Departamento de Electrónica
1er Cuatrimestre de 2024

Redes Neuronales (86.54)
Trabajo Práctico 3

Lucas Burdman

Padrón: 104310

eMail: lburdman@fi.uba.ar

Profesores: Lew - Veiga - Mininni

Índice

1. Introducción

Las redes de Kohonen son un tipo de red neuronal no supervisada introducida por Teuvo Kohonen en 1982. Estas redes son especialmente útiles para la reducción de dimensionalidad y la visualización de datos multidimensionales.

1.1. Funcionamiento de las Redes de Kohonen

El principio fundamental de las redes de Kohonen es la preservación de la topología. Esto significa que los puntos cercanos en el espacio de entrada se mapean en puntos cercanos en el espacio de salida. Este proceso se logra a través de un entrenamiento competitivo que involucra varios pasos:

1. **Selección del Patrón de Entrada**: Se elige un vector de entrada ξ al azar desde el conjunto de datos. Este vector representa una medición o un punto en el espacio de alta dimensionalidad.

2. **Cálculo de la Distancia Euclídea**: Para cada neurona en la red, se calcula la distancia euclidiana entre el vector de entrada ξ y el vector de pesos $\mathbf{w}$ asociado a la neurona. La neurona cuya distancia al patrón de entrada es mínima se denomina neurona ganadora.
$$\|\mathbf{w}_{i^*} - \xi\| \leq \|\mathbf{w}_i - \xi\| \quad \forall i$$

3. **Actualización de los Pesos**: Los pesos de la neurona ganadora y de sus vecinas se actualizan para acercarse más al vector de entrada. Esta actualización se realiza mediante la función de vecindad Λ, que depende de la distancia entre la neurona ganadora y las demás neuronas, y σ:
$$\Lambda(i, i^*) = e^{-\frac{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i^*}\|^2}{2\sigma^2}}$$
$$\Delta w_{ij} = \eta \Lambda(i, i^*)(\xi_j - w_{ij})$$
Aquí, η es la tasa de aprendizaje y σ es el ancho de la vecindad que decrecen con el tiempo.

2. Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo principal aplicar y analizar el uso de redes de Kohonen en diversas tareas de reducción de dimensionalidad, visualización de datos y resolución de problemas. Los objetivos específicos serán:

1. **Construcción de una Red de Kohonen para Distribuciones Uniformes**: Diseñar e implementar una red de Kohonen con 2 entradas que aprenda una distribución uniforme dentro del círculo unitario. Evaluar la preservación de la topología y probar la red con distribuciones uniformes dentro de otras figuras geométricas.

2. **Resolución del *Traveling Salesman Problem***: Utilizar una red de Kohonen para aproximar una solución al *Traveling Salesman Problem* para un conjunto de 200 ciudades, minimizando la distancia total recorrida.

3. **Reducción de Dimensionalidad de Datos de Alta Dimensión**: Utilizar una red de Kohonen para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos que contiene 500 mediciones de una variable con 100 dimensiones, proporcionado en el archivo *datos_para_clustering.mat*.

4. **Detección de Clusters en Datos Reducidos**: Verificar la presencia de clusters en los datos de alta dimensión reducidos, utilizando la matriz U (Matriz de Unificación). Indicar la cantidad de clusters visualizados y analizar su estructura.

3. Desarrollo

3.1. Ejercicio 1: Red de Kohonen y preservación de topología

Enunciado: *Construya una red de Kohonen de 2 entradas que aprenda una distribución uniforme dentro del círculo unitario. Mostrar el mapa de preservación de topología. Probar con distribuciones uniformes dentro de otras figuras geométricas.*

Para este ejercicio, se generaron distintas figuras geométricas y se generaron 300 datos distribuidos uniformemente dentro de cada figura geométrica. La red de Kohonen fue entrenada para aprender la distribución uniforme de los datos dentro de cada figura, y se observó la capacidad de la red para preservar la topología de los datos.

