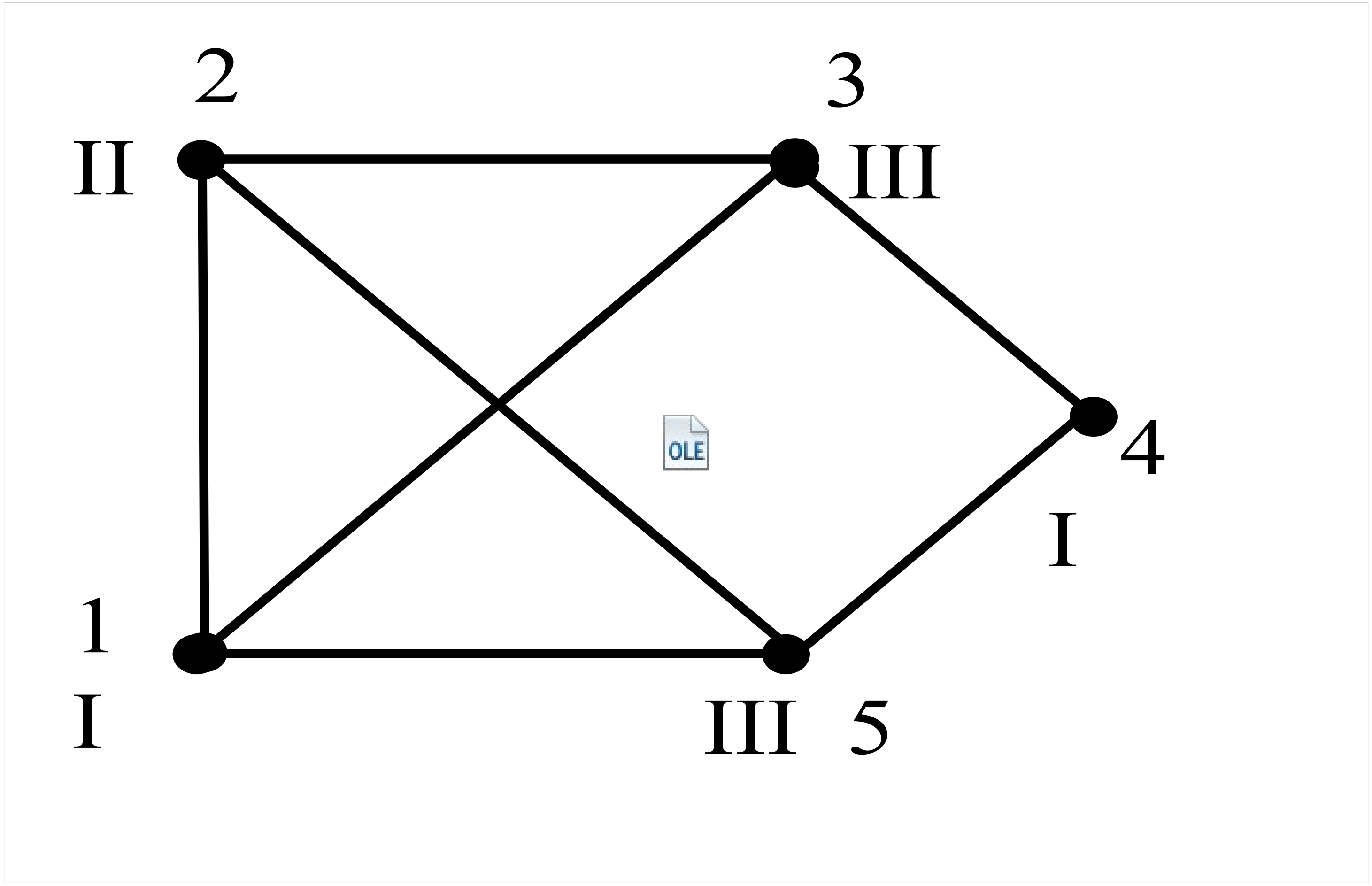
Chromatinis skaičius

Vieslav Lapin

Apibrėžimas

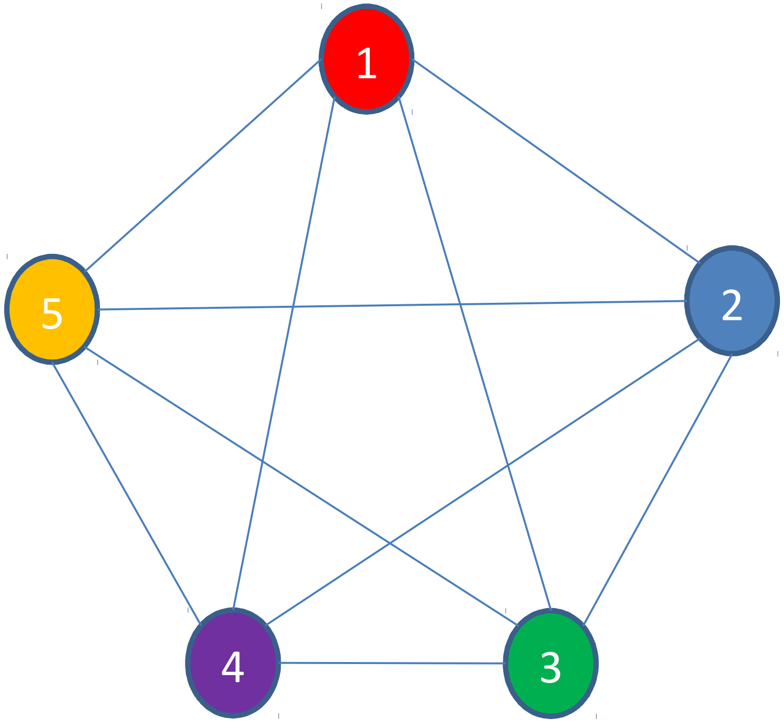
- G = (V, U)
- Chromatinis skaičius - mažiausias skaičius spalvų,
  - kurioms grafo viršūnes galima nudažyti taip,
  - kad bet kokios dvi gretimos viršūnės būtų nudažytos skirtinga spalva.
- Žymėsime $\gamma(G)$

Pavyzdžiai



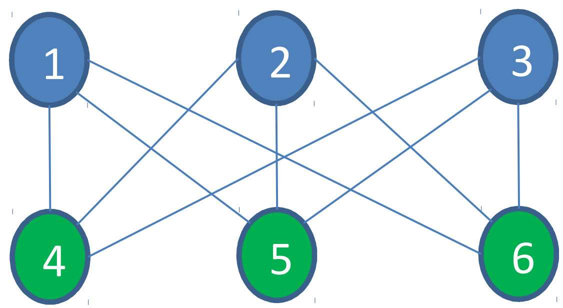
Pavyzdžiai

- Pilno grafo K_n chromatinis skaičius yra n.



Pavyzdžiai

- Bet koks dvidalis grafas yra bichromatusis:
  - aibės *A* viršūnės dažomos pirmąja spalva
  - aibės *B* viršūnės – antrąja spalva.



- Perfrazavus Kionigo teoremą, galime teigti, kad grafas yra bichromatusis tada ir tiktai tada, kai jis neturi nelyginio ilgio ciklų.

Algoritmai

- Dažniausiai naudojami grafų dažymo algoritmai remiasi tokiomis euristikomis:
  - pirma spalva, po to viršūnė,
  - pirma viršūnė, po to spalva

“pirma spalva, o po to viršūnė”

