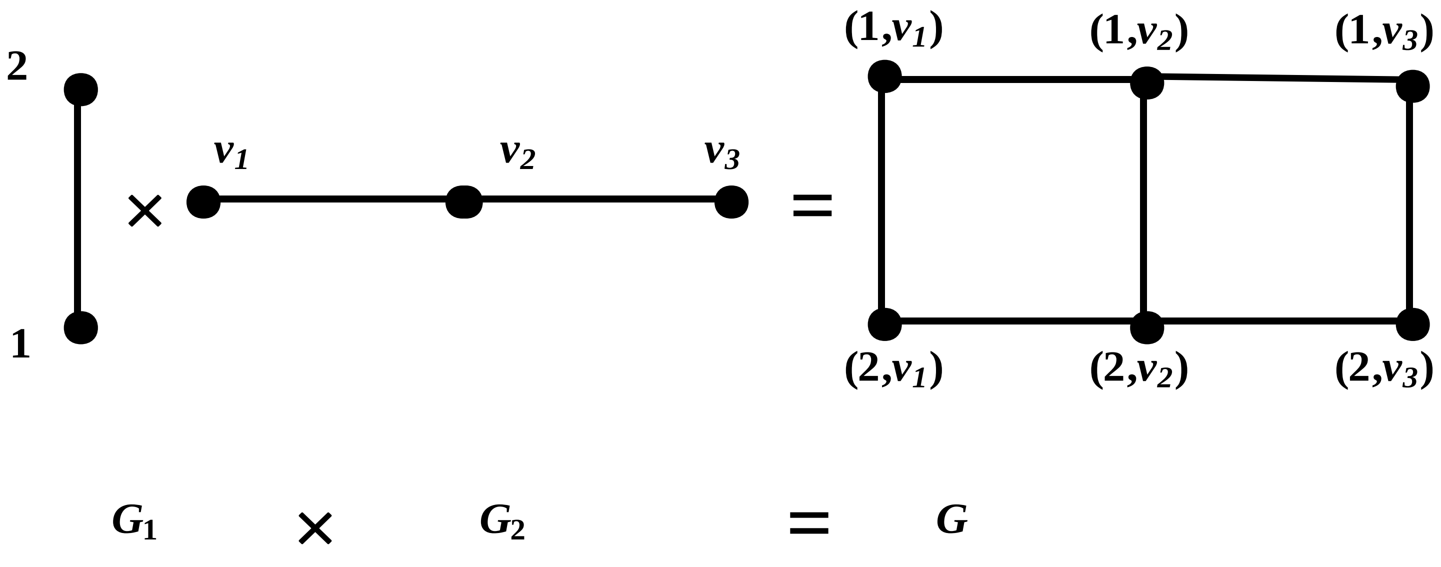
6. Veiksmai su grafais II

Grafų teorija

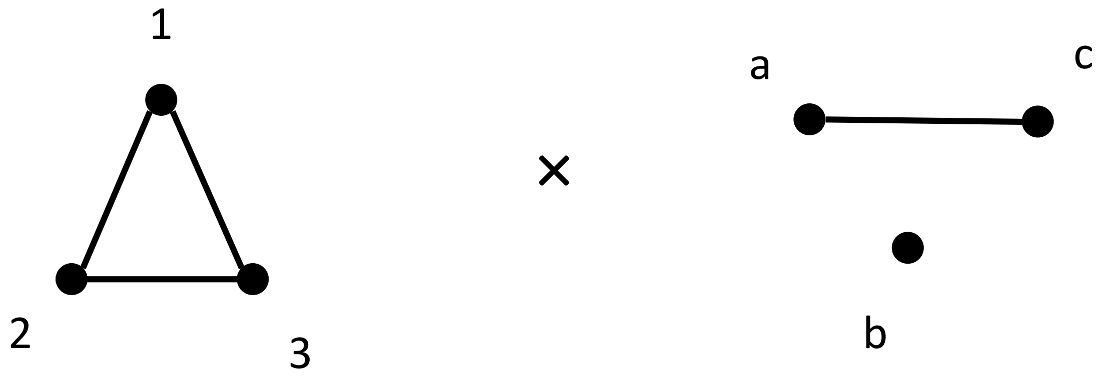
Vytautas Traškevičius
VU MIF, 2016 m.

