Gretimumo & Incidencijų matricos

Karolis Martinaitis

Kriterijai

- 1) Vaizdavimui reikalingos informacijos apimtis.
- 2) Galimybė padaryti klaidą.
- 3) Kaip sužinoti viršūnes, gretimas pasirinktai viršūnei, t.y. gretimų viršūnių išrinkimas.

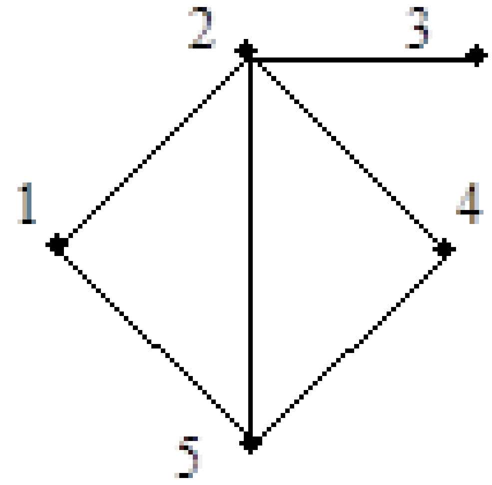
Gretimumo matrica

- Grafo G = (V, U) gretimumo matrica yra kvadratinė *n*-osios eilės matrica ,

$$S = [s_{ij}],\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,n}$$

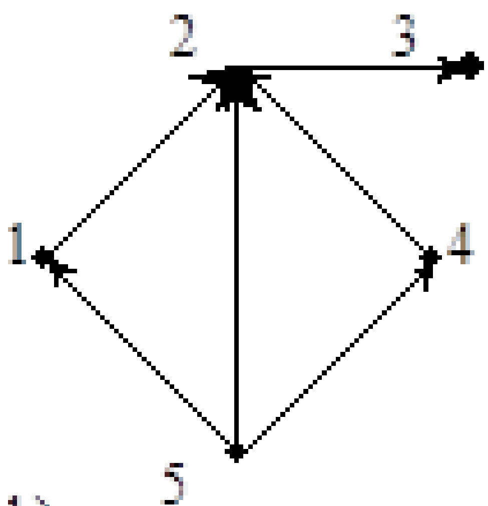
- kurios elementas apibrėžiamas taip

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ jei viršūnės } i \text{ ir } j \text{ yra gretimos}, \\ 0, \text{ priešingu atveju.} \end{cases}$$



a)

$$S = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

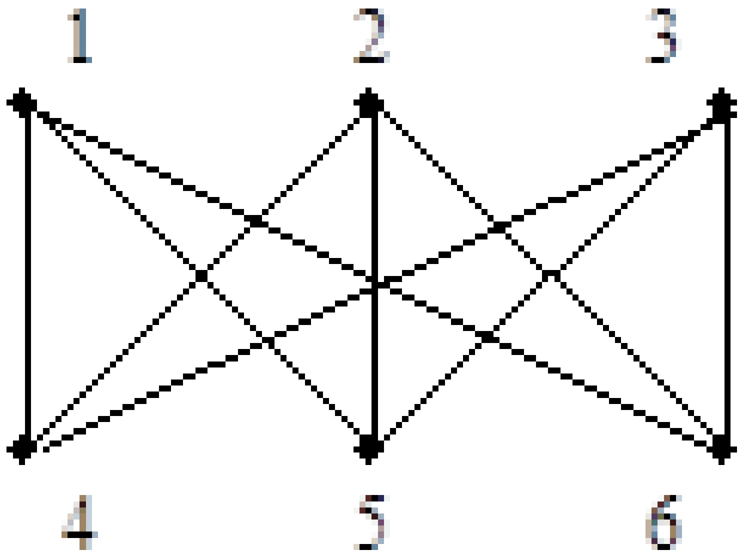


b)

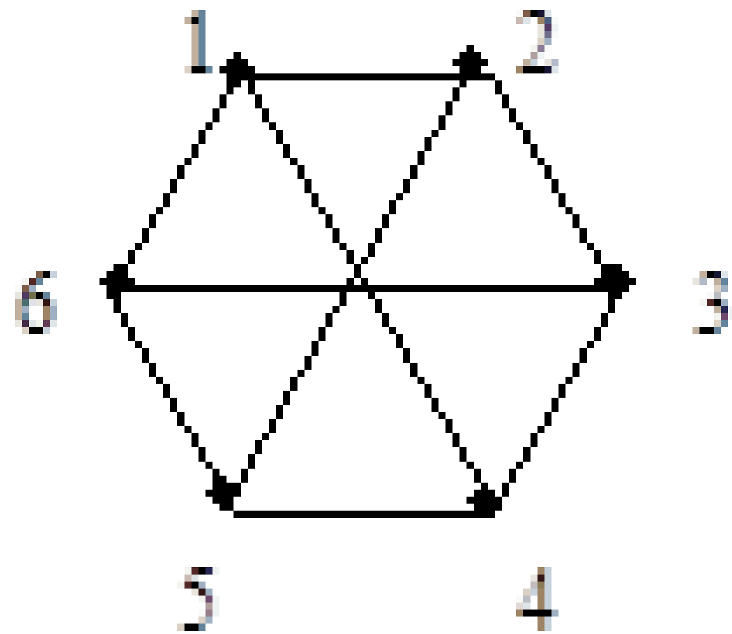
$$S = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

- Izomorfinių grafų gretimumo matricos gaunamos viena iš kitos nuosekliai sukeičiant vietomis eilutes ir stulpelius bijekcijoje nurodyta tvarka.