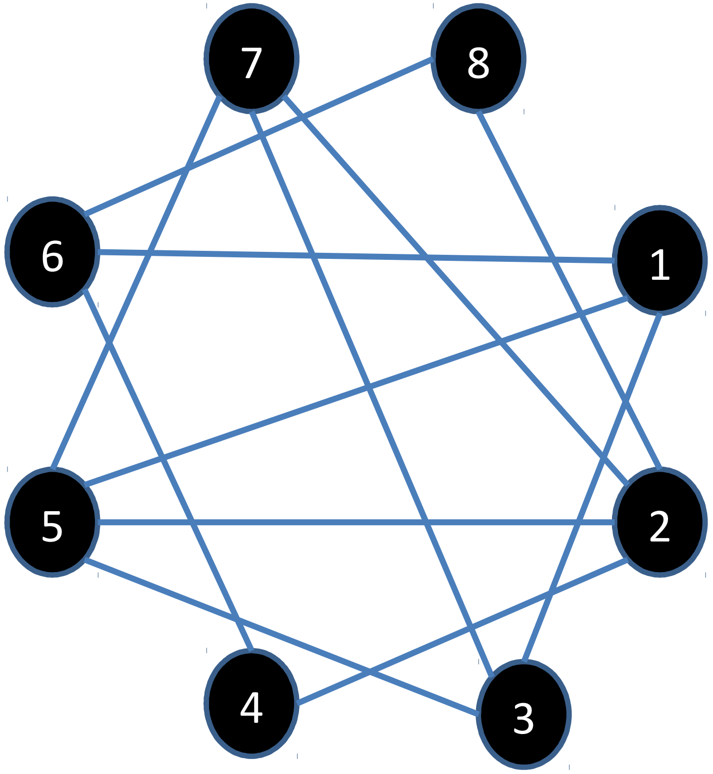
- Pagal kokį nors požymį sudaroma grafo viršūnių seka.
- Po to imama nauja spalva ir šia spalva iš eilės dažomos, jeigu galima, sekos viršūnės.
- Taip elgiamės iki nudažome visas grafo viršūnes.

Algoritmas

- $v_1, v_2, \ldots, v_m$ čia $v_i \in V$ $d(v_{i+1}) \leq d(v_i)$, $i = \overline{1, n-1}$
- viršūnės išrikiuojamos jų laipsnių mažėjimo tvarka
- p:=0; {*spalvų skaičius*}
- *while "yra nenudažytų viršūnių" do*
- *begin*
  - p:=p+1;
  - *Pradedant pirmąja nenudažyta sekos viršūne,* ***p*** *spalva nuosekliai viena po kitos dažomos, jei galima, nenudažytos sekos viršūnės.*
- *end*;

Pavyzdys

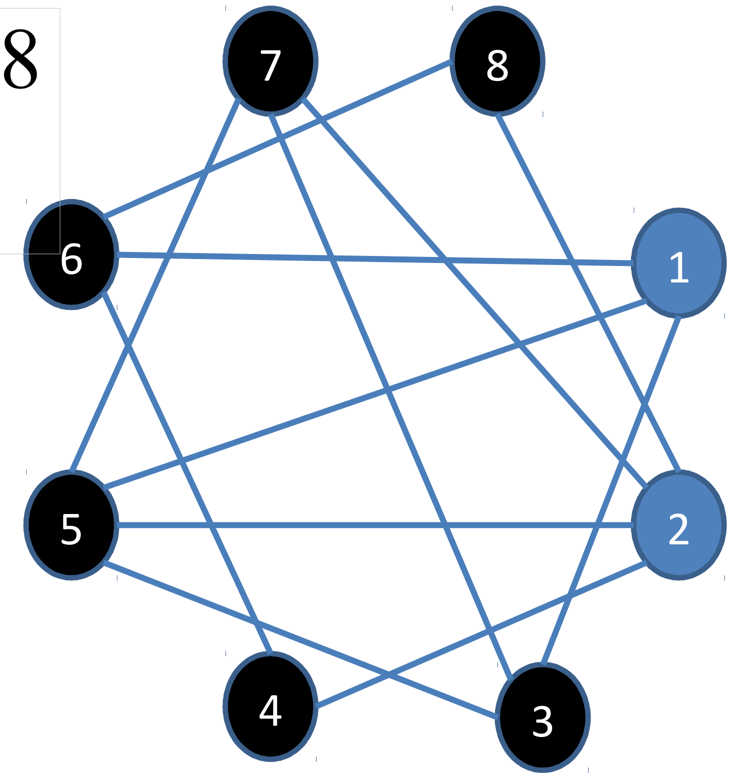
- seka viršūnių, išrikiuotų jų laipsnių mažėjimo tvarka, yra: 2, 5, 1, 3, 6, 7, 4, 8.



