

# Hamiltono grafas, pakankamos sąlygos, Hamiltono maršrutų radimo uždavinys

Pranešimą rengė Karolis Martinaitis

# Hamiltono maršrutas

- Maršrutas (kelias) apeinantis visas grafo viršūnes po vieną kartą vadinamas Hamiltono maršrutu.

# Hamiltono ciklas

- Jei pradinė ir galinė maršruto viršūnės sutampa, tai šis maršrutas vadinamas Hamiltono ciklu.

# Hamiltono grandinė

- Jei pradinė ir galinė maršruto viršūnės nesutampa, tai šis maršrutas vadinamas Hamiltono grandinė.

# Hamiltono grafas

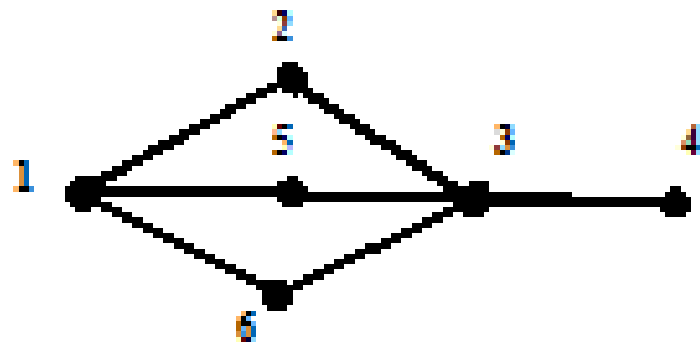
- Grafas turintis Hamiltono maršrutą vadinamas Hamiltono grafu.

**Kelionė aplink pasaulį.**

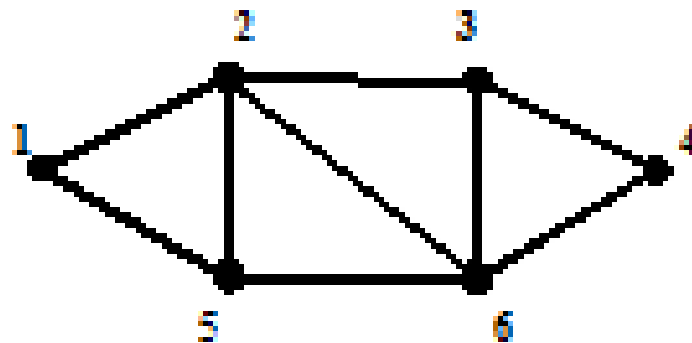
# Skaidrė

- Nėra žinoma nei vienos paprastos būtinų ir pakankamų sąlygų, kuri pasakytų ar grafas yra Hamiltono grafas.
- Nėra žinoma nei vieno algoritmo, nustatančio, ar grafas yra Hamiltono grafas ir kurio veiksmų skaičius būtų išreiškiamas polinomu nuo viršūnių skaičiaus  $n$ .
- Hamiltono grafo nustatymo uždavinys priklauso  $NP$  uždavinių klasei.

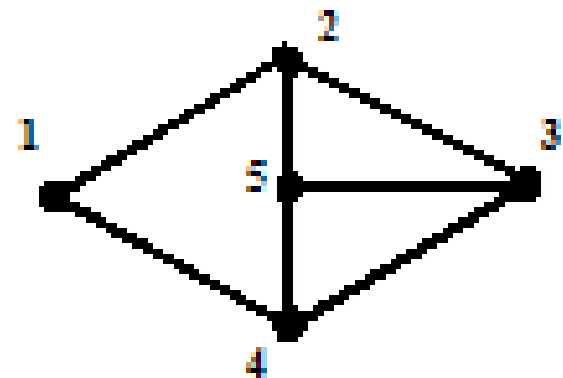
# Pavyzdžiai



a) Nėra



b) 1, 5, 2, 6, 3, 4



c) 1, 2, 3, 5, 4, 1



# Pilnas grafas

- Jei grafas yra pilnasis, tai jis yra Hamiltono grafas.

## *Teorema* (O. Ore, 1960)

- Jei  $n$  viršūnių ( $n \geq 3$ ) grafo  $G$  bet kuriai negretimų viršūnių porai  $u$  ir  $v$  teisinga nelygybė:

$$d(u) + d(v) \geq n$$

, tai  $G$  – Hamiltono grafas, čia  $d(u)$ ,  $d(v)$  – viršūnių  $u$  ir  $v$  laipsniai.

# *Teorema* (G. Dirakas, 1952)

- Jei  $n$  viršūnių grafo  $G$  kiekvienos viršūnės laipsnis nemažesnis nei  $\frac{n}{2}$  tai  $G$  - Hamiltono grafas.



## *Teorema* (V. Hvatalas, 1972)

- Grafas su viršūnių laipsnių seka

$$d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$$

yra Hamiltono grafas, jei bet kuriam sveikajam  $k$ , tenkinančiam sąlygą

$$1 \leq k <$$

$$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

teisinga implikacija

$$(d_k \leq k) \Rightarrow (d_{n-k} \geq n - k)$$

# *Teorema* (Prepielica V.A., 1969)

Beveik visi grafai yra Hamiltono grafai.

# Hamiltono maršrutų radimo uždavinys

- Nustatyti ar duotasis grafas  $G$  yra Hamiltono grafas ir duotajam grafiui  $G$  rasti visus Hamiltono maršrutus.

# Algoritmas

- Pagrįstas “paieška gilyn su grįžimu” (angl. backtracking).
- Šio metodo esmė yra: jei paieškos gilyn metu viršūnė  $u$  tampa išsemta, tai pamirštame, kad šioje viršūnėje buvome, t.y. viršūnė  $u$  tampa nauja. Šis metodas įgalina perrinkti visus galimus grafo maršrutus.

# Algoritmas

Siaubingai nevykęs algoritmo aiškinimas ant lentos.



# Pavyzdys

