

Informacijos perdavimo kanalai

Diskretus be atminties kanalas

Diskretus be atminties
kanalas

Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio

kanalo talpa

Šaltinio abėcėlė: $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

Gavėjo abėcėlė: $B = \{b_1, b_2, \dots, b_r\}$.

Kanalo tikimybių matrica:

$$Q = (q_{ij})_{n \times r}, \quad q_{ij} = P(b_j | a_i).$$

Kanalo matricos eilutės elementų suma

$$\sum_{j=1}^r q_{ij} = 1.$$

Binarinis simetrinis kanalas

Diskretus be atminties
kanalas

Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio
kanalo talpa

$$A = B = \{0, 1\},$$

$$Q = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{pmatrix},$$

čia $p \in [0, 1]$ - binarinio simetrinio kanalo patikimumas.
Paprastai $p > 1/2$.

Binarinis simetrinis kanalas

Diskretus be atminties
kanalas

Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio
kanalo talpa

$$A = B = \{0, 1\},$$

$$Q = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{pmatrix},$$

čia $p \in [0, 1]$ - binarinio simetrinio kanalo patikimumas.

Paprastai $p > 1/2$.

Tegul X_n - klaidų skaičius, pasiuntus n bitų.

$$P(X_n = k) = \binom{n}{k} (1-p)^k p^{n-k},$$

$$\mathbf{E}X_n = n(1-p).$$

Kanalų pavyzdžiai

Diskretus be atminties
kanalas
Binarinis simetrinis
kanalas

[Kanalų pavyzdžiai](#)

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio

kanalo talpa

Tegul $A = \{0, 1\}$.

Kanalų pavyzdžiai

Diskretus be atminties
kanalas
Binarinis simetrinis
kanalas

[Kanalų pavyzdžiai](#)

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio

kanalo talpa

Tegul $A = \{0, 1\}$.

1. $B = \{0, 1, *\}$,

$$Q = \begin{pmatrix} p & q & s \\ q & p & s \end{pmatrix}, \quad p + q + s = 1.$$

Kanalų pavyzdžiai

Diskretus be atminties
kanalas

Binarinis simetrinis
kanalas

[Kanalų pavyzdžiai](#)

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio

kanalo talpa

Tegul $A = \{0, 1\}$.

1. $B = \{0, 1, *\}$,

$$Q = \begin{pmatrix} p & q & s \\ q & p & s \end{pmatrix}, \quad p + q + s = 1.$$

2. $*$ pakeičiama 0 arba 1 su vienodomis tikimybėmis (metama moneta). Tada $B = \{0, 1\}$,

$$Q = \begin{pmatrix} p + s/2 & q + s/2 \\ q + s/2 & p + s/2 \end{pmatrix}.$$

Šaltinio tikimybės

Diskretus be atminties
kanalas
Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai

Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos

skaičiavimas

Binarinio simetrinio

kanalo talpa

$$P(a_i) = p_i, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Tada

$$P(a_i, b_j) = P(a_i \cap b_j) = p_i q_{ij},$$

$$P(b_j) = \sum_{t=1}^n p_t q_{tj}, \quad j = 1, 2, \dots, r.$$

Žymėsime

$$\overrightarrow{P(A)} = (p_1, p_2, \dots, p_n),$$

$$\overrightarrow{P(B)} = (P(b_1), P(b_2), \dots, P(b_r)).$$

Tada

$$\overrightarrow{P(B)} = \overrightarrow{P(A)} \cdot Q$$

Kanalo talpa

Diskretus be atminties
kanalas
Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai
Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa

Kanalo talpos
skaičiavimas
Binarinio simetrinio
kanalo talpa

Tarpusavio informacija

$$\begin{aligned} I(A, B) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r P(a_i \cap b_j) \log_2 \frac{P(a_i \cap b_j)}{P(a_i) \cdot P(b_j)} \\ &= \sum_{i=1}^n p_i \sum_{j=1}^r q_{ij} \log_2 \left(q_{ij} \left(\sum_{t=1}^n p_t q_{tj} \right)^{-1} \right). \end{aligned}$$

Fiksuotam kanalui $I(A, B) = I(p_1, p_2, \dots, p_n)$.

Kanalo talpa C yra lygi

$$C = \max_{p_1, \dots, p_n} I(p_1, p_2, \dots, p_n) = I(p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*),$$

čia $p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*$ - optimalios šaltinio tikimybės.

Kanalo talpos skaičiavimas

Diskretus be atminties
kanalas
Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai
Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa
[Kanalo talpos
skaičiavimas](#)
Binarinio simetrinio
kanalo talpa

Reikia rasti $I(p_1, p_2, \dots, p_n)$ maksimumą srityje

$$\{(p_1, p_2, \dots, p_n) : p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1, p_i \geq 0\}.$$

Pagal Lagranžo daugiklių metodą jis gali būti randamas sprendžiant lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial p_k} (I(p_1, p_2, \dots, p_n) - \lambda \sum_{i=1}^n p_i) = 0, k = 1, \dots, n; \\ p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1. \end{cases}$$

Po pertvarkymų

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^r q_{kj} \log_2 \left(q_{kj} \left(\sum_{t=1}^n p_t q_{tj} \right)^{-1} \right) = C, k = 1, \dots, n; \\ p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1. \end{cases}$$

Išsprendę šią sistemą, randame optimalias šaltinio tikimybes ir kanalo talpą.

Binarinio simetrinio kanalo talpa

Diskretus be atminties
kanalas
Binarinis simetrinis
kanalas

Kanalų pavyzdžiai
Šaltinio tikimybės

Kanalo talpa
Kanalo talpos
skaičiavimas

[Binarinio simetrinio
kanalo talpa](#)

Tegul (p_0, p_1) yra šaltinio tikimybės, p - kanalo patikimumas.

$$\begin{cases} p \log_2 \frac{p}{p_0 p + p_1 (1-p)} + (1-p) \log_2 \frac{1-p}{p_0 (1-p) + p_1 p} = C, \\ (1-p) \log_2 \frac{1-p}{p_0 p + p_1 (1-p)} + p \log_2 \frac{p}{p_0 (1-p) + p_1 p} = C, \\ p_0 + p_1 = 1. \end{cases}$$

Šios sistemos sprendinys yra

$$p_0 = p_1 = \frac{1}{2}, \quad C = 1 - h(p).$$

Čia

$$h(p) = p \log_2 \frac{1}{p} + (1-p) \log_2 \frac{1}{1-p}.$$