






2008 metų tikimybių teorijos ir matematinės statistikos egzamino klausimai


Vieno klausimo vertė - 0,5 balo. Studentai, kuriuos tenkina koliokviumuose surinkti balai, gaus 6 klausimų užduotį. Kiti – dešimties klausimų užduotį. Atsakinėjant į klausimus, tiksliai apskaičiuoti dydžius (tikimybės, vidurkius,...) nebūtina. Tačiau būtina užrašyti reiškinius šiems dydžiams skaičiuoti, pavyzdžiui, $P(X = 1) = 0,6^{10}$. Skaitinės reikšmės, žymėjimai egzamino užduotyse skirsis nuo pateiktųjų šiame sąrašė. Sėkmės!

Vilius Stakėnas


1. Bandymas lošimo kauliuko ir dviejų monetos metimas. Kaip pavaizduotumėte tokio bandymo baigtį? Kiek yra šio bandymo baigčių?
2. Voke – 8 skirtingos nuotraukos. Viena po kitos traukiate 5 nuotraukas ir rikiuojate į eilę. Kiek yra tokio bandymo baigčių?
3. Bandymas - dalelės kelionė iš plokštumos taško $(0; 0)$ į plokštumos tašką $(4; 5)$. Iš taško (x, y) dalelė vienu žingsniu gali patekti į tašką $(x + 1; y)$ arba $(x; y + 1)$. Kiek yra tokio bandymo baigčių (kelių)?
4. Bandymas - metame lošimo kauliuką ir atvirtusią sienelę nudažome viena iš atsitiktinai parinktų trijų spalvų: balta, juoda ir raudona. Kaip pavaizduotumėte tokio bandymo baigtį? Kiek yra baigčių iš viso?
5. Pardutuvės lentynoje - 15 stiklinių vazų, 6 iš jų nežymiai įskilę. Kokia tikimybė, kad nusipirkęs 5 vazas pirkėjas gaus 3 įskilusias?
6. Urnoje yra balti ir juodi rutuliai, vieni jų maži kiti dideli. Atsitiktinai trauksime 3 rutulius. Pažymėkime įvykius: $A = \{\text{baltų rutulių daugiau nei vienas}\}$, $B = \{\text{pirmas rutulys baltas}\}$, $C = \{\text{ištraukti rutuliai maži}\}$. Nusakykite žodžiais, kada įvyksta įvykis $(A \cup B) \cap C^c$.
7. Bandymas – dviejų kauliukų metimas, $A = \{\text{atvirtusių akučių suma lyginė}\}$, $B = \{\text{atvirtusių akučių suma didesnė už 6}\}$. Kada įvyksta įvykis $(A \cap B)^c$?
8. Lošėjas lošia kasdien. Įvykis A reiškia, kad jam pasiseks nelyginėmis savaitės dienomis, B – kad savaitgaliais, o C – kad pasiseks lyginėmis savaitės dienomis. Ką reiškia įvykis $(A \cup B)^c \cup C$?
-  9. Urnoje yra 3 balti, 4 juodi ir 5 raudoni rutuliai. Bandymas: atsitiktinai ištraukiame rutulį ir užrašome ant jo raidę A arba B, arba C, arba nieko nerašome. Kiek yra tokio bandymo baigčių?
-  10. Bandymas: trijų žaidėjų žaidimas kamuoliu. Vienas iš jų ima kamuolį, perduoda kitam, tas dar kitam. Kam perduoti kamuolį, žaidėjas pasirenka atsitiktinai. Kokia tikimybė, kad pradėjęs žaidimą gaus kamuolį tik po 4 perdavimų?
-  11. Studentas žino penkis būdus pasiteisinti dėl neatliktos užduoties. Jis neatliko trijų užduočių. Keliais būdais jis gali pasiteisinti, jeigu to paties pasiteisinimo iš eilės dviejų kartų naudoti negalima?
-  12. Įvykis A reiškia, kad pavasaris bus šaltas, B - kad vasara šilta, o C - ruduo lietingas. Kaip naudojant šiuos įvykius išreikšti įvyki: ruduo bus lietingas, o vasara arba pavasaris

– šilti?


 **13.** Bandymas: trys draugai laiko egzaminą. Kadangi jie atsiskaitė už pratybų užduotis, tai garantuotai išlaikys egzaminą, t.y. gaus vieną iš įvertinimų 5,6,7,8,9,10. Kiek palankių baigčių turi įvykis: „ne visi draugai bus įvertinti skirtingai“?


 **14.** Urnoje yra keturi balti ir trys juodi rutuliai. Jie traukiami iš urnos vienas po kito, kol urna ištuštėja. Kokia tikimybė, kad paskutinis rutulys bus baltas?


15. Kortų kaladėje yra 52 kortos. Atsitiktinai traukiamos penkios kortos. Kokia tikimybė, kad ištrauksime lygiai du tūzus?

 **16.** Kortų kaladėje yra 52 kortos, 13 iš jų – būgnai. Traukiamos penkios kortos. Kokia tikimybė, kad antroji korta bus būgnų?

 **17.** Kokia tikimybė, kad atsitiktinai vienetiniame kvadrato parinkto taško atstumas iki centro bus mažesnis už 0,5?


 **18.** Bandymo baigčių aibė Ω – kubas. Jo viduje yra mažesnis kubas, jo kraštinė lygi 2. Atsitiktinai renkant didžiojo kubo tašką, tikimybė pataikyti į mažąjį kubą lygi 0,5. Koks didžiojo kubo kraštinės ilgis?


 **19.** Bandymui nagrinėti naudojame geometrinę tikimybinę erdvę; baigčių aibė yra tiesės atkarpa, kurios ilgis lygus 2. Ar visi šios atkarpos poaibiai gali būti interpretuojami kaip atsitiktiniai įvykiai? Kurie gali būti?


 **20.** Bandymas - vienetinio kvadrato taško atsitiktinis parinkimas. Bandymui taikome geometrinę tikimybinę erdvę. Pateikite pavyzdį įvykio, kurio tikimybė lygi nuliui, tačiau jis gali įvykti.