Para todos los casos se utilizó una red de 10 x 10 neuronas y se inicializó $\eta = 2$, $\sigma = 10$ y 1000 iteraciones.

3.1.1. Distribución Uniforme en el Círculo Unitario

En esta sección, se utilizaron datos distribuidos uniformemente dentro de un círculo unitario. La red de Kohonen fue entrenada para mapear estos datos, y se evaluó la preservación de la topología.

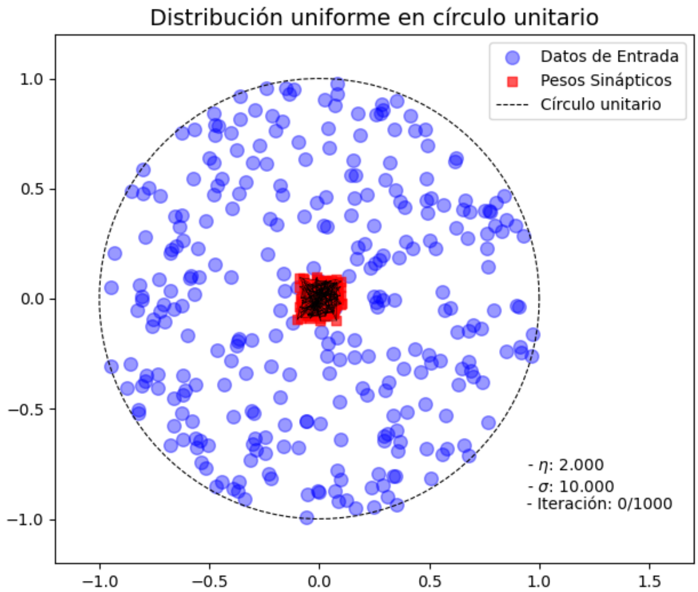

Figura 3.1.1.1: Evolución Red de Kohonen en círculo unitario - 0 %

