

Duomenų suspaudimas

Suspaudimo koeficientas

Suspaudimo koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė.

$\mathcal{F}_1 \rightarrow \mathcal{F}_2$, čia $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 \in A^*$.

Jei, žinant \mathcal{F}_2 , galima atstatyti \mathcal{F}_1 , tai suspaudimas be nuostolių.

Suspaudimo koeficientas

$$\lambda = \frac{|\mathcal{F}_1|}{|\mathcal{F}_2|}.$$

Gali būti aktualu ne tik λ , bet ir greitis bei paslėptos sąnaudos.

Kodų keitinys

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$S = \{s_1, \dots, s_m\} \subset A^*$ ir $W = \{w_1, \dots, w_m\} \subset A^*$. Jei $\mathcal{F}_1 = s_{i_1} \dots s_{i_t}$ ir $s_i \rightarrow w_i$, tai $\mathcal{F}_2 = w_{i_1} \dots w_{i_t}$. Tada

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^m m_i |s_i|}{\sum_{i=1}^m m_i |w_i|} = \frac{t \cdot L(S)}{t \cdot L(W)} = \frac{L(S)}{L(W)}.$$

Apibrėžimas. S vadinamas vienareikšmiškai skaidančiu (kitaip: pilnuoju) kodu, jei $\forall w \in A^*$ vienareikšmiškai išreiškiamas

$$w = s_{i_1} \dots s_{i_t} \nu,$$

čia joks s_i nėra ν priešdėlis ir $|\nu| < \max |s_i|$.

Pavyzdys.

$$S_1 = \{00, 11, 10\}, \quad S_2 = \{0, 10, 110, 1110, 1111\}.$$

Pilnieji kodai

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos
eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Teorema. *Kodas $S = \{s_1, \dots, s_m\} \subset A^*$ yra pilnas $\Leftrightarrow S$ yra p -kodas ir*

$$\sum_{j=1}^m n^{-|s_j|} = 1,$$

čia $n = |A|$.

Šenono kodas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, \quad p_i = P(s_i),$$

$$p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m > 0. \text{ Tegul}$$

$$l_i = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p_i} \right\rceil, \quad F_1 = 0, \quad F_k = \sum_{i=1}^{k-1} p_i, \quad k \geq 2.$$

Pastebėsime, kad $l_i < -\log_2 p_i + 1$.

Šenono kodo

$$W_{Sh} = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$$

žodis $w_i \in A^{l_i}$ sudarytas iš l_i pirmųjų bitų F_i dvejetainėje išraiškoje.

W_{Sh} yra p-kodas.

Šenono teorema

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, \quad p_i = P(s_i), \\ H(S) = - \sum_{i=1}^m p_i \log_2 p_i.$$

Teorema. Šaltinio S Hafmano kodo W_H ir Šenono kodo W_{Sh} vidutiniai kodo žodžio ilgiai tenkina nelygybes

$$H(S) \leq L(W_H) \leq L(W_{Sh}) < H(S) + 1.$$

Be to, $H(S) = L(W_H)$ tada ir tik tada, kai $p_i = 2^{-l_i}$.

Irodymas.

$$L(W_{Sh}) = \sum_{i=1}^m p_i l_i < \sum_{i=1}^m p_i (-\log_2 p_i + 1) = H(S) + 1.$$

$$H(S) - L(W_H) = \sum_{i=1}^m p_i (-\log_2 p_i - l_i) \leq$$

$$\log_2 e \sum_{i=1}^m p_i \left(\frac{2^{-l_i}}{p_i} - 1 \right) = \log_2 e \left(\sum_{i=1}^m 2^{-l_i} - 1 \right) \leq 0.$$

Šenono režis

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$$\lambda = \frac{L(S)}{L(W)} \leq \frac{L(S)}{L(W_H)} \leq \frac{L(S)}{H(S)}.$$

Galima nagrinėti šaltinį S^N . Tada

$$H(S^N) \leq L(W_H(N)) < H(S^N) + 1.$$

Todėl

$$\frac{N \cdot L(S)}{H(S^N) + 1} < \lambda = \frac{N \cdot L(S)}{L(W_H(N))} \leq \frac{N \cdot L(S)}{H(S^N)}.$$

Fano kodas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, \quad p_i = P(s_i),$$

$$p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m > 0.$$

k_0 pasirenkame taip, kad

$$\min_k \left| \sum_{i=1}^k p_i - \sum_{i=k+1}^m p_i \right| = \left| \sum_{i=1}^{k_0} p_i - \sum_{i=k_0+1}^m p_i \right|.$$

Tada Fano kodo $W_F = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ žodžius w_1, \dots, w_{k_0} pradedame 0, o w_{k_0+1}, \dots, w_m pradedame 1. Procesą tęsiame kiekvienoje grupėje. Taip randamas antrasis bitas ir t.t., kol lieka visose grupėse po 1 simbolį.