 **21.** Vienetinę atkarpą atsitiktinai sulaužome į tris dalis. Kaip pavaizduotumėte tokio bandymo baigtį?


22. Ant lygiagrečiomis, atstumu l viena nuo kitos nutolusiomis linijomis suliniuotos plokštumos metama a , ilgio ($a < l$) adata. Kaip užrašytumėte tokio bandymo baigtį?


 **23.** Ant lygiagrečiomis, vienodai viena nuo kitos nutolusiomis linijomis suliniuotos plokštumos metama moneta. Kaip užrašytumėte tokio bandymo baigtį? Kokia tikimybė, kad moneta kirs liniją, jeigu monetos skersmuo lygus 0,5, o atstumas tarp linijų lygus 1?


 **24.** Vienetiniame kvadrato atsitiktinai parenkamas taškas. Kokia tikimybė, kad jis bus ant kurios nors kvadrato įstrižainės?


 **25.** Vienetiniame kube atsitiktinai parenkamas taškas. Kokia tikimybė, kad jis bus ant plokštumos, lygiagrečios pagrindams ir einančios per kubo centrą?


 **26.** Bandymas - autobuso laukimas. Nustatyta, kad 25% atvejų autobusas atvažiuoja per anksti, 60% - atvažiuoja laiku, 10% atvejų - vėluoja. Kartais autobusas iš viso neatvažiuoja. Sudarykite diskrečiąją tikimybinę erdvę tokiam bandymui nagrinėti. Kiek baigčių aibėje yra baigčių ir kokios jų tikimybės?


 **27.** Pateikite bandymo, kuris turėtų be galo daug baigčių ir kuriam nagrinėti galėtume taikyti diskrečiąją tikimybinę erdvę, pavyzdį.


 **28.** Bandymas - atsitiktinis skaičiaus pasirinkimas iš aibės $\{2; 3; 4; 5; 6; \}$. Tikimybė, kad bus parinktas skaičius 5 lygi 0,2; tikimybė, kad bus parinktas skaičius 4 arba 5 arba 6 lygi 0,4. Kokia tikimybė, kad bus parinktas pirminis skaičius?


 **29.** Ar gali diskrečiosios tikimybinės erdvės įvykis A turėti daugiau baigčių negu įvykis B , tačiau būti mažiau tikėtinas negu B . Pateikite paprastą pavyzdį.


 **30.** Paaškindite, kodėl klasikinis tikimybės apibrėžimas yra atskiras diskrečiąją tikimybinių erdvių sudarant naudojamo tikimybės apibrėžimo atvejis.

 **31.** Išnagrinėkite tokias prielaidas: „tarkime bandymo baigčių aibę sudaro 15 vienodai galimų baigčių, o atsitiktinio įvykio tikimybė lygi $\frac{2}{13}$ “. Ar taip gali būti? Kodėl?


 **32.** Bandymo baigčių aibę sudaro 7 baigtys; 6 iš jų pasirodo vienodai dažnai, o septintoji – dvigubai rečiau už kitas. Raskite šių baigčių tikimybes.


 **33.** Bandymo baigčių aibę sudaro 8 baigtys; 7 iš jų pasirodo vienodai dažnai, o aštuntoji – dvigubai dažniau už kitas. Raskite šių baigčių tikimybes.


 **34.** Bandymas – kelionė į paskaitą. Įvykis A reiškia, kad pavėluosite, B – kad pavėluos dėstytojas. Kokiais dar įvykiais reikia papildyti šią įvykių porą, kad įvykių sistema sudarytų σ -algebrą?

 **35.** Bandymo baigčių aibė – vienetinis skaičių tiesės intervalas $[0; 1]$. Intervalas $[0; 1/2]$ priklauso nagrinėjamai atsitiktinių įvykių σ -algebrai. Kokie dar intervalo poaibiai būtinai priklauso šiai σ -algebrai?


 **36.** Tarkime, A ir B priklauso įvykių σ -algebrai \mathcal{A} . Paaškindite, kodėl $A \setminus B$ irgi priklauso \mathcal{A} .


 **37.** Paaškindite, kodėl aibė iš vieno skaičiaus $\{3\}$ yra tiesės Borelio aibė.


 **38.** Paaškindite, kodėl vienetinis intervalas, iš kurio pašalintas skaičius 0,5 yra Borelio aibė.


 **39.** Netuščios aibės X poaibių sistemą \mathcal{B} vadinsime σ -algebra, jeigu patenktos tokios sąlygos: 1) $X \in \mathcal{B}$; 2) jei $A \in \mathcal{B}$, tai ir $A^c \in \mathcal{B}$; 3) jei $A_i \in \mathcal{B}, i = 1, 2, \dots, n$ tai $\bigcup_{i=1}^n A_i \in \mathcal{B}$. Ar toks apibrėžimas teisingas? Kodėl teisingas (neteisingas)?


40. Netuščios aibės Z poaibių sistemą \mathcal{D} vadinsime σ -algebra, jeigu patenktos tokios sąlygos: 1) $\emptyset \in \mathcal{D}$; 2) jei $A_i \in \mathcal{D}, i = 1, 2, \dots, \infty$ tai $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{D}$. Ar toks teiginys teisingas? Kodėl?

 **41.** Ar toks teiginys gali būti teisingas: „ A ir B yra nesutaikomi įvykiai, $P(A) = 2/3, P(B) = 1/2$ “? Kodėl?


 **42.** Įvykiai A, B, C yra poromis nesutaikomi, $P(A) = 1/3, P(B) = 1/4$. Suraskite tikimybę $P((A \cap B^c) \cup C)$.


 **43.** Įvykiai A, B, C yra poromis nesutaikomi, $P(A) = 1/3, P(B) = 1/4$. Suraskite tikimybę $P((A \cup B^c) \cap C)$.


 **44.** Įvykiai A, B, C yra poromis nesutaikomi, $P(A) = 1/3, P(B) = 1/4$. Kokia didžiausia galima tikimybės $P(C)$ reikšmė. Atsakymą paaškindite.

