšmė $\varphi_x(1)$?

$\varphi_x(1)$ = $e^{\lambda\left(e^{i}-1\right)}=e^{4\left(e^{i}-1\right)}$

212. Atsitiktinis dydis *X* pasiskirstęs pagal dėsnį N(0,4). Kam lygi jo charakteringosios funkcijos reikšmė $\varphi_X(1)$?

$$\varphi_X(1) = e^{i0t-4\frac{t^2}{2}} = e^{-4\cdot\frac{1}{2}} = e^{-2}$$

213. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, . . . yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę. Visi jie įgyja tik dvi reikšmes: $P(X_i=0)=p$, $P(X_i=1)=q$, $0 < p < 1$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

$$\boxed{\begin{aligned} &E\xi = O\cdot p + 1\cdot q = q \\ &D\xi = E\xi^2 - (E\xi)^2 = 1^2\cdot q - q^2 = q(1-q) \\ &F_n(X) = P\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{X_n - q}{\sqrt{q(1-q)n}} < X\right) \to \Phi(x) \end{aligned}}.$$

214. Atsitiktiniai dydžiai X_1,X_2, . . . yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį Puasono dėsnį P(4). Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

EX_n=4, DX_n=4, tai $\boxed{F_n(X) = P\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{X_n - 4}{2\sqrt{n}} < X\right) \to \Phi(x)}$.

215. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, . . . yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį normalųjį dėsnį N(1,4). Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

EX=1, DX=4, tai $\boxed{F_n(X) = P\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{X_n - 1}{2\sqrt{n}} < X\right) \to \Phi(x)}$.

216. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, . . . yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį normalųjį dėsnį N(-2,9). Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

EX=-2, DX=9, tai $\boxed{F_n(X) = P\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{X_n + 2}{3\sqrt{n}} < X\right) \to \Phi(x)}$.

217. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2,... yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervale [1;9]. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

$EX = \frac{a+b}{2} = \frac{10}{2} = 5, DX = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{64}{12} = 5{,}3(3)$, tai $\boxed{F_n(X) = P\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{X_n - 5}{2{,}3\sqrt{n}} < X\right) \to \Phi(x)}$.

218. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2,... yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį binominį dėsnį B(10,0.5). Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

EX= np= 10*0,5=5, DX= npq= 10*0,5*0,5=2,5

$\boxed{F_n(X) = P\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{X_n - 5}{\sqrt{2{,}5n}} < X\right) \to \Phi(x)}$.

219. Kas yra imties variacinė eilutė?

Imties $X_1, X_2, ..., X_n$ elementai surašyti didėjimo tvarka $X_{i_1}, X_{i_2}, ..., X_{i_n}$

220. Kas yra imties vidurkis?

Pirmosios eilės empirinis momentas a_1: $\bar{X} = a_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

221. Užrašykite imties dispersijos formulę.

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

222. Paaiškinkite, kas yra nežinomo parametro pasikliautinis intervalas.

Tegu X atsitiktinis dydis, kurio pasiskirstymas priklauso nuo nežinomo parametro Θ, $X = \langle X_1, X_2, ..., X_n \rangle$ yra šio atsitiktinio dydžio imtis, $\underline{\Theta}(X_1, X_2, ..., X_n) < \bar{\Theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ yra dvi f-jos, kurių reikšmės priklauso nuo imties, $0 < \alpha < 1$. Intervalą $I = \left(\underline{\Theta}(X_1, X_2, ..., X_n), \bar{\Theta}(X_1, X_2, ..., X_n)\right)$ vadiname nežinomo parametro Θ pasikliautiniu intervalu su pasikliovimo lygmeniu α, jei $P(\Theta \in I) \ge \alpha$.