Grafų sandauga

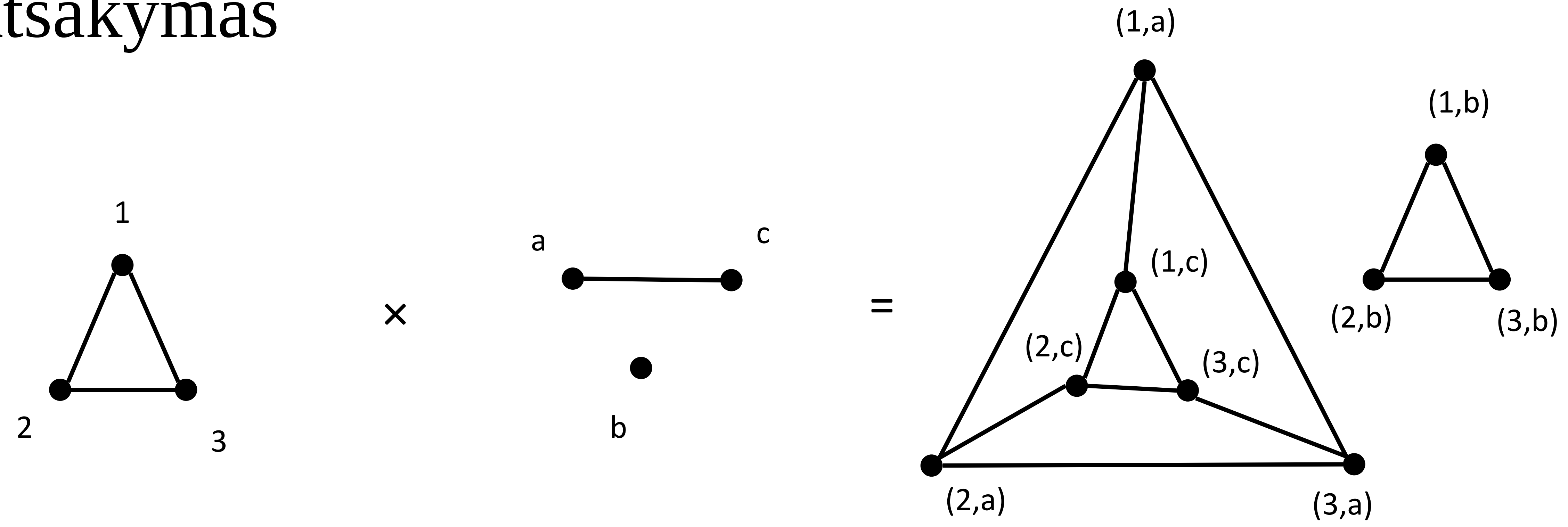
- $G=G_1\times G_{2,}\ G=(V,U)$
- $G_1=(V_1,U_1)$, $G_2=(V_2,U_2)$
  - $V=V_1\times V_2$ - aibių Dekarto sandauga
- Briauna jungia viršūnę (a,b) su viršūne (c,d), jei:
  - $a=c$ ir $(b,d)\in U_2$ arba
  - $b=d$ ir $(a,c)\in U_1$.
- Viršūnių skaičius $|V|=|V_1|\cdot|V_2|$
- Briaunų skaičius $|U|=|V_1|\cdot|U_2|+|V_2|\cdot|U_1|$