 45. Ištaisykite tokio teiginio klaidas: „funkciją $P : \mathcal{A} \rightarrow [0, 1]$ vadiname tikimybiniu matu, jei $P(\Omega) = 1$; ir $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ su visais A_i iš įvykių σ -algebros. ”


46. Ištaisykite tokio teiginio klaidas: „funkciją $P : \mathcal{A} \rightarrow [0, 1]$ vadiname tikimybiniu matu, jei $P(\Omega) = 1$; ir $P(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$ su visais nesutaikomais įvykiais A_i iš įvykių σ -algebros. ”

 47. Pasirėmę tikimybių savybėmis įrodykite teiginį: „jeigu A, B yra du atsitiktiniai įvykiai ir $A \subset B$, tai $P(A) \leq P(B)$ ”.

 48. Tegų A, B yra du atsitiktiniai įvykiai. Užbaikite rašyti formulę $P(A \setminus B) = P(A) - \dots$ ir paaiškinkite ją brėžiniu.


 49. Tegų A, B yra du atsitiktiniai įvykiai. Užrašykite tikimybės $P(A \cup B)$ formulę ir paaiškinkite ją brėžiniu.


50. Tegų A, B yra du atsitiktiniai įvykiai. Pasirėmę tikimybių savybėmis įrodykite nelygę $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$.


 51. Kada teisinga, kada neteisinga lygybė $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B \setminus A)$? Paaiškinkite brėžiniu.

52. Kokiems atsitiktiniams įvykiams teisinga lygybė $P(A \cap B) = P(B)$?

53. Kokiems atsitiktiniams įvykiams teisinga lygybė $P(A \cup B) = P(A)$?

 54. Optimalaus pasirinkimo uždavinyje objektų skaičius $n = 5$. Kas yra tokio bandymo baigtis ir kiek jų yra iš viso?

 55. Optimalaus pasirinkimo uždavinyje objektų skaičius $n = 5$. Rinkimosi strategijos parametras $m = 2$. Kokia tikimybė likti be nieko, t. y. nieko nepasirinkti?

 56. Metami du lošimo kauliukai. Atsitiktinio dydžio X reikšmė gaunama iš akučių skaičiaus ant atvirtusios pirmojo kauliuko sienelės atėmus akučių skaičių ant atvirtusios antrojo kauliuko sienelės. Kiek baigčių sudaro įvykį $X^{-1}(0) = \{X = 0\}$?

 57. Kada teisinga lygybė $I_{A \cup B} = I_A + I_B$?

 58. Išreikškite įvykio $A \setminus B$ indikatorių panaudodami indikatorių I_A ir tai, ko dar reikia.

59. Paprastas atsitiktinis dydis X įgyja reikšmes $-1, 2$ ir 3 . Reikšmę -1 jis įgyja su tikimybe $0, 2$, o reikšmę 2 – su tikimybe $0, 1$. Koks šio atsitiktinio dydžio vidurkis?

60. Paprastas atsitiktinis dydis X įgyja reikšmes $-1, 2$ ir x . Reikšmę -1 jis įgyja su tikimybe $0, 2$, o reikšmę 2 – su tikimybe $0, 1$. Kokia turi būti x reikšmė, kad atsitiktinio dydžio vidurkis būtų lygus 1 ?

61. Paprastas atsitiktinis dydis įgyja tris didesnes už 1 reikšmes. Įrodykite, kad dydžio vidurkis irgi yra didesnis už 1 ?

62. Paprastas atsitiktinis dydis su vienodomis tikimybėmis įgyja dvi reikšmes, viena iš reikšmių yra 3 . Kokia kita atsitiktinio dydžio reikšmė, jeigu jo vidurkis lygus 5 ?

63. Paprastas atsitiktinis dydis X įgyja dvi skirtingas reikšmes, atsitiktinis dydis Y irgi dvi. Kiek daugiausiai reikšmių gali įgyti atsitiktinis dydis $X + Y$? Kiek mažiausiai?

Paašskinkite pavyzdžiais.

64. Užrašykite formulę sąjungos tikimybei $P(A \cup B \cup C)$ reikšti.

65. Tegū $A_i, i = 1, 2, \dots, 6$ yra bet kokie atsitiktiniai įvykiai, A - visų šių įvykių sąjunga. Tada $P(A) = S_1 - S_2 + S_3 - S_4 + S_5 - S_6$. Kokie dėmenys sudaro sumą S_3 ir kiek tų dėmenų yra?

66. Užrašykite formulę sąjungos tikimybei $P(X \cup Y \cup Z \cup U)$ reikšti.

67. Užrašykite formulę sąjungos tikimybei $P(X \cup Y \cup Z \cup U)$ reikšti. Suprastinkite formulę pasinaudodami tuo, kad įvykis A negali įvykti kartu su kitais įvykiais.

68. Jeigu $EX_1 = 1, EX_2 = -1, EX_3 = 2$, tai $E[2X_1 + 3X_2 - 4X_3] = ?$

69. Tegū $P(A) = P(A|B)$ ($P(A), P(B) > 0$). Įrodykite, kad $P(B) = P(B|A)$.

70. Įrodykite, kad būtinas įvykis ir bet kuris kitas atsitiktinis įvykis yra nepriklausomi.

71. Tegū A, B du atsitiktiniai įvykiai, $P(B) > 0$. Kam lygi sąlyginė tikimybė $P(A \cup B|B)$?

72. Tegū A, B du atsitiktiniai įvykiai, $P(B) > 0$. Įrodykite, kad $P(A \cap B|B) = P(A|B)$.

73. Tegū $P(A) = P(A|B)$. Ar teisinga lygybė $P(A^c) = P(A^c|B)$? Atsakymą paašskinkite.

74. Du kartus metamas lošimo kauliukas, $A = \{\text{antrajame metime atvirto "6"}\}$, $B = \{\text{atvirtusių akučių suma} > 9\}$. Raskite $P(A|B)$.

75. Du kartus metamas lošimo kauliukas, $A = \{\text{antrajame metime atvirto "6"}\}$, $B = \{\text{atvirtusių akučių suma} > 9\}$. Raskite $P(B|A)$.