1 iteracija

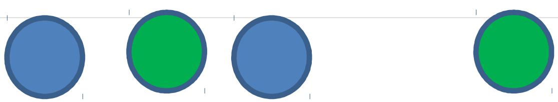
2, 5, 1, 3, 6, 7, 4, 8

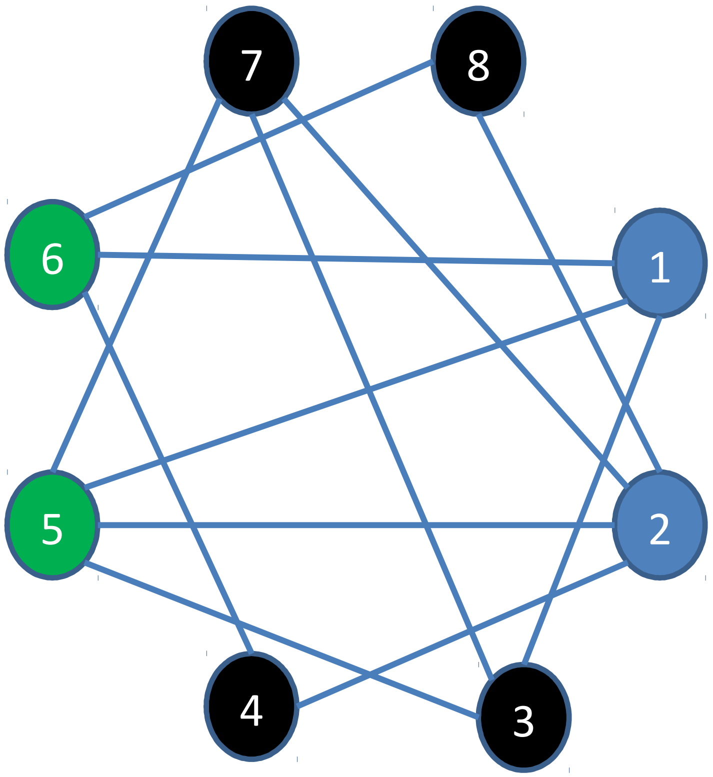
I I



2 iteracija

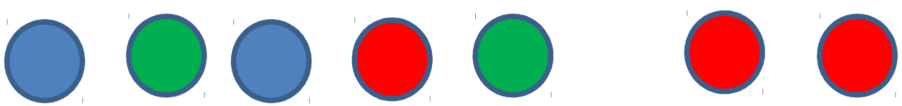
2,	5,	1,	3,	6,	7,	4,	8
I	II	I		II			

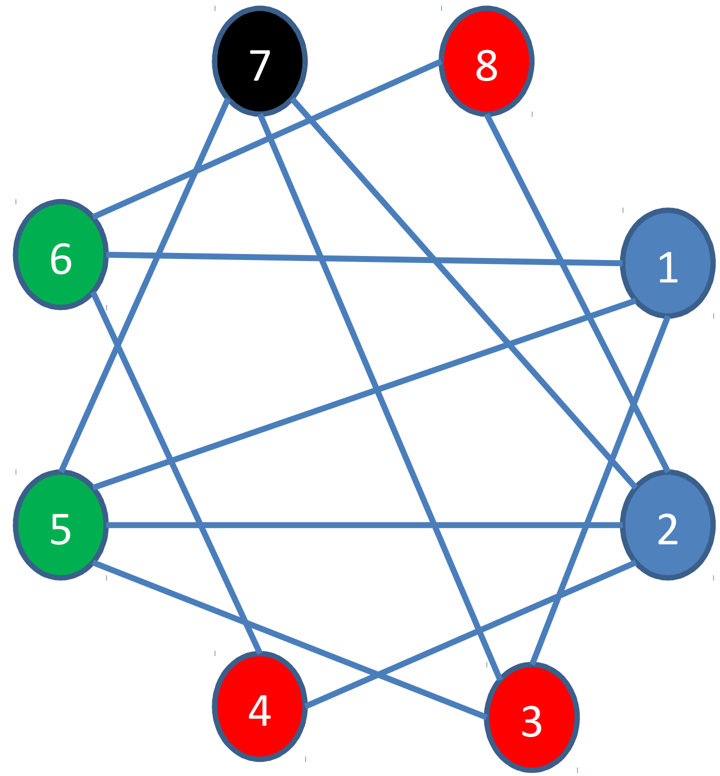




