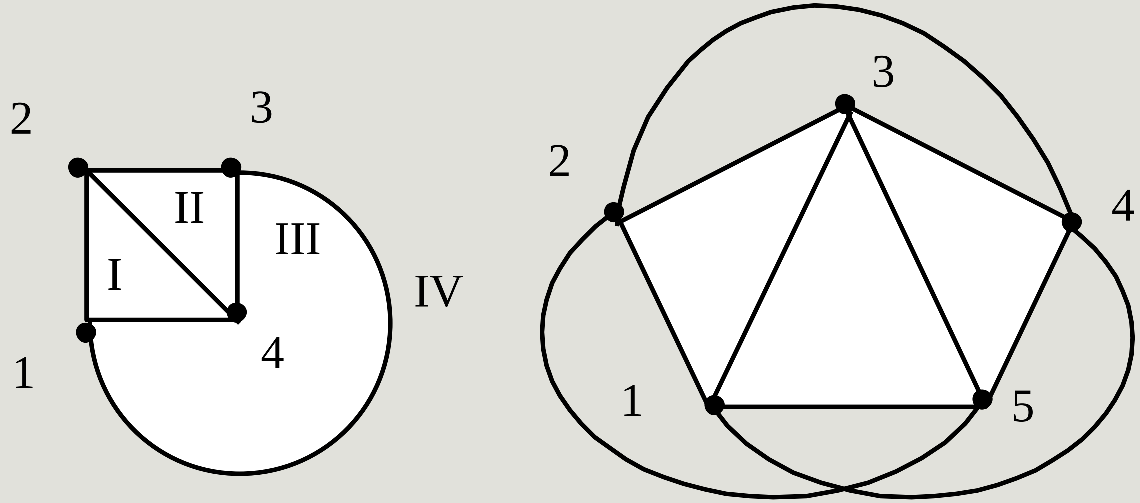
Plokštieji grafai

JUSTAS JANUŠAUSKAS

Plokščiasis grafas – grafas G=(U,V), vadinamas plokščiuoju, jei jį galima plokštumoje pavaizduoti taip, kad briaunos kirstųsi tik viršūnėse.

Grafo siena – tai plokštumos dalis, apribota ciklu, kurioje nėra nei viršūnės, nei briaunos



a) b)

Oilerio formulė

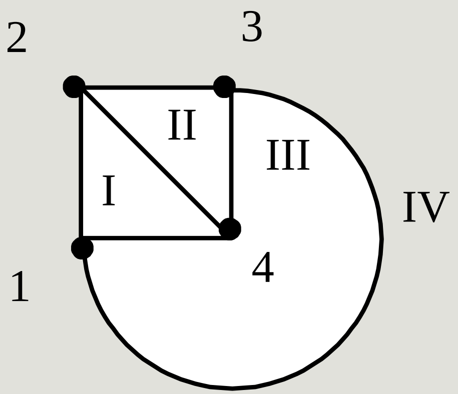
Teorema - plokščiojo grafo **baigtinių** sienų minimalūs ciklai yra tiesiškai nepriklausomi ir sudaro bazę.

Išvada. (Oilerio formulė). Plokščiojo grafo sienų skaičius f, briaunų skaičius m ir viršūnių skaičius n susieti formule $\mathrm{f} - m + n = 2$