76. Tegū A ir B yra nesutaikomi įvykiai, $P(A), P(B) > 0$. Kam lygi tikimybė $P(A|B)$?

77. A ir B yra du atsitiktiniai įvykiai, $A \subset B$. Kam lygi tikimybė $P(A|B)$?

78. A ir B yra du atsitiktiniai įvykiai, $A \subset B$. Kam lygi tikimybė $P(B|A)$?

79. Įrodykite, kad atsitiktiniams įvykiams A, C $P(C) > 0$ teisinga lygybė $P(A|C) + P(A^c|C) = 1$.

80. Įrodykite, kad $P(A^c|B) = 1 - P(A|B)$.

81. Tegū A, B, C - atsitiktiniai įvykiai, $A \subset B, P(C) > 0$. Įrodykite, kad $P(A|C) \leq P(B|C)$.

82. Tegū $P(A), P(A^c) > 0$. Kam lygios tikimybės $P(A|A), P(A^c|A), P(A|A^c)$?

83. Kokias lygybes reiktų patikrinti, norint įrodyti, kad įvykiai A, B, C sudaro nepriklausomų įvykių sistemą?

84. Įvykiai A ir B yra nepriklausomi, $P(B) > 0, P(A) = 0,25$. Kam lygi tikimybė $P(A^c|B)$?

85. Įvykiai A ir B yra nepriklausomi, $P(B) = 0,3, P(A) = 0,25$. Kam lygi tikimybė $P(A^c|B^c)$?

86. Pasinaudokite tikimybių sandaugos formule ir išreikškite tikimybę $P(A \cap B \cap C)$ sąlyginėmis tikimybėmis. Kiek yra būdų tai padaryti?

87. Tikimybė, kad krepšininkas pataikys pirmąjį metimą lygi 0,5. Jeigu krepšininkas pataikė pirmąjį metimą, tai tikimybė, kad pataikys ir antrąjį padidėja 1,1 karto. Jeigu du metimai iš eilės buvo taiklūs, tai tikimybė, kad pataikys ir trečiąjį padidėja 1,2 karto lyginant su taiklaus pirmojo metimo tikimybe. Kokia tikimybė, kad krepšininkas pataikys tris kartus iš eilės?

88. Urnoje yra du balti ir trys juodi rutuliai. Atsitiktinai ištraukus rutulį atgal į urną įdedami du tos pačios spalvos rutuliai. Kokia tikimybė, kad taip traukiant du rutulius pirmasis bus baltas, o antrasis juodas?

89. Tikimybių sandaugos formulė: $P(A \cap B \cap C) = P(B)P(A|B)P(C|A \cap B)$. Užrašykite tikimybę $P(A \cap B \cap C)$ sąlyginių tikimybių sandauga dar vienu būdu.

90. Urnoje yra dviejų spalvų rutuliai: 2 balti ir 3 juodi arba 2 juodi ir trys balti. Abu atvejai vienodai tikėtini. Užrašykite pilnosios tikimybės formulę įvykio

$$A = \{\text{atsitiktinai ištrauktas rutulys bus baltas}\}$$

tikimybei apskaičiuoti.

91. Užrašykite įvykio pilnosios tikimybės formulę įvykio A tikimybei, kai galimos dvi hipotezės H_1 ir H_2 . Supaprastinkite užrašytąją formulę pasinaudodami tuo, kad įvykiai A ir H_1 yra nepriklausomi.

92. Užrašykite pilnosios tikimybės formulę įvykiui A , kai yra dvi hipotezės: įvykis B ir jam priešingas įvykis, $P(B > 0)$.

93. Užrašykite įvykio pilnosios tikimybės formulę įvykio A tikimybei, kai galimos dvi hipotezės H_1 ir H_2 . Įrodykite, kad $P(A) < P(A|H_1) + P(A|H_2)$.

94. Užrašykite įvykio pilnosios tikimybės formulę įvykio A tikimybei, kai galimos dvi hipotezės H_1 ir H_2 . Tegū $P(A|H_1) > P(A|H_2)$. Įrodykite, kad $P(A) > P(A|H_2)$.

95. Duoti įvykiai B, C , tokie, kad visiems įvykiams A teisinga lygybė

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|C)P(C)?$$

















Įrašykite į lygybę $A = \Omega$, $A = B$ ir pasisinaudoję jomis nustatykite įvykių A, B savybes.

96. Atlikus bandymą gali įvykti du nesutaikomi įvykiai (hipotezės) H_1 ir H_2 , $P(H_1 = 0,3)$. Žinoma, kad $P(A|H_1) = 0,4$, $P(A|H_2) = 0,25$. Jeigu sužinotume, kad atlikus bandymą įvyko įvykis A , bet nežinotume, kuris iš įvykių H_1, H_2 įvyko, kaip galėtume nuspręsti, kuris iš jų yra labiau tikėtinas?


97. Tegū A ir B yra du su tuo pačiu bandymu susiję įvykiai, $P(B) = 0,4$, $P(A|B) = 0,6$, $P(A|B^c) = 0,5$. Jeigu sužinotume, kad įvykis A įvyko, bet nežinotume, ar įvyko B ar B^c , kaip galėtume nuspręsti, kuris iš šių įvykių yra labiau tikėtinas?


98. Atliekama n , ($n \geq 5$) Bernulio schemos bandymų, S_n yra gautų sėkmių skaičius. Kaip užrašoma baigtis Bernulio schemeje? Kiek palankių baigčių turi įvykis $\{S_n = 5\}$?


99. Atliekama n , ($n \geq 5$) Bernulio schemos bandymų. Kiek palankių baigčių turi įvykis $\{\text{patirtos 4 nesėkmės}\}$?