Pastebėsime, kad šaltinis gali turėti ne vieną Fano kodą.

Pavyzdys.

$$p_1 = \frac{4}{9}, \quad p_2 = \dots = p_6 = \frac{1}{9}.$$

Aritmetinis kodas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$$S = \{s_1, \dots, s_m\}, \quad p_i = P(s_i), \quad p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m > 0.$$

Tegul $w = s_{i_1} \dots s_{i_N}$.

$$w \longleftrightarrow A(w) = A(s_{i_1} \dots s_{i_N}) = A(i_1, \dots, i_N) = [\alpha_N, \beta_N) \subset [0, 1).$$

Čia

$$A(i_1, \dots, i_N) \subset A(i_1, \dots, i_{N-1}) \subset \dots \subset A(i_1) \subset [0, 1).$$

$r_N \in A(w)$ - mažiausio vardiklio diadinė trupmena.

$$(N, r_N) \longleftrightarrow A(w) \longleftrightarrow w.$$

Jei $r_N = (0, \varepsilon)_2$, $\varepsilon \in \{0, 1\}^*$, tai

$$C_{Aritm}(w) = \varepsilon.$$

Intervalų konstrukcija

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

[Intervalų konstrukcija](#)

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Tegul $A(i_1, \dots, i_k) = [\alpha, \beta)$ ir $l = \beta - \alpha > 0$. Tada

$$A(i_1, \dots, i_k, j) = \left[\alpha + l \sum_{i < j} p_i, \alpha + l \sum_{i \leq j} p_i \right).$$

Pastebėsime, kad $|A(i_1, \dots, i_k, j)| = l \cdot p_j$ visiems $j = 1, \dots, m$.

Intervalų konstrukcija

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Pavyzdys. Tegul $S = \{a, b, c, d\}$, $P(a) = 0,4$; $P(b) = 0,3$; $P(c) = 0,2$; $P(d) = 0,1$. Rasime $C_{Aritm}(bacb)$.

raidė	α	l
	0	1
b	0,4	0,3
a	0,4	$0,3 \cdot 0,4 = 0,12$
c	$0,4 + 0,7 \cdot 0,12 = 0,484$	$0,12 \cdot 0,2 = 0,024$
b	$0,484 + 0,4 \cdot 0,024 = 0,4936$	$0,024 \cdot 0,3 = 0,0072$

Vadinasi

$$A(bacb) = [0,4936; 0,5008)$$

$$r = 0,5 = (0,1)_2$$

$$C_{Aritm}(bacb) = 1.$$

Analogiškai gautume, kad $A(ccda) = [0,876; 0,8776)$.

Kaip rasti r ?

Kodo konstravimas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

[Kodo konstravimas](#)

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

1 metodas.

Tegul $r \in [\alpha, \alpha + l)$,

$$t = \left\lceil \log_2 \frac{1}{l} \right\rceil ,$$

α skaičius x yra nelygybės

$$\alpha \leq \frac{x}{2^t} < \alpha + l$$

sveikasis sprendinys. (Jei yra du sprendiniai, imsime lyginį) Tada

$$r = \frac{x}{2^t} .$$

Pavyzdžiui, intervalo $A(ccda) = [0, 876; 0, 8776)$ atstovas bus

$$r = \frac{898}{1024} = \frac{449}{512} = (0, 111000001)_2 .$$

Kodo konstravimas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

[Kodo konstravimas](#)

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

2 metodas.

Tegul

$$\alpha = (0, a_1 \dots a_{t-1} 0 a_{t+1} \dots)_2 \quad \alpha + l = (0, a_1 \dots a_{t-1} 1 b_{t+1} \dots)_2.$$

1. Jei $\alpha = (0, a_1 \dots a_{t-1})_2$, tai $r = \alpha$.
2. Jei $\alpha > (0, a_1 \dots a_{t-1})_2$ ir $\alpha + l = (0, a_1 \dots a_{t-1} 1)_2$, tai r gauname iš α , pakeitę pirmą 0 tarp a_{t+1}, \dots vienetu ir nupjovę.
3. Kitais atvejais
$$r = (0, a_1 \dots a_{t-1} 1)_2.$$

Modifikuotas kodavimas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

[Modifikuotas kodas](#)

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Jei $r \in [\alpha, \alpha + l)$ ir

$$\alpha = (0, a_1 \dots a_{t-1} 0 \dots)_2 ,$$

$$\alpha + l = (0, a_1 \dots a_{t-1} 1 \dots)_2 ,$$

tai

$$r = (0, a_1 \dots a_{t-1}, \dots)_2 .$$

Kodo ilgio įvertis

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

[Kodo ilgis](#)

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos
eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Teorema. *N abėcėlės S simbolių teksto vidutinis aritmetinio kodo ilgis $L_{Aritm}(S^N)$ tenkina nelygybę*

$$L_{Aritm}(S^N) < N \cdot H(S) + 1.$$

Aritmetinio kodo realizacija

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

[AK realizacija](#)

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Tegul $1/4 \leq L < 1/2 < H \leq 3/4$.