Izomorfiniai grafai



a)



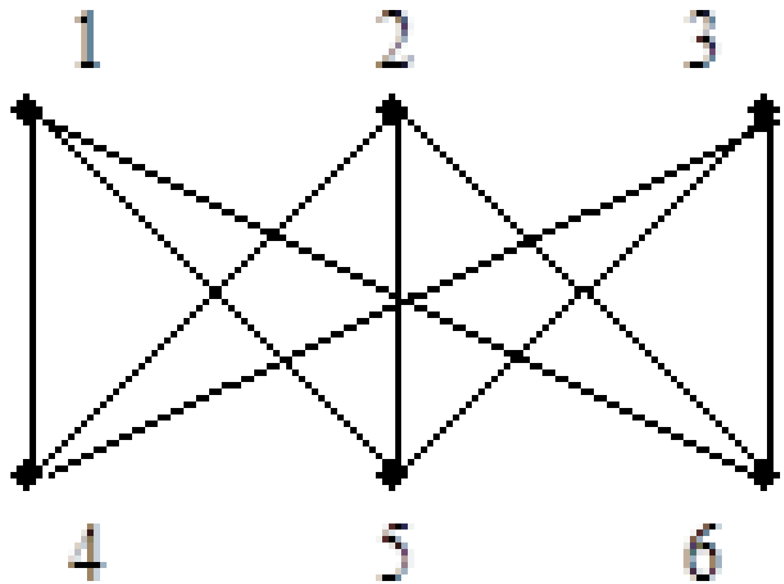
b)

1 2 3 4 5 6

1 5 3 4 2 6

Gretimumo matrica

$$
S_a = \begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$



a)

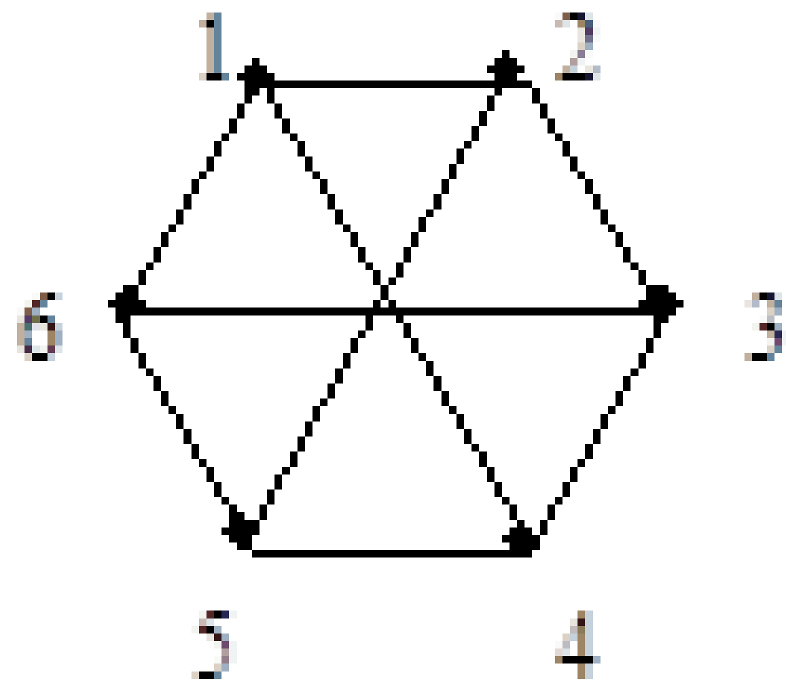
Sukeitus 2-ąją ir 5-ąją eilutes, gausime

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	1	1	1
2	1	1	1	0	0	0
3	0	0	0	1	1	1
4	1	1	1	0	0	0
5	0	0	0	1	1	1
6	1	1	1	0	0	0

Ir...

...sukeitus 2-ąjį ir 5-ąjį stulpelius, gausime grafo b) gretimumo matricą

$$S_b = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$



b)

Bijekciją φ nusako perstatymų matrica

$$P=[p_{ij}],\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,n},\ p_{ij}=\begin{cases}1, \text{ jei } i=\varphi(j),\\ 0, \text{ priešingu atveju,}\end{cases}$$

$$P=\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Kriterijai

- ***Informacijos apimtis***. Gretimumo matrica turi n^2 elementų ir paprastai ji yra reta, t.y. vienetukų skaičius žymiai mažesnis nei nulių skaičius.
- ***Galimybė padaryti klaidą***, užrašant matricą *S*, yra labai didelė, esant didesniam viršūnių skaičiui.
- Viršūnės, gretimos viršūnei *k*, randamos taip:

for j := 1 *to n do*

if s[*k, j*] = 1 *then "j-oji viršūnė gretima viršūnei k"*.