3 iteracija

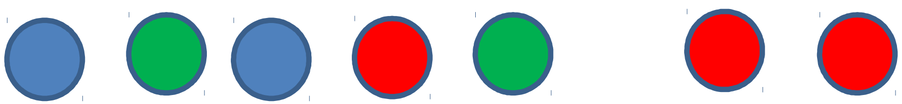
2,	5,	1,	3,	6,	7,	4,	8
I	II	I	III	II		III	III

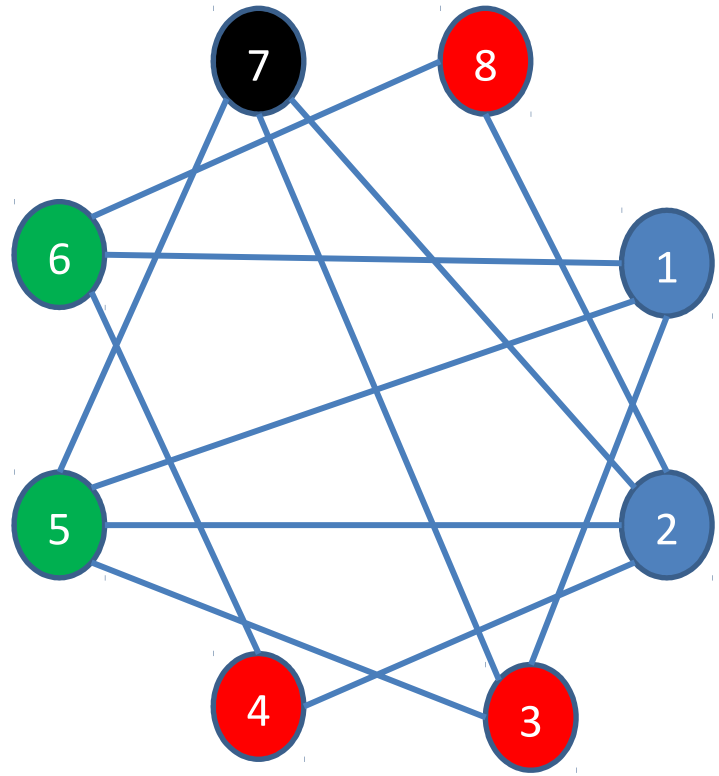




4 iteracija

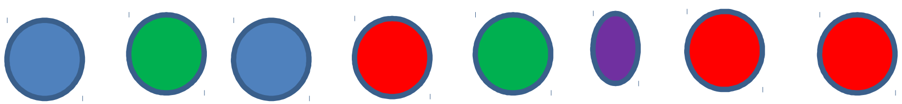
2,	5,	1,	3,	6,	7,	4,	8
I	II	I	III	II		III	III