Jei $r \in [L, H)$, tai

$$r = (0, 01a_3a_4\dots)_2 \text{ arba } r = (0, 10b_3b_4\dots)_2.$$

Tada

$$2r - 1/2 = (0, 0a_3a_4\dots)_2 \text{ arba } 2r - 1/2 = (0, 1b_3b_4\dots)_2.$$

Dingsta tik antrasis ("vėluojantis") bitas, priešingas pirmajam. Tai gali ir kartotis.

Algoritmas.

1. Pradinė padėtis: $[L, H) = [0, 1)$, vėluojančių bitų skaičius $\Sigma = 0$.

Aritmetinio kodo realizacija

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

2. Jei $1/4 \leq L < 1/2 < H \leq 3/4$, išplečiame intervalą
 $[L, H) \longrightarrow [2L - 1/2, 2H - 1/2)$ ir $\Sigma = \Sigma + 1$.

3. Jei $[L, H) \subset [0, 1/2)$, tai
 $[L, H) \longrightarrow [2L, 2H)$ prie kodo prijungiame
 $0 \underbrace{11\dots1}_{\Sigma}$ ir atstatome $\Sigma = 0$.

4. Jei $[L, H) \subset [1/2, 1)$, tai
 $[L, H) \longrightarrow [2L - 1, 2H - 1)$ prie kodo prijungiame
 $1 \underbrace{00\dots0}_{\Sigma}$ ir atstatome $\Sigma = 0$.

5. Jei sąlygos 2-4 netenkinamos, intervalas $[L, H)$ dalinamas
proporcingai tikimybėms.

6. Kartojami 2-5 žingsniai, kol nebaigiamas koduoti tekstas ir
tenkinamos 2-4 sąlygos.

Aritmetinio kodo realizacija

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

[AK realizacija](#)

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Bus tenkinama bent viena iš sąlygų:

$$L < 1/4 < 1/2 < H \text{ arba } L < 1/2 < 3/4 < H .$$

Tada kodas papildomas

$$0 \underbrace{11\dots1}_\Sigma 1 \text{ arba } 1 \underbrace{00\dots0}_\Sigma 0$$

Pastebėsime, kad abiem atvejais $H - L > 1/4$.

Aritmetinio kodo realizacija sveikaisiais skaičiais

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

[AK sveikais skaičiais](#)

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Vietoje $[0, 1)$ naudojamas intervalas $[0, M)$, $M = 4k \in \mathbb{N}$.

Po išplėtimo einamasis intervalas $[L, H)$ tenkins bent vieną iš sąlygų

$L < M/4 < M/2 < H$ arba $L < M/2 < 3M/4 < H$.

Todėl $H - L \geq M/4 + 2$. Vadinasi

$\frac{M}{4} + 2 \geq |S| \Rightarrow M \geq 4|S| - 8$. Tegul $C_{|S|}$ yra $p_i = P(s_i)$ bendrasis vardiklis,

$$C_i = C_{|S|} \sum_{j=1}^i p_j, \quad C_0 = 0.$$

Intervalo $[L, H)$ dalinimo taškai bus

$$L_i = L + \left\lfloor \frac{C_i}{C_{|S|}} (H - L) \right\rfloor, \quad i = 0, 1, \dots, |S|.$$

Aritmetinio kodo realizacija sveikaisiais skaičiais

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

[AK sveikais skaičiais](#)

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Pastebėsime, kad $L_i \neq L_{i+1}$, jei $H - L \geq C_{|S|}$.

Todėl pakanka pareikalausiti, kad $M/4 + 2 \geq C_{|S|}$, t.y.

$$M \geq 4C_{|S|} - 8.$$

Aukštesnės eilės kodai

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos
eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\},$
 $p(i_1, i_2, \dots, i_k)$ - žodžio $s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_k}$ dažnis.

$$P(s_j | s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_k}) = \frac{p(i_1, i_2, \dots, i_k, j)}{p(i_1, i_2, \dots, i_k)},$$

$$l(i_1, i_2, \dots, i_k; j)$$

- raidės s_j tikimybė ir kodo žodžio ilgis, esant kontekstui $s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_k}$.