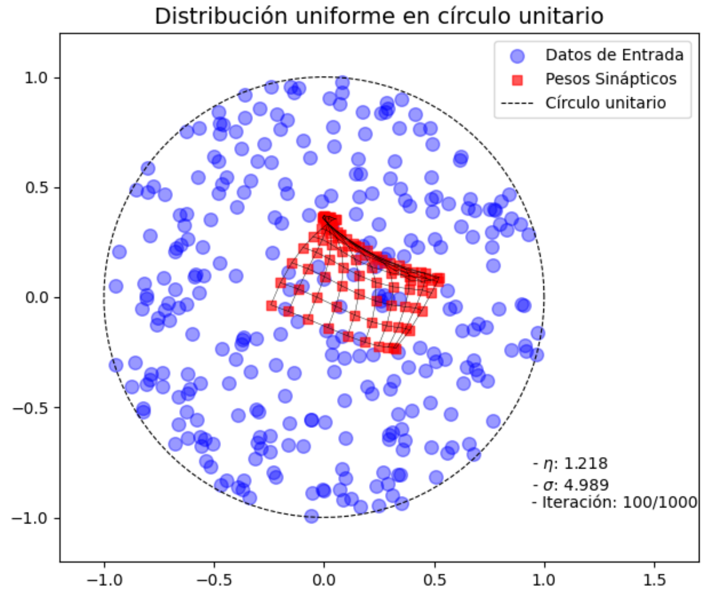

Figura 3.1.1.2: Evolución Red de Kohonen en círculo unitario - 10 %

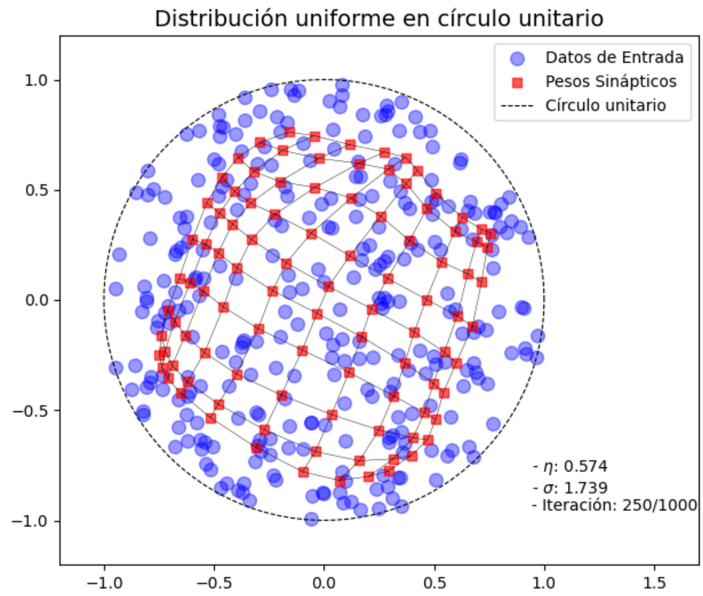

Figura 3.1.1.3: Evolución Red de Kohonen en círculo unitario - 25 %

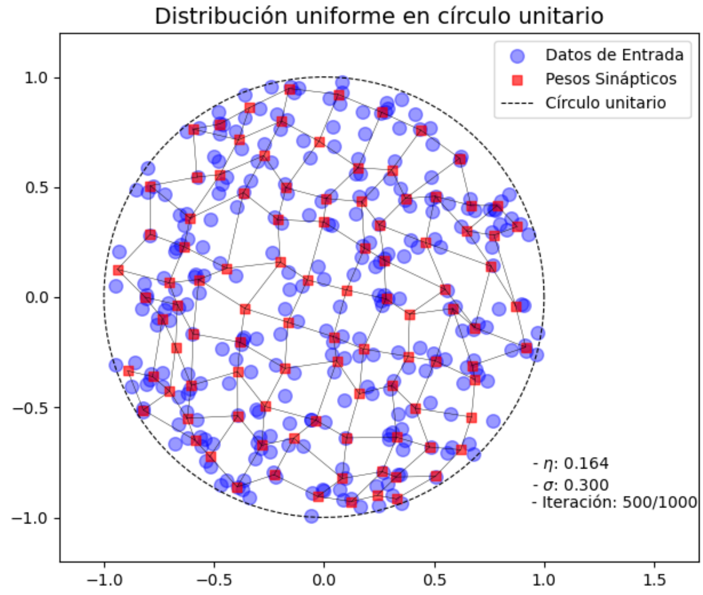

Figura 3.1.1.4: Evolución Red de Kohonen en círculo unitario - 50 %

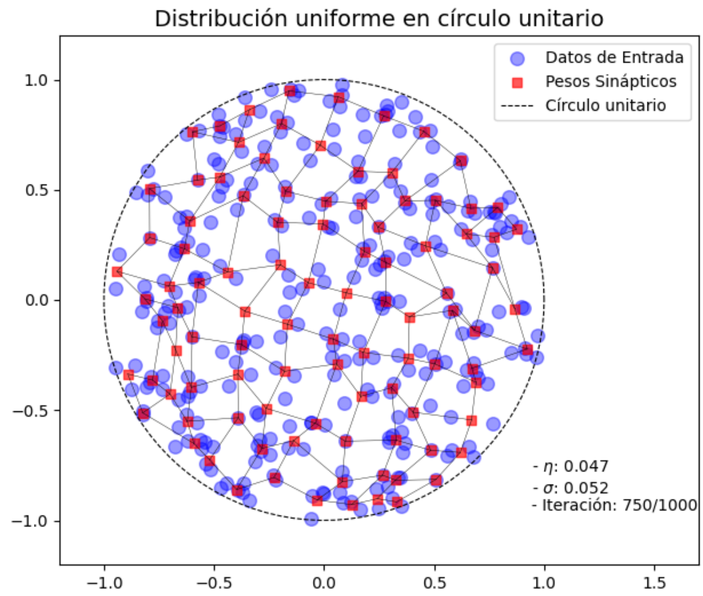

Figura 3.1.1.5: Evolución Red de Kohonen en círculo unitario - 75 %