-  **100.** Atliekama $n = 5$ Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme $p = 0.2$. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymus patirsime $m = 2$ nesėkmes?
-  **101.** Atliekama $n = 5$ Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme $p = 0.2$, S_n yra sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį tikimybei $P(2 \leq S_n \leq 4)$ apskaičiuoti.
-  **102.** Atliekama $n = 7$ Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme $p = 0.2$, S_n yra sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį tikimybei $P(5 \leq S_n \text{ arba } S_n \leq 2)$ apskaičiuoti.
-  **103.** Atliekama $n = 5$ Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme $p = 0.3$. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymus patirsime nemažiau kaip 4 sėkmes?
-  **104.** Atliekama $n = 5$ Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme $p = 0.3$. Kokia tikimybė, kad atlikę bandymus patirsime bent dvi nesėkmes?
-  **105.** Atliekama $n = 15$ Bernulio schemos bandymų, sėkmės tikimybė viename bandyme $p = 0.3$. Koks labiausiai tikėtinas sėkmių skaičius?
-  **106.** Atliekama $n = 20$ Bernulio schemos bandymų, nesėkmės tikimybė viename bandyme 0.4. Koks labiausiai tikėtinas nesėkmių skaičius?
-  **107.** Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės $p_1 = 0.2, p_2 = 0.3, p_3 = 0.5$, bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3 . Apskaičiuokite tikimybę $P(S_1 = 2, S_2 = 1, S_3 = 3)$.
-  **108.** Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės $p_1 = 0.2, p_2 = 0.3$ bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3 . Užrašykite reiškinį tikimybei $P(S_1 = 2, S_3 = 2)$ apskaičiuoti.
-  **109.** Atliekami penki polinominės schemos bandymai, kiekviename bandyme galimos trys baigtys, baigčių tikimybės $p_1 = 0.2, p_2 = 0.3$ bandymų serijoje gauti sėkmių skaičiai S_1, S_2, S_3 . Užrašykite reiškinį tikimybei $P(S_1 = 2, S_2 \leq 2)$ apskaičiuoti.
-  **110.** Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 2)$?
-  **111.** Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1, P(\xi = 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 2)$?
-  **112.** Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.1, P(\xi \geq 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė $P(\xi = 1)$?
-  **113.** Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_\xi(0.5)$?
-  **114.** Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_\xi(1.5)$?
-  **115.** Atsitiktinis dydis ξ įgyja dvi reikšmes: 0 ir 1, $P(\xi = 0) = 0.2$. Kiek trūkio taškų turi šio atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kokiame taške trūkis didžiausias?
- 116.** Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominę dėsnį: $\xi \sim \mathcal{B}(5, 0.2)$. Kiek trūkio taškų turi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kuriame taške trūkis didžiausias?

117. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \sim \mathcal{B}(5, 0.3)$. Apskaičiuokite pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_{\xi}(1.5)$.


 **118.** Bernulio schemos bandymai su sėkmės tikimybe $p = 0.3$ atliekami iki pirmos sėkmės. Kokia tikimybė, kad patirsime tris nesėkmes?

 **119.** Bernulio schemos bandymai su sėkmės tikimybe $p = 0.3$ atliekami iki pirmos nesėkmės. Kokia tikimybė, kad gausime lygiai tris sėkmes?

 **120.** Bernulio schemos bandymų skaičius $n = 500$, sėkmės tikimybė $p = 0.01$, S_n – sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį apytikslei tikimybės $P(S_n = 4)$ reikšmei rasti naudojantis Puasono teorema.

121. Bernulio schemos bandymų skaičius $n = 5000$, sėkmės tikimybė $p = 0.001$, S_n – sėkmių skaičius. Užrašykite reiškinį apytikslei tikimybės $P(S_n = 6)$ reikšmei rasti naudojantis Puasono teorema.

122. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: $\xi \in \mathcal{P}(4)$. Kaip apskaičiuoti pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_{\xi}(1.5)$?

 **123.** Tegu n yra Bernulio schemos bandymų skaičius t - sėkmės tikimybė, X_n – sėkmių skaičius. Įstaikite klaidas tokiam teiginyje: „Naudojantis Muavro-Laplaso teorema galime rasti apytiksles tikimybių

$$P\left(\frac{X_n - n}{\sqrt{t(1+t)}} < x\right)$$

reikšmes.”

124. Tegu n yra Bernulio schemos bandymų skaičius s - sėkmės tikimybė, Y_n – sėkmių skaičius. Įstaikite klaidas tokiam teiginyje: „Naudojantis Muavro-Laplaso teorema galime rasti apytiksles tikimybių


$$P\left(\frac{Y_n - s}{\sqrt{s(s-1)}} < x\right)$$

reikšmes.”

125. Tegu n yra Bernulio schemos bandymų skaičius z - sėkmės tikimybė, Z_n – sėkmių skaičius. Įstaikite klaidas tokiam teiginyje: „Naudojantis Muavro-Laplaso teorema galime rasti apytiksles tikimybių

$$P\left(\frac{Z_n + zn}{\sqrt{z(z+1)}} < x\right)$$

reikšmes.”

 **126.** Tarkime ξ yra tolygiai intervale $[1; 2]$ pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_{\xi}(1.3)$, $F_{\xi}(1.5)$?

127. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2$, $P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 2)$?

128. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1, P(\xi = 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė $P(\xi \geq 2)$?

129. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.1, P(\xi \geq 2) = 0.2$. Kam lygi tikimybė $P(\xi = 1)$?

130. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_\xi(0.5)$?

131. Atsitiktinis dydis ξ įgyja sveikas neneigiamas reikšmes, $P(\xi = 0) = 0.2, P(\xi = 1) = 0.1$. Kam lygi atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_\xi(1.5)$?

132. Atsitiktinis dydis ξ įgyja dvi reikšmes: 0 ir 1, $P(\xi = 0) = 0.2$. Kiek trūkio taškų turi šio atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kokiame taške trūkis didžiausias?


133. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \sim \mathcal{B}(5, 0.2)$. Kiek trūkio taškų turi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos grafikas ir kuriame taške trūkis didžiausias?

134. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal binominį dėsnį: $\xi \sim \mathcal{B}(5, 0.3)$. Apskaičiuokite pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_\xi(1.5)$.


135. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: $\xi \sim \mathcal{P}(4)$. Kaip apskaičiuoti pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_\xi(1.5)$?


136. Atsitiktinis dydis ξ pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį: $\xi \sim \mathcal{P}(3)$. Kaip apskaičiuoti pasiskirstymo funkcijos reikšmę $F_\xi(2.5)$?


137. Tarkime ξ yra tolygiai intervale $[1; 2]$ pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_\xi(1.3), F_\xi(1.5)$?