Plokščiojo grafo ciklomatinis skaičius: $v(G) = f - 1$

Iš čia $m - n + 1 = f - 1$

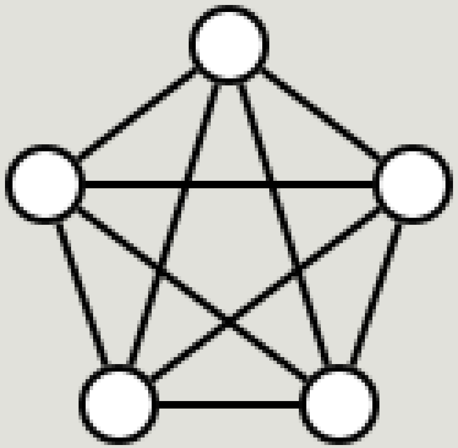
Oilerio formulė

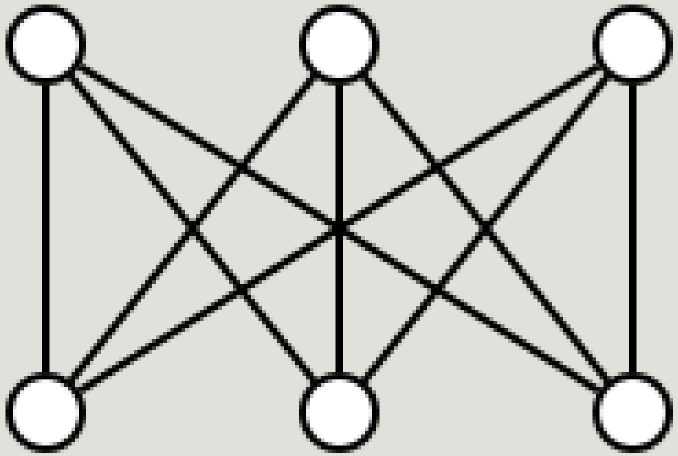


K4

- m – 6
- n – 4
- f – 4
- $f \; - m + n = 4 - 6 + 4 = 2$

K_5 ir $K_{3,3}$





$K_{3,3}$

$f = 2 + 9 - 6 = 5$

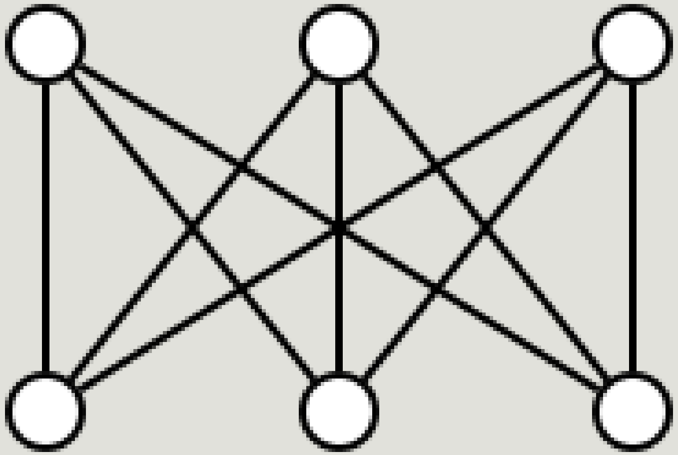
Minimalus sieną sudarančio ciklo briaunų skaičius – 4

Viena briauna gali priklausyti tik 2 sienoms

Todėl minimalus briaunų skaičius = $\frac{4f}{2} = 2f$

Gavome, kad grafas turi bent $2 * 5 = 10$ briaunų

$9 < 10$



Plokščiojo grafo savybės

1. Jei G – jungusis plokštusis (m,n)-grafas yra nemultigrafas, tai, kai $n \geq 3, m \leq 3n - 6$

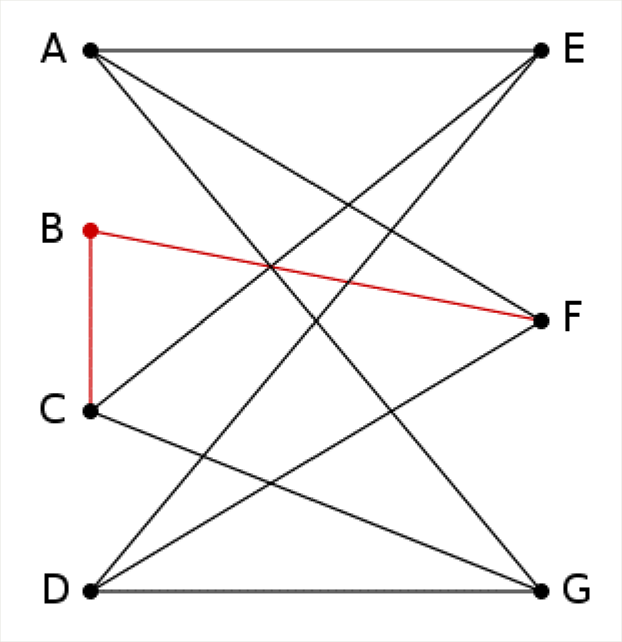
Plokščiojo grafo savybės

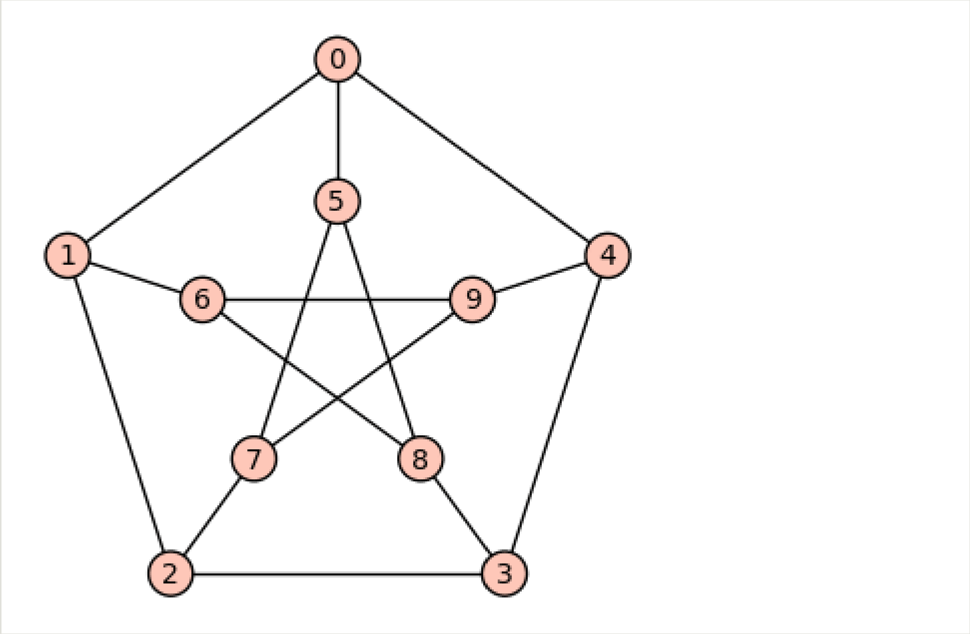
1. Jei G – jungusis plokštusis (m,n)-grafas yra nemultigrafas, tai, kai $n \geq 3, m \leq 3n - 6$
2. Bet kuriame plokščiajame grafe G, kuris nėra multigrafas, yra bent viena viršūnė, kurios laipsnis nedidesnis nei 5.