Užd. Raskite grafų sandaugą

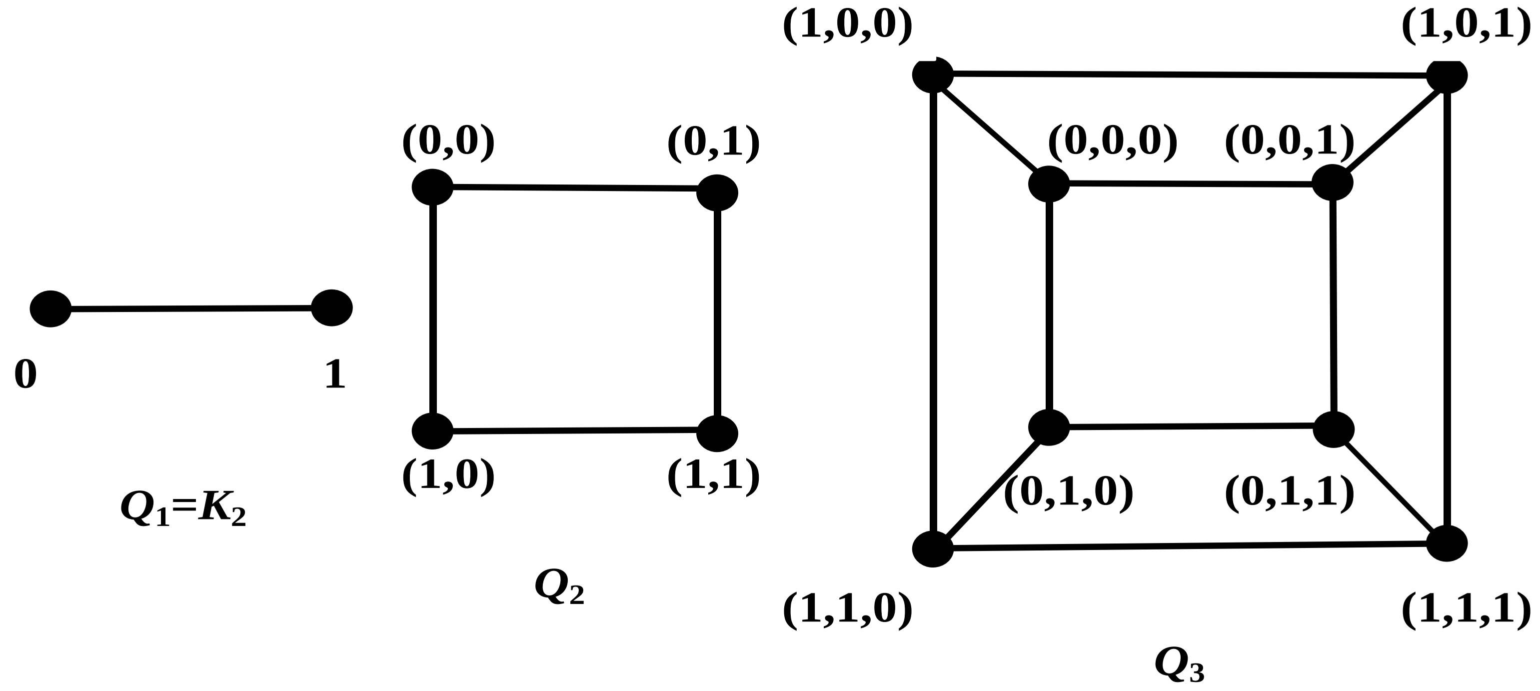


Atsakymas



N-mačiai kubai

- Žymimi simboliu Q_n
- $Q_1=K_2$ (K_2 – pilnasis 2 viršūnių grafas)
- $Q_n=K_2\times Q_{n-1}$, $n>1$
- Viršūnių skaičius $|Q_n|=2^n$
- Briaunų skaičius $m=n\cdot 2^{n-1}$



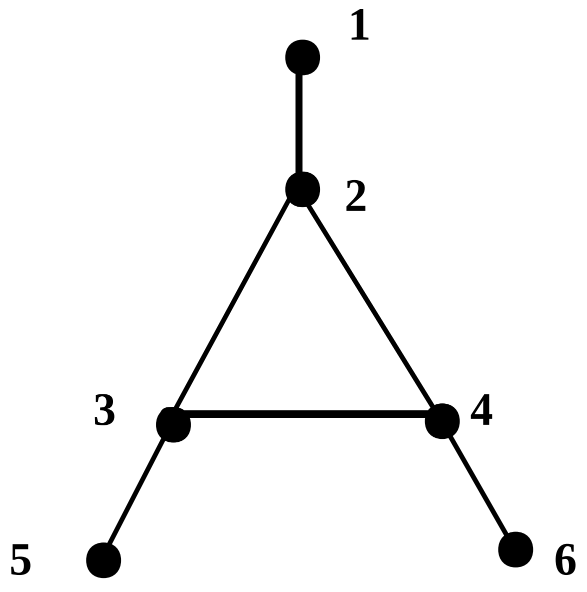
Užd. Kiek viršūnių ir kiek briaunų turi septynmatis kubas Q_7?

Atsakymas

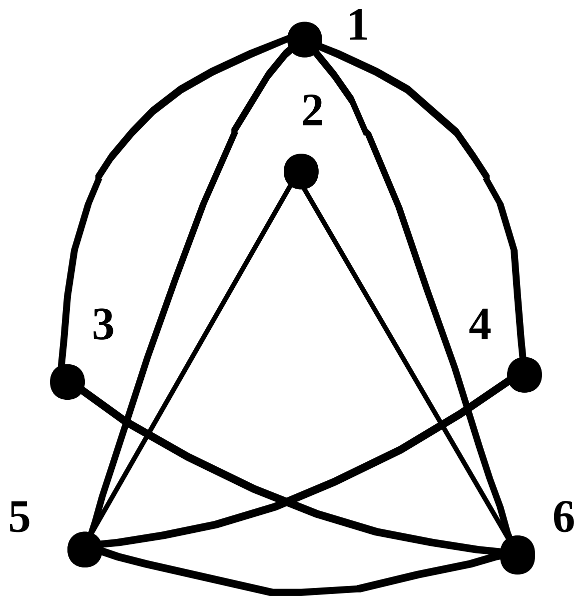
- Viršūnių skaičius: 2^7
- Briaunų skaičius: $7 \cdot 2^6$

Papildomasis grafas

- Grafas $H=(V,U_H)$ yra grafo $G=(V,U_G)$ papildomasis grafas, jei
  1. $G \cup H = K_n$
  2. $U_H \cap U_G = \varnothing$
- *H* papildo grafą *G* iki pilnojo grafo
- Viršūnių aibė *V* ta pati

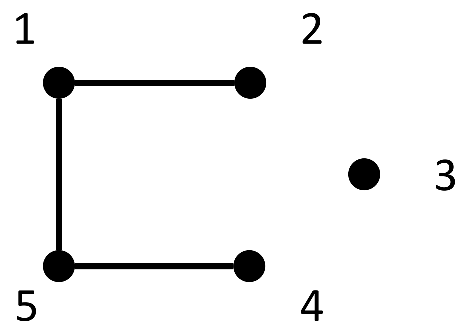


G

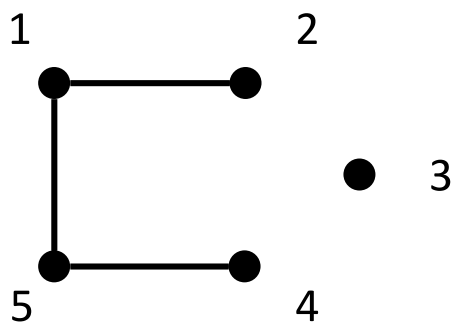


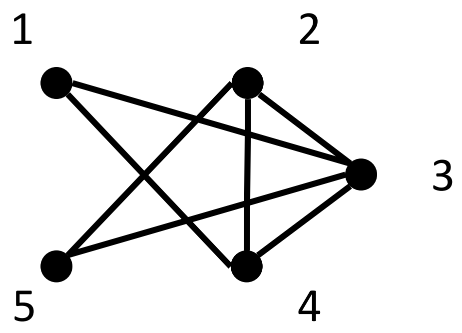
H

Užd. Raskite grafo papildomąjį grafą



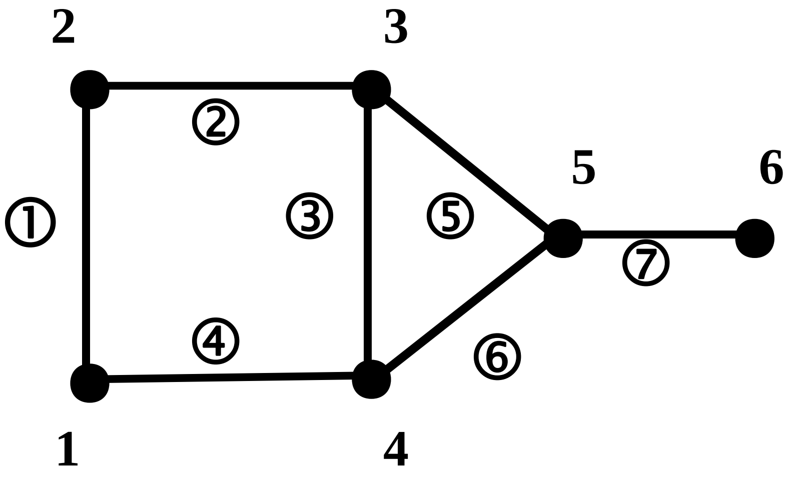
Atsakymas



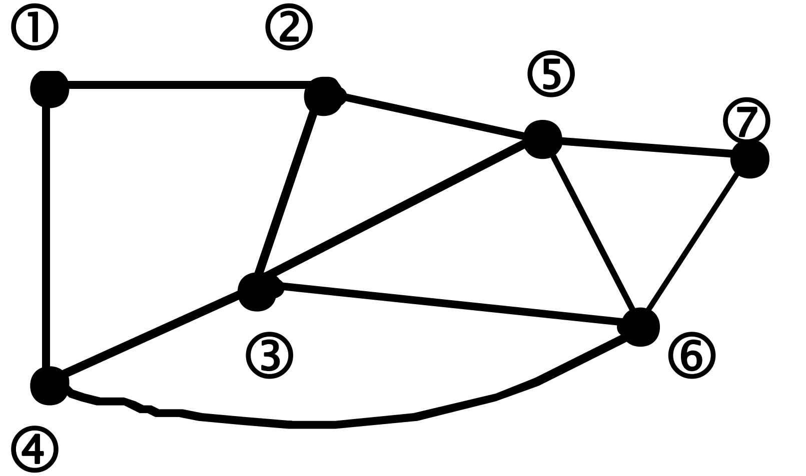


Briauninis grafas

- Grafo $G=(V,U)$ briauninis grafas $H=(A,B)$:
  - Kiekviena grafo H viršūnė vaizduoja (atitinka) grafo G briauną
  - viršūnės $a_1 \in A$ ir $a_2 \in A$ jungiamos briauna, jeigu toms viršūnėms atitinkančios grafo G briaunos yra gretimos



G

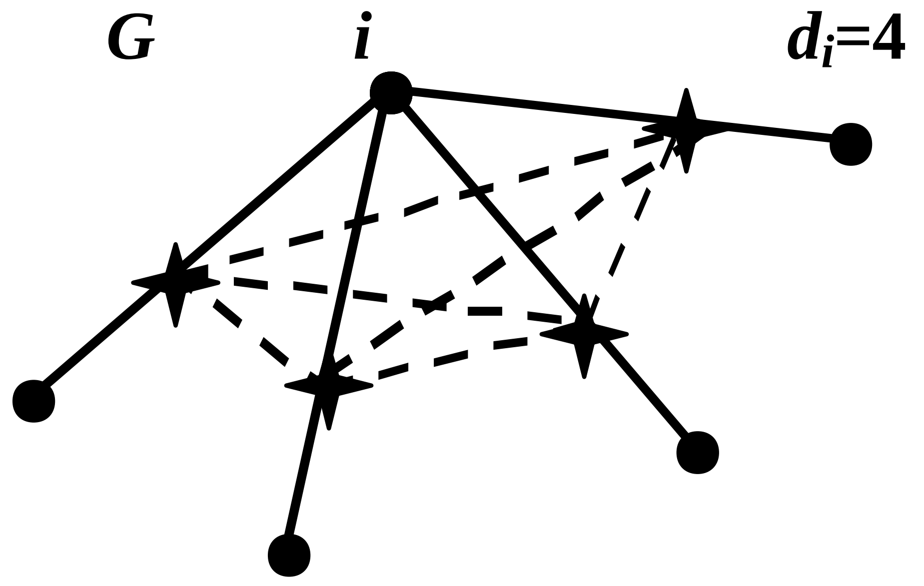


H

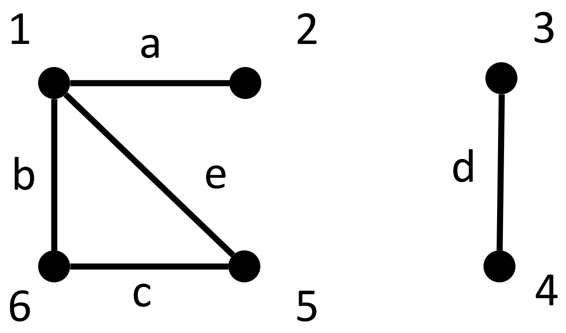
Briauninis grafas

- *G* yra (*n*,*m*) – grafas
- $d_1, d_2, \ldots d_n$ – grafo *G* viršūnių laipsnių seka
- Tada grafo *G* briauninis grafas *H* yra (*m*,*l*) – grafas

$$l = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - m$$



Užd. Raskite grafo briauninį grafą

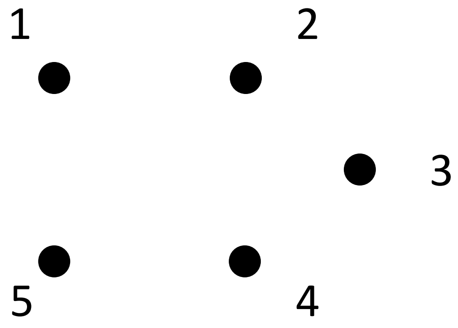


Atsakymas

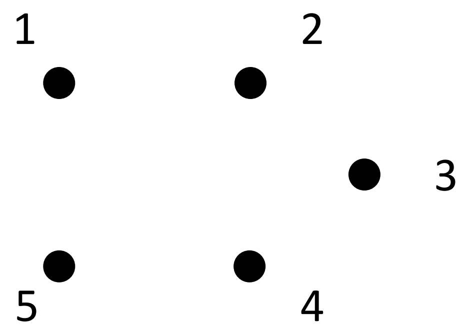
Sankirtos grafas

- Tegu $S \neq \emptyset$
- $F=\{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ – kažkuri S poaibių aibė
- Kiekviena sankirtos grafo $H=(V,U)$ viršūnė v_i atitinka poaibį S_i, $i=1..n$
- H viršūnių skaičius yra lygus aibės F elementų skaičiui
- Viršūnės v_i ir v_j jungiamos briauna, jei $S_i \cap S_j \neq \emptyset$
- Briauninis grafas yra atskiras sankirtos grafo atvejis:
  - Jei G briauninis grafas yra H, tai S yra grafo G viršūnių aibė
  - Kiekviena briauninio grafo H viršūnė v_i atitinka S poaibį $S_i=\{a_i, b_i\}$
  - a_i, b_i – viršūnės, kurias grafe G jungia i-oji briauna

Užd. Ar duotasis grafas yra sankirtos? Atsakymą pagrįskite

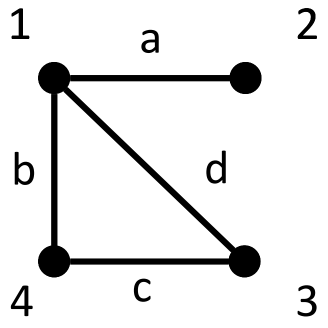


Atsakymas

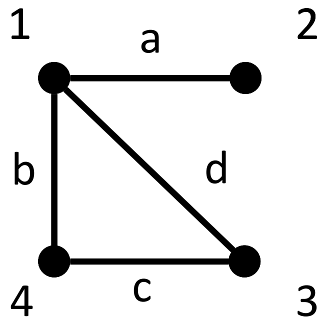


- Taip
- $S=\{A, B, C, D, E\}$
- $F=\{\{A\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}, \{E\}\}$

Užd. Ar duotasis grafas yra sankirtos? Atsakymą pagrįskite



Atsakymas



- Taip
- $S=\{a, b, c, d\}$ – grafo briaunų aibė
- $F=\{\{a, b, d\},\{a\},\{c, d\},\{b, c\}\}$ – poaibiai sudaryti iš atitinkamai viršūnei incidentiškų briaunų