 **138.** Tarkime ξ yra tolygiai intervale $[3; 5]$ pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_\xi(3.5), F_\xi(4.5)$?


139. Tarkime ξ yra tolygiai intervale $[-1; 5]$ pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Kam lygios tankio ir pasiskirstymo funkcijos reikšmės $p_\xi(0), F_\xi(1)$?

 **140.** Tarkime ξ yra tolygiai intervale $[-1; 5]$ pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Raskite šio dydžio $\alpha = 0.25$ eilės kvantilį.

 **141.** Tarkime ξ yra tolygiai intervale $[-1; 5]$ pasiskirstęs atsitiktinis dydis. Raskite šio dydžio $\alpha = 0.25$ eilės kritinę.

 **142.** Tarkime ξ yra eksponentinis atsitiktinis dydis, $\xi \sim \mathcal{E}(2)$. Raskite šio dydžio $\alpha = 0.25$ eilės kvantilį.

143. Tarkime ξ yra eksponentinis atsitiktinis dydis, $\xi \sim \mathcal{E}(2)$. Raskite šio dydžio $\alpha = 0.25$ eilės kritinę.

 **144.** Žinome, kad diskretūs atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi, be to


$$P(X = 0, Y = 0) = 0.125, \quad P(X = 0, Y = 1) = 0.25.$$

Kam lygus tikimybių santykis $P(Y = 0)/P(Y = 1)$?


145. Žinome, kad diskretūs atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi, be to


$$P(X = 1, Y = 0) = 0.25, \quad P(X = 0, Y = 0) = 0.125.$$


Kam lygus tikimybių santykis $P(X = 0)/P(X = 1)$?


 **146.** Atsitiktinis dydis X tolygiai pasiskirstęs intervale $[0;1]$; atsitiktiniai dydžiai X ir Y nepriklausomi, $P(X < 0.5, Y > 2) = 0.25$. Kam lygios tikimybės $P(Y > 2), P(Y \leq 2)$?

147. Atsitiktinis dydis X tolygiai pasiskirstęs intervale $[0;2]$; atsitiktiniai dydžiai X ir Y nepriklausomi, $P(X < 1, Y > 3) = 0.125$. Kam lygios tikimybės $P(Y > 3), P(Y \leq 3)$?


 **148.** Atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervaluose $[0;1]$ ir $[0;2]$; Kam lygi atsitiktinio vektoriaus $Z = \langle X, Y \rangle$ pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_Z(0.5, 1)$?

 **149.** Atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervaluose $[0;1]$ ir $[0;3]$; Kam lygi atsitiktinio vektoriaus $Z = \langle X, Y \rangle$ pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_Z(0.25, 2)$?


 **150.** Atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervaluose $[0;1]$ ir $[0;2]$; Kam lygi atsitiktinio vektoriaus $Z = \langle X, Y \rangle$ tankio funkcijos reikšmė $p_Z(0.5, 1)$?


 **151.** Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, $X_1 \sim \mathcal{P}(1), X_2 \sim \mathcal{P}(1); Y_1 = X_1^2, Y_2 = X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1 = 4, Y_2 = 9)$?

152. Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, $X_1 \sim \mathcal{P}(2), X_2 \sim \mathcal{P}(3); Y_1 = X_1^2, Y_2 = X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1 = 1, Y_2 = 4)$?

 **153.** Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, $X_1 \sim \mathcal{P}(1), X_2 \sim \mathcal{B}(6, 0.4); Y_1 = X_1^2, Y_2 = X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1 = 4, Y_2 = 9)$?


154. Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, $X_1 \sim \mathcal{B}(4, 0.2), X_2 \sim \mathcal{B}(5, 0.3); Y_1 = X_1^2, Y_2 = X_2^2$. Kam lygi tikimybė $P(Y_1 = 1, Y_2 = 4)$?


 **155.** Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, X_3 yra nepriklausomi, $\mathbf{E}X_1 = a, \mathbf{E}X_2 = b, \mathbf{E}X_3 = c$. Kam lygus vidurkis $\mathbf{E}[X_1X_2 + X_3]$?


 **156.** Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, X_3 yra nepriklausomi, $\mathbf{E}X_1 = u, \mathbf{E}X_2 = v, \mathbf{E}X_3 = w$. Kam lygus vidurkis $\mathbf{E}[X_1X_2 + X_1X_3]$?


 **157.** Atsitiktinis dydis X įgyja tik dvi reikšmes: 0 ir 1, $P(X = 1) = p$. Raskite vidurkį $\mathbf{E}[\cos(\pi X)]$.

 **158.** Atsitiktinis dydis X įgyja tik dvi reikšmes: 0 ir 1, $P(X = 1) = p$. Raskite vidurkį $\mathbf{E}X^5$.

 **159.** Atsitiktinis dydis X su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: $-1, 0$ ir 1 . Raskite vidurkį $\mathbf{E}[\sin(X)]$.

 **160.** Atsitiktinis dydis X su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: $-1, 0$ ir 1 . Raskite vidurkį $\mathbf{E}[X^2]$.

 **161.** Atsitiktinis dydis X su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: $-1, 0$ ir 1 ; $Y \sim \mathcal{P}(4)$, atsitiktiniai dydžiai X, Y yra nepriklausomi. Kam lygus vidurkis $\mathbf{E}[X^2Y]$?

 **162.** Atsitiktinis dydis X su vienodomis tikimybėmis įgyja tris reikšmes: $-1, 0$ ir 1 ; $Y \sim \mathcal{B}(5, 0.1)$, atsitiktiniai dydžiai X, Y yra nepriklausomi. Kam lygus vidurkis $\mathbf{E}[|X|Y]$?

 **163.** Tegu X_1, X_2 yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, $X_1 \sim \mathcal{P}(2)$, $\mathbf{E}X_1X_2 = 6$. Kam lygus vidurkis $\mathbf{E}X_2$?

164. Absoliučiai tolydaus atsitiktinio dydžio X , turinčio tankį $p(x)$ vidurkis skaičiuojamas naudojantis formule

$$\mathbf{E}X = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx.$$

Pakeiskite šią formulę taip, kad ji tiktų atsitiktinio dydžio $Y = X^3$ vidurkiui skaičiuoti.