Vagnerio teorema

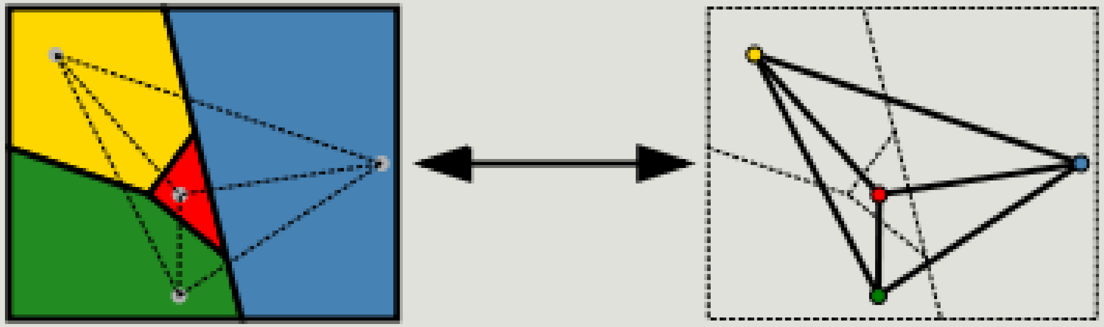
Grafas G yra plokštusis tada ir tiktai tada, kada jis neturi pografių, kuriuos galima sutraukti į $K_{3,3}$ arba K_5 grafus.

Vagnerio teorema

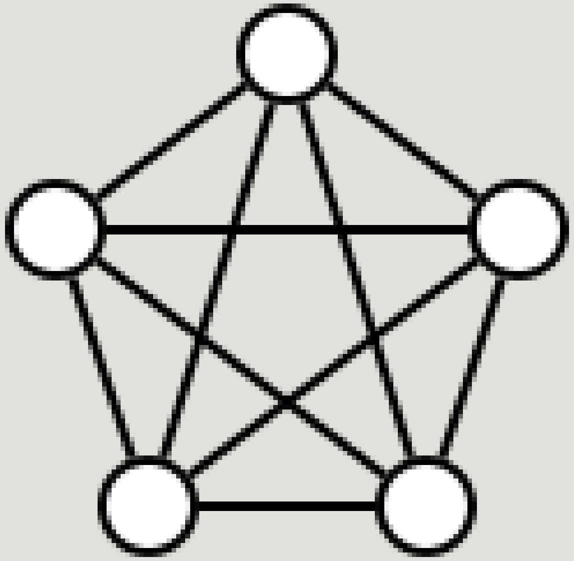




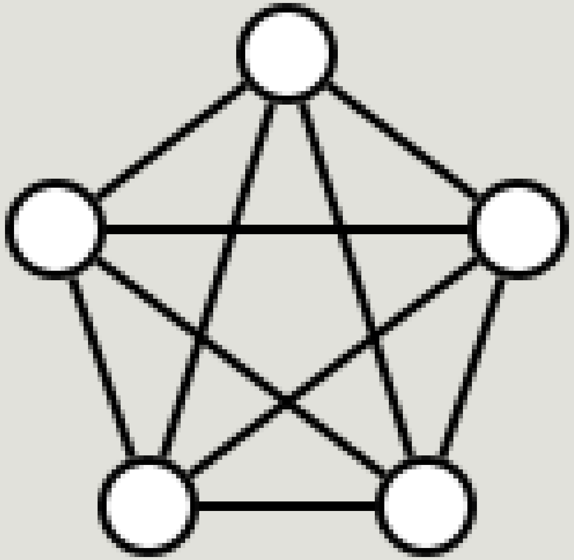
Plokščiojo grafo dažymas



Užduotis - K_5



Užduotis - K_5



$f = 2 + 10 \ - 5 = 7$

Minimalus ciklas – 3

$\frac{7*3}{2} = 10{,}5$

$10{,}5 > 10$