223. Paaiškinkite chi-kvadrat skirstinio su *n* laisvės laipsnių sąvoką.

224. Paaiškinkite Studento skirstinio su *n* laisvės laipsnių sąvoką.

225. Atsitiktinio dydis X pasiskirstęs pagal eksponentinį dėsnį $E(3)$. Kaip apskaičiuoti šio dėsnio 0,3 eilės kvantilį?

$F(x) = \alpha, \quad \alpha = 0.3$

$F_X(x) = 1 - e^{-3x} \Rightarrow 1 - e^{-3x} = 0.3 \Rightarrow x = 0.1189$

226. Kaip konstruojamas normaliojo dėsnio vidurkio pasikliautinis intervalas, kai dispersija yra nežinoma?

$X \sim N(a, \sigma^2)$, dispersija σ^2 nežinoma. Naudojamės tuo, kad $Z = \frac{\bar{X} - a}{S/\sqrt{n}} \sim St(n-1)$. Jei pasikliovimo lygmuo yra α, tai pasikliautinis intervalas $\left(\bar{X} - t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$, čia $t_{\alpha/2}$ yra dėsnio $St(n-1)$ $1-\frac{\alpha}{2}$ kvantilis.

227. Kaip konstruojamas normaliojo dėsnio vidurkio pasikliautinis intervalas, kai dispersija yra žinoma?

$X \sim N(a, \sigma^2)$, dispersija σ^2 žinoma. Naudojamės tuo, kad $Z = \frac{\bar{X} - a}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$. Jei pasikliovimo lygmuo yra α, tai pasikliautinis intervalas vidurkiui α $\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, čia $z_{\alpha/2}$ yra standartinio normaliojo dėsnio $1-\frac{\alpha}{2}$ kvantilis.

228. Kaip formuluojamas hipotezių tikrinimo uždavinys?

	H_0 teisinga	H_0 klaidinga
H_0 priimame	Sprend. teisingas	II rūšies klaida
H_0 atmetame	I rūšies klaida	Sprend. teisingas

Pasirenkamas $\alpha > 0$ ir konstruojamas kriterijus, kad būtų:

$P(\text{I rūšies klaida}) = P(H_0 \text{ atmetame} | H_0 \text{ teisinga}) \leq \alpha$ (α - reikšmingumo lygmuo)

229. Pagrindinė hipotezė **H_0**: programų sistemų studentai taip išmano tikimybių teoriją kaip ir bioinformatikai; alternatyvi hipotezė: **H_1**: bioinformatikai tikimybių teoriją išmano geriau. Kokiu atveju padarytume pirmos rūšies klaidą?
Atmesta teisinga hipotezė **H_0**. Studentai vienodai išmano tikim., bet mes šita teiginį atmetame.

230. Pagrindinė hipotezė **H_0**: programų sistemų studentai taip išmano tikimybių teoriją kaip ir operacines sistemas; alternatyvi hipotezė: **H_1**: programų sistemų studentai tikimybių teoriją išmano geriau. Kokiu atveju padarytume antros rūšies klaidą?
Priimta klaidinga hipotezė **H_1**.

231. Jeigu 100 kartų tikrintume hipotezę **H_0**: ,,studentas nepakankamai išmano tikimybių teoriją" su alternatyva **H_1**: ,,studentas tikimybių teoriją išmano gerai", o reikšmingumo lygmuo būtų α=0,3, maždaug kiek neišmanėlių pripažintume gerais žinovais?
Suklysti=priimti pirmos rūšies klaidą: $100 \cdot 0.3 = 30$ klaidų.

232. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0; H_1 : a \neq a_0$ apie normaliojo desnio vidurkį kriterijus, kai dispersija žinoma?

<u>Kriterijus:</u> jei istate is stebejimu gautus duomenis iT gauname $|T(x)| = \left| \dfrac{\bar{x} - a_0}{\frac{\partial}{\sqrt{n}}} \right| > z_{\frac{\alpha}{2}}$, tai H_0 – atmetam.

Priesingu atveju priimame. $z_{\frac{\alpha}{2}}$ yra desnio N(0,1) ir $1 - \dfrac{\alpha}{2}$ kvantilis.

233. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0; H_1 : a > a_0$ apie normaliojo desnio vidurkį kriterijus, kai dispersija žinoma?

<u>Kriterijus</u>: Jei istate is stebejimu gautus duomenis i T gauname $|T(x)| = \left| \dfrac{\bar{x} - a_0}{\frac{\partial}{\sqrt{n}}} \right| > z_{\alpha}$, tai H_0 atmetame.