165. Absoliučiai tolydaus atsitiktinio dydžio X , turinčio tankį $p(u)$, vidurkis skaičiuojamas naudojantis formule

$$\mathbf{E}X = \int_{-\infty}^{\infty} up(u)du.$$

Pakeiskite šią formulę taip, kad ji tiktų atsitiktinio dydžio $Y = \sin(X)$ vidurkiui skaičiuoti.

166. Absoliučiai tolydaus atsitiktinio dydžio X , turinčio tankį $p(u)$ vidurkis skaičiuojamas naudojantis formule


$$\mathbf{E}X = \int_{-\infty}^{\infty} up(u)du.$$


Pakeiskite šią formulę taip, kad ji tiktų atsitiktinio dydžio $Y = \sqrt[3]{\cos(X)}$ vidurkiui skaičiuoti.


167. Atsitiktinio dydžio X , pasiskirsčiusio pagal normalųjį dėsnį, vidurkis lygus 1, o dispersija 2. Užrašykite tokio dydžio tankio funkciją.


 **168.** Atlikus 10 Bernulio schemas bandymų vidutiniškai gaunamos 7 sėkmės. Kokia sėkmės tikimybė viename bandyme?


169. Atlikus 12 Bernulio schemas bandymų vidutiniškai gaunamos 8 sėkmės. Kokia sėkmės tikimybė viename bandyme?


 **170.** Atsitiktinio dydžio X , pasiskirsčiusio pagal Puasono dėsnį vidurkis lygus 2. Kokia tikimybė, kad šis dydis įgys reikšmę $X = 3$?

 **171.** Atsitiktiniai dydžiai X ir Y pasiskirstę atitinkamai pagal Puasono ir normalųjį dėsnius: $X \sim \mathcal{P}(3)$, $Y \sim \mathcal{N}(2, 1)$. Kam lygus vidurkis $\mathbf{E}[X + 3Y]$?

 **172.** Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai X ir Y pasiskirstę atitinkamai pagal Puasono ir normalųjį dėsnius: $X \sim \mathcal{P}(3)$, $Y \sim \mathcal{N}(2, 1)$. Kam lygi dispersija $\mathbf{D}[X + 3Y]$?

 **173.** Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai X ir Y pasiskirstę tolygiai atitinkamai intervaluose $[0; 1]$ ir $[0; 2]$. Kam lygi dispersija $\mathbf{D}[X + 2Y]$?

 **174.** Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai X ir Y pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį $\mathcal{N}(0, 1)$. Kam lygi atsitiktinio dydžio $Z = X - Y$ dispersija?

 **175.** Atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal binominį dėsnį $\mathcal{B}(10, 0.3)$, atsitiktinis dydis – pagal Puasono dėsnį $\mathcal{P}(3)$. Atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi. Kam lygi atsitiktinio dydžio $Z = X + 2Y$ dispersija?

176. Atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal binominį dėsnį $\mathcal{B}(10, 0.3)$. Naudodamiesi tuo, kad $\mathbf{D}X$ reikšmę žinote, raskite $\mathbf{E}X^2$.

177. Atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal Puasono dėsnį $\mathcal{B}(5)$. Naudodamiesi tuo, kad $\mathbf{D}X$ reikšmę žinote, raskite $\mathbf{E}X^2$.



178. Atsitiktinio dydžio X vidurkis lygus 1, o dispersija 0. Kam lygi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_X(1.5)$?



179. Atsitiktinio dydžio X vidurkis lygus 2, o dispersija 0. Kam lygi šio dydžio pasiskirstymo funkcijos reikšmė $F_X(1)$?

180. Atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį $\mathcal{N}(0, 1)$, o dydis Y – pagal dėsnį $\mathcal{N}(0, 2)$.

181. Raskite dispersijų skirtumą $\mathbf{D}[2X] - \mathbf{D}[\frac{1}{2}Y]$.



182. Užrašykite Čebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui $X \sim \mathcal{N}(0; 1)$.

183. Užrašykite Čebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui $X \sim \mathcal{N}(1; 2)$.

184. Užrašykite Čebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui $X \sim \mathcal{B}(10; 0, 2)$.

185. Užrašykite Čebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui $X \sim \mathcal{P}(2)$.

186. Užrašykite Čebyšovo nelygybę atsitiktiniam dydžiui $X \sim \mathcal{P}(3)$.

187. Užrašykite Čebyšovo nelygybę intervale $[0; 2]$ tolygiai pasiskirsčiusiam atsitiktiniam dydžiui.



188. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi, vienodai pasiskirstę ir turi vidurkių $\mathbf{E}X_1 = \mathbf{E}X_2 = \dots = a$. Kam lygi riba

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - a\right| > 0.1\right)?$$



189. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi, vienodai pasiskirstę ir turi vidurkių $\mathbf{E}X_1 = \mathbf{E}X_2 = \dots = a$. Kam lygi riba

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - a\right| < 0.1\right)?$$

190. Ištaisykite klaidas (ir tik klaidas!) tokiaime teiginyje: *jei X_1, X_2, \dots ir vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai, turintys vidurkį a , tai*

$$P\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - a\right| > 0.3\right) \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$

Ištaisykite klaidas (ir tik klaidas!) tokiaime teiginyje: *jei X_1, X_2, \dots ir vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai, turintys vidurkį a , tai*

$$P\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - a\right| < 0.5\right) \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$



191. Atsitiktiniai dydžiai X ir Y yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal normaliuosius dėsnius $\mathcal{N}(1, 4), \mathcal{N}(1, 9)$. Pagal kokį dėsnį pasiskirstęs atsitiktinis dydis $Z = X + Y$?

192. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal normaliuosius dėsnius $\mathcal{N}(0, 4), \mathcal{N}(1, 1)$. Pagal kokį dėsnį pasiskirstęs atsitiktinis dydis $Y = X_1 + X_2$?

193. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal Puasono dėsnius $\mathcal{P}(4), \mathcal{P}(1)$. Pagal kokį dėsnį pasiskirstęs atsitiktinis dydis $Y = X_1 + X_2$?

194. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal dėsnius $\mathcal{P}(4), \mathcal{P}(1)$. Užrašykite atsitiktinio dydžio $Y = X_1 + X_2$ charakteringąją funkciją.



195. Atsitiktiniai dydžiai X_1 ir X_2 yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal dėsnius $\mathcal{P}(4), \mathcal{N}(0, 1)$. Užrašykite atsitiktinio dydžio $Y = X_1 + X_2$ charakteringąją funkciją.

196. Atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal dėsnį $\mathcal{P}(4)$. Kam lygi jo charakteringosios funkcijos reikšmė $\phi_X(1)$?

197. Atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal dėsnį $\mathcal{N}(0, 4)$. Kam lygi jo charakteringosios funkcijos reikšmė $\phi_X(1)$? Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę. Visi jie įgyja tik dvi reikšmes:

$$P(X_i = 0) = p, \quad P(X_i = 1) = q, \quad 0 < p < 1.$$

Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

198. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį Puasono dėsnį $\mathcal{P}(4)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

199. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį Puasono dėsnį $\mathcal{P}(3)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

200. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį Puasono dėsnį $\mathcal{P}(2)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

201. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį Puasono dėsnį $\mathcal{P}(6)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

202. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį normalųjį dėsnį $\mathcal{N}(1, 4)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

203. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį normalųjį dėsnį $\mathcal{N}(2, 9)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

204. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį normalųjį dėsnį $\mathcal{N}(-2, 9)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje

įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

205. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervale $[1; 9]$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

206. Atsitiktiniai dydžiai Y_1, Y_2, \dots yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervale $[-1; 7]$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

207. Atsitiktiniai dydžiai Z_1, Z_2, \dots yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę intervale $[-3; 7]$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).

208. Atsitiktiniai dydžiai X_1, X_2, \dots yra nepriklausomi ir pasiskirstę pagal tą patį binominį dėsnį $\mathcal{B}(10, 0.5)$. Suformuluokite šiems dydžiams centrinę ribinę teoremą (formuluotėje įrašykite apskaičiuotas vidurkio ir dispersijos reikšmes).



209. Kas yra imties variacinė eilutė? Paašškinkite pavyzdžiu.



210. Kas yra imties vidurkis ir dispersija? Užrašykite formules jiems skaičiuoti.



211. Paašškinkite, kas yra nežinomo parametro pasikliautinis intervalas su pasiklivimo lygmeniu Q .



212. Paašškinkite, kokie atsitiktiniai dydžiai pasiskirstę pagal chi-kvadrat dėsnį su n laisvės laipsnių. Nubrėžkite tokių dydžių tankio grafiko eskizą.

213. Paašškinkite, kokie atsitiktiniai dydžiai pasiskirstę pagal Studento dėsnį su n laisvės laipsnių. Nubrėžkite tokių dydžių tankio grafiko eskizą.

214. Kaip konstruojamas normaliojo dydžio vidurkio pasikliautinis intervalas su pasiklivimo lygmeniu Q , kai dispersija yra žinoma?

215. Kaip konstruojamas normaliojo dydžio vidurkio pasikliautinis intervalas su pasiklivimo lygmeniu Q , kai dispersija yra nežinoma?

216. Kaip formuluojamas statistinių hipotezių tikrinimo uždavinys?

217. Pagrindinė hipotezė H_0 : programų sistemų studentai ir bioinformatikai vienodai gerai išmano tikimybių teoriją; alternatyvi hipotezė H_1 : bioinformatikai tikimybių teoriją išmano geriau. Kokiu atveju padarytume pirmos rūšies klaidą?

218. Pagrindinė hipotezė H_0 : programų sistemų studentai ir bioinformatikai vienodai gerai išmano tikimybių teoriją; alternatyvi hipotezė H_1 : bioinformatikai tikimybių teoriją išmano geriau. Kokiu atveju padarytume antros rūšies klaidą?

219. Jeigu 100 kartų tikrintume hipotezę H_0 : „studentas nepakankamai gerai išmano tikimybių teoriją“ su alternatyva H_1 : „studentas tikimybių teoriją išmano gerai“, o reikšmingumo lygmuo būtų $\alpha = 0,2$, maždaug kiek neišmanėlių pripažintume gerais tikimybių teorijos žinovais?

220. Kaip sudaromas hipotezių $H_0 : a = a_0, H_0 : a \neq a_0$ apie normaliojo dydžio vidurkį su reikšmingumo lygmeniu α tikrinimo kriterijus, kai dispersija žinoma?

- 221.** Kaip sudararomas hipotezių $\mathbf{H}_0 : a = a_0, \mathbf{H}_0 : a \neq a_0$ apie normaliojo dydžio vidurkį su reikšmingumo lygmeniu α tikrinimo kriterijus, kai dispersija nežinoma?
- 222.** Kaip sudararomas hipotezių $\mathbf{H}_0 : a = a_0, \mathbf{H}_0 : a > a_0$ apie normaliojo dydžio vidurkį su reikšmingumo lygmeniu α tikrinimo kriterijus, kai dispersija žinoma?
- 223.** Kaip sudararomas hipotezių $\mathbf{H}_0 : a = a_0, \mathbf{H}_0 : a > a_0$ apie normaliojo dydžio vidurkį su reikšmingumo lygmeniu α tikrinimo kriterijus, kai dispersija nežinoma?
- 224.** Kaip remiantis CRT sudaromas kriterijus hipotezėms apie proporcijas $\mathbf{H}_0 : p = p_0, \mathbf{H}_0 : p \neq p_0$ su reikšmingumo lygmeniu α tikrinti?
- 225.** Kaip remiantis CRT sudaromas kriterijus hipotezėms apie proporcijas $\mathbf{H}_0 : p = p_0, \mathbf{H}_0 : p \geq p_0$ su reikšmingumo lygmeniu α tikrinti?
- 226.** Kaip remiantis CRT sudaromas kriterijus hipotezėms apie proporcijas $\mathbf{H}_0 : p = p_0, \mathbf{H}_0 : p \leq p_0$ su reikšmingumo lygmeniu α tikrinti?