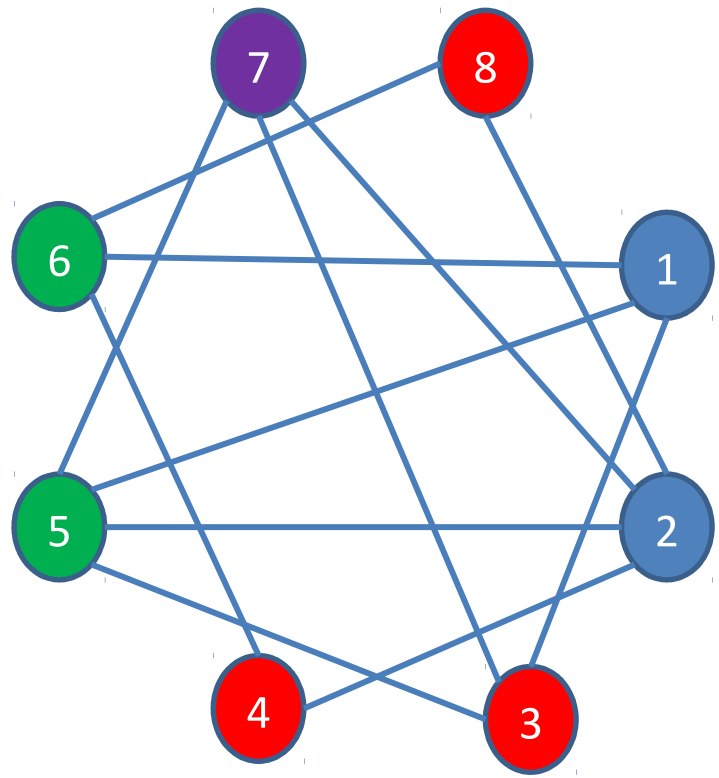




5 iteracija

2,	5,	1,	3,	6,	7,	4,	8
I	II	I	III	II	IV	III	III





procedure ***grfdaz***1

- *Formalūs parametrai*:
- *n – grafo viršūnių skaičius*,
- *m – grafo briaunų* (*lankų*) *skaičius*,
- *b – grafo briaunų matrica* ,
- *p – spalvų skaičius*,
- *d* [1..*n*] – *viršūnių spalvų masyvas*;
- L[2m] – briaunų masyvas
- lst[n+1] – viršūnių adresų masyvas

procedure ***grfdaz***1

- ***BLlst***(*n*,*m*,*b*,*L*,*lst*);   { *Pradinių reikšmių suteikimas darbo masyvams ir kintamiesiems* }
- *for i* := 1 *to n do*
- *begin*
  - *v* [*i*] := *i*; { *Masyve v iš eilės surašomi viršūnių numeriai* }
  - *s* [*i*] := *lst* [*i* + 1] – *lst* [*i*]; {*s* [*i*] – *i-tosios viršnės laipsnis* }
  - *d*[*i*] := 0;
- *end*;

procedure ***grfdaz***1

- { *Viršūnes masyve v išrikiuojame jų laipsnių mažėjimo tvarka* }
- *for k* := 1 *to n* – 1 *do*
  - *for i*: = 1 *to n* – *k do*
    - *if s* [*i*] < *s* [*i* + 1] *then*
      - { *Keičiame vietomis s* [*i*] *su s* [*i* + 1] *ir v* [*i*] *su v* [*i* + 1] }
      - *begin*
        - » *z* := *s* [*i*]; *s* [*i*] := *s* [*i* + 1]; *s* [*i* + 1] := *z*;
        - » *z* := *v* [*i*]; *v* [*i*] := *v* [*i* + 1]; *v* [*i* + 1] := *z*;
      - *end*;
- *p* := 0; { *p* – *spalvų skaičius* }
- *sv* := 0; {*sv* - *nudažytų viršūnių skaičius* }

procedure ***grfdaz***1

- *while sv* < *n do*
  - *begin*
    - *p* := *p* + 1;
    - *for i*:=1 *to n do*
      - *Pradedant pirmąja nenudažyta sekos viršūne,* ***p*** *spalva nuosekliai viena po kitos dažomos, jei galima, nenudažytos sekos viršūnės.*
  - end;

procedure ***grfdaz***1

- *u* := *v* [*i*];
- *if d* [*u*] = 0 *then* {*Viršūnė u – nenudažyta*. *Ar ją galima dažyti p-ąja spalva?* }
- *begin*
  - { *Ar viršūnių*, *gretimų viršūnei u*, *tarpe yra viršūnė*,*nudažyta p-ąja spalva?* }
  - *j* := *lst* [*u*] + 1; *t* := *false*;
  - *while* (*j* <= *lst* [*u* + 1]) *and not t do*
  - *begin*
    - *x* := *L* [*j*];
    - *if d*[*x*] = *p then t*:=*true*
    - *else j*:=*j*+1;
  - *end*;
  - *if not t then* { *Jei t* = *false*, *tai viršūnę u galima dažyti p-ąja spalva* }
  - *begin*
    - *d* [*u*] := *p*;
    - *sv* := *sv* + 1;
  - *end*;
- *end*;