Priesingu atveju – priimame, cia $z_{\frac{\alpha}{2}}$ yra desnio N(0,1) ir $1 - \dfrac{\alpha}{2}$ kvantilis.

234. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0; H_1 : a < a_0$ apie normaliojo desnio vidurkį kriterijus, kai dispersija žinoma?

<u>Kriterijus</u>: Jei istate is stebejimu gautus duomenis i T gauname $|T(x)| = \left| \dfrac{\bar{x} - a_0}{\frac{\partial}{\sqrt{n}}} \right| < -z_{\alpha}$, tai H_0 atmetam.

Priesingu atveju – priimame, cia $z_{\frac{\alpha}{2}}$ yra desnio N(0,1) ir $1 - \dfrac{\alpha}{2}$ kvantilis.

235. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0; H_1 : a \neq a_0$ apie normaliojo desnio vidurkį kriterijus, kai dispersija nežinoma?

Kriterijus: Jei istate is stebejimu gautus duomenis i T gauname $\left|T(x)\right| = \left|\frac{\bar{x} - a_0}{\frac{\partial}{\sqrt{n}}}\right| > -t_{\frac{\alpha}{2}}$, tai H_0 atmetam.

Priesingu atveju – priimame, cia $t_{\frac{\alpha}{2}}$ yra desnio St(n-1) ir $1 - \frac{\alpha}{2}$ kvantilis.

236. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0; H_1 : a > a_0$ apie normaliojo desnio vidurkį kriterijus dispersija nežinoma?

Kriterijus: Jei istate is stebejimu gautus duomenis i T gauname $\left|T(x)\right| = \left|\frac{\bar{x} - a_0}{\frac{\partial}{\sqrt{n}}}\right| > t_{\frac{\alpha}{2}}$, tai H_0 atmetame.

Priesingu atveju – priimame, cia $t_{\frac{\alpha}{2}}$ yra desnio St(n-1) ir $1 - \frac{\alpha}{2}$ kvantilis.

237. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0; H_1 : a < a_0$ apie normaliojo desnio vidurkį kriterijus, kai dispersija nežinoma?

Kriterijus: Jei istate is stebejimu gautus duomenis i T gauname $\left|T(x)\right| = \left|\frac{\bar{x} - a_0}{\frac{\partial}{\sqrt{n}}}\right| < -t_{\frac{\alpha}{2}}$, tai H_0 atmetame.

Priesingu atveju – priimame, cia $t_{\frac{\alpha}{2}}$ yra desnio St(n-1) ir $1 - \frac{\alpha}{2}$ kvantilis.

238. Kaip remiantis CRT sudaromas kriterijus hipotezėms apie proporcijas $H_0 : p = p_0; H_1 : p \neq p_0$ tikrinti?

Jei H_0 teisinga, tai statistikos $\left|T(X)\right| = \left|\frac{\bar{X} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}\right|$ pasiskirstymas artimas $N(0,1)$. Kriterijų galime konstruoti kaip normaliojo dydžio atveju. ????

239. Kaip remiantis CRT sudaromas kriterijus hipotezėms apie proporcijas $H_0 : p = p_0; H_1 : p > p_0$ tikrinti?
Jei H_0 teisinga, tai $T(X) \sim B(n, p_0)$. Tegu iš imties gauta $T(X) = m$. Hipotezė H_0 atmetama, jei $\sum_{k=n}^{m} p_n(k) < \alpha, \quad p_n(k) = C_n^k p_0^k (1 - p_0)^{n-k}$.

240. Kaip remiantis CRT sudaromas kriterijus hipotezėms apie proporcijas $H_0 : p = p_0; H_1 : p < p_0$ tikrinti? Jei H_0 teisinga, tai $T(X) \sim B(n, p_0)$. Tegu iš imties gauta $T(X) = m$. Hipotezė H_0 atmetama, jei $\sum_{k=0}^{m} p_n(k) < \alpha, \quad p_n(k) = C_n^k p_0^k (1 - p_0)^{n-k}$.