$$L(i_1, i_2, \dots, i_k) = \sum_{j=1}^m P(s_j | s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_k}) l(i_1, i_2, \dots, i_k; j),$$

$$H(i_1, i_2, \dots, i_k) = - \sum_{j=1}^m P(s_j | s_{i_1} \dots s_{i_k}) \log_2 P(s_j | s_{i_1} \dots s_{i_k})$$

- vidutinis kodo žodžio ilgis ir šaltinio entropija, esant kontekstui
 $s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_k}$.

k-tos eilės entropija

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

[k-tos eilės entropija](#)

Šenono teorema k-tos
eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

k-tos eilės kodo vidutinis kodo žodžio ilgis ir k-tos eilės entropija yra

$$L^{(k)}(S) = \sum p(i_1, i_2, \dots, i_k) L(i_1, i_2, \dots, i_k),$$

$$H^{(k)}(S) = \sum p(i_1, i_2, \dots, i_k) H(i_1, i_2, \dots, i_k).$$

Pastebėsime, kad $H^{(k)}(S) = H(S^{k+1}) - H(S^k)$. Todėl
 $H(S^{k+1}) \geq H(S^k)$.

Teorema. $H^{(k)}(S) \leq H^{(k-1)}(S), \quad k = 1, 2, \dots$

Išvada.

$$(k+1)H^{(k)}(S) \leq H(S^{k+1}) \leq \frac{k+1}{k}H(S^k) \leq (k+1)H(S).$$

Todėl

$$H^{(k)}(S) \leq \frac{H(S^{k+1})}{k+1} \leq \frac{H(S^k)}{k} \leq H(S).$$

Šenono teorema k-tos eilės kodams

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

[Šenono teorema k-tos
eilės kodams](#)

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Pagal Šenono teoremą nulinės eilės Hafmano kodui

$$H(i_1, i_2, \dots, i_k) \leq L_H(i_1, i_2, \dots, i_k) < H(i_1, i_2, \dots, i_k) + 1.$$

Iš čia nesunkiai gauname analogiškas nelygybes k-tos eilės
Hafmano kodams

Teorema.

$$H^{(k)}(S) \leq L_H^{(k)}(S) < H^{(k)}(S) + 1.$$

Intervalinis kodas

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos
eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, p_i = P(s_i),$

$C = \{w_0, w_1, \dots\}$ -p-kodas, $w_k \in \{0, 1\}^*$ ir $|w_0| \leq |w_1| \leq \dots$

Tekste simbolis s_j keičiamas kodo žodžiu w_k , jei tarpas tarp dviejų s_j yra k simbolių.

Vidutinis simbolio s_j kodo ilgis bus

$$L_j = \sum_{k=0}^{\infty} p_j (1 - p_j)^k |w_k|.$$

Todėl vidutinis kodo žodžio ilgis yra

$$L = \sum_{j=1}^m p_j L_j = \sum_{j=1}^m p_j^2 \sum_{k=0}^{\infty} (1 - p_j)^k |w_k|.$$

C_0

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Tegul

$$C = C_0 = \{0, 10, 110, \dots\}, \quad \text{t.y. } |w_k| = k + 1.$$

Tada

$$L = \sum_{j=1}^m p_j^2 \sum_{k=0}^{\infty} (1 - p_j)^k (k + 1) = \sum_{j=1}^m p_j^2 \left(\frac{1}{p_j^2} \right) = m.$$

C_1 (P.Elias, 1987)

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos
eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Tegul

$$C = C_1 = \{u_0, u_1, \dots\},$$

čia

$$u_k = \underbrace{00\dots 0}_{[\log_2(k+1)]} (k+1)_2.$$

$$|u_k| = 1 + 2[\log_2(k+1)].$$

Pirmieji 4 kodo žodžiai yra

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 010, \quad u_2 = 011, \quad u_3 = 00100.$$

Tada

$$L \leq 2H(S) + 1.$$

C_2 (P.Elias, 1987)

Suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Fano kodas

Aritmetinis kodas

Intervalų konstrukcija

Kodo konstravimas

Modifikuotas kodas

Kodo ilgis

AK realizacija

AK sveikais skaičiais

Aukštesnės eilės kodai

k-tos eilės entropija

Šenono teorema k-tos

eilės kodams

Intervalinis kodas

C_0

C_1

C_2

Tegul

$$C = C_2 = \{v_0, v_1, \dots\},$$

čia

$$v_k = u_{[\log_2(k+1)]}(k+1)_2.$$

$$|v_k| = 2 + [\log_2(k+1)] + 2[\log_2(1 + [\log_2(k+1)])].$$

Pirmieji 4 kodo žodžiai yra

$$v_0 = 11, \quad v_1 = 01010, \quad v_2 = 01011, \quad v_3 = 011100.$$

Tada

$$L \leq 2 + H(S) + 2 \sum_{j=1}^m p_j \log_2 \left(1 + \log_2 \frac{1}{p_j} \right).$$