,
,

Incidencijų matrica

- Grafo G = (V, U) incidencijų matrica yra stačiakampė

$A = [a_{ij}]$ $i = \overline{1, n}$ $j = \overline{1, m}$

Elementas a_{ij} neorientuotojo grafo atveju apibrėžiamas taip:

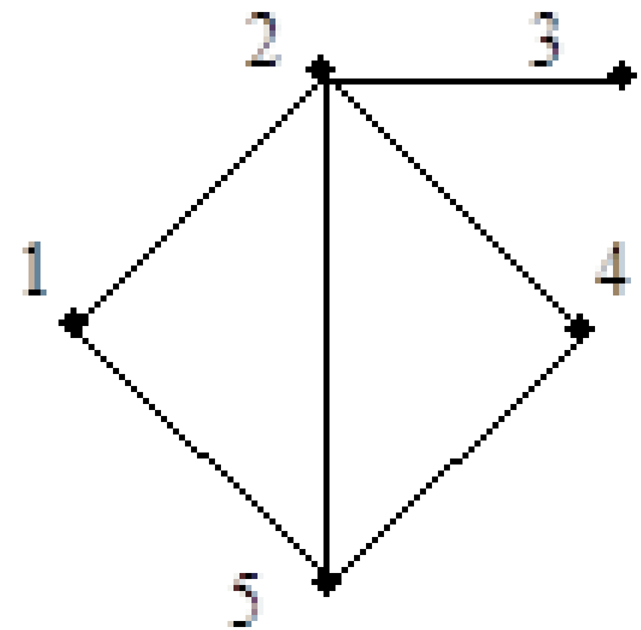
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ jei } i \text{ - toji viršūnė incidentiška } j \text{ - ajai briaunai,} \\ 0, \text{ priešingu atveju,} \end{cases}$$

Orientuotojo grafo atveju

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jei } i \text{ - oji viršūnė yra } j \text{ - ojo lanko pradžia,} \\ -1, & \text{jei } i \text{ - oji viršūnė yra } j \text{ - ojo lanko galas,} \\ 0, & \text{jei } i \text{ - oji viršūnė neincidentiška } j \text{ - ajam lankui.} \end{cases}$$

Briaunos sunumeruotos tokia tvarka: (1, 2), (1, 5), (2, 5),(2, 4), (2, 3), (4, 5)

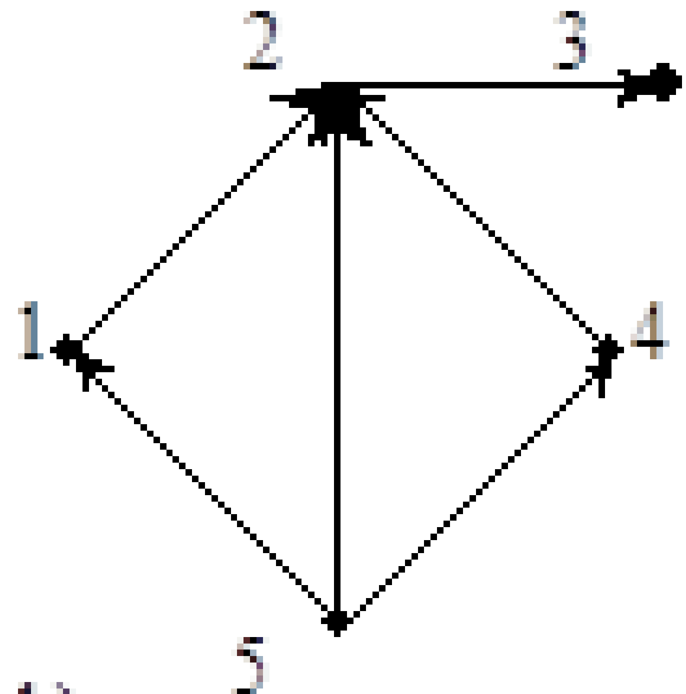
$$A = \begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}$$



a)

Lankai sunumeruotos tokia tvarka: (1, 2), (1, 5), (2, 5),(2, 4), (2, 3), (4, 5)

$$A = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$



b)

Kriterijai

- ***Informacijos apimtis***. Kaip ir gretimumo matricos atveju, incidencijų matrica turi elementų ir yra reta.

- ***Galimybė padaryti klaidą*** yra didelė prie didesnių *n* ir *m* reikšmių.

Kriterijai

- ***Viršūnės, gretimos viršūnei k***, neorientuotojo grafo atveju randamos taip:

for j := 1 *to m do*

if a[*k, j*] = 1 *then for i* := 1 *to n do*

if (*a*[*i, j*] = 1) *and* (*i* <> *k*) *then "viršūnė i yra gretima viršūnei k"*;

Pastaba. Orientuotojo grafo atveju sąlyga "*a*[*i, j*] = 1" turi būti pakeista sąlyga "*a*[*i, j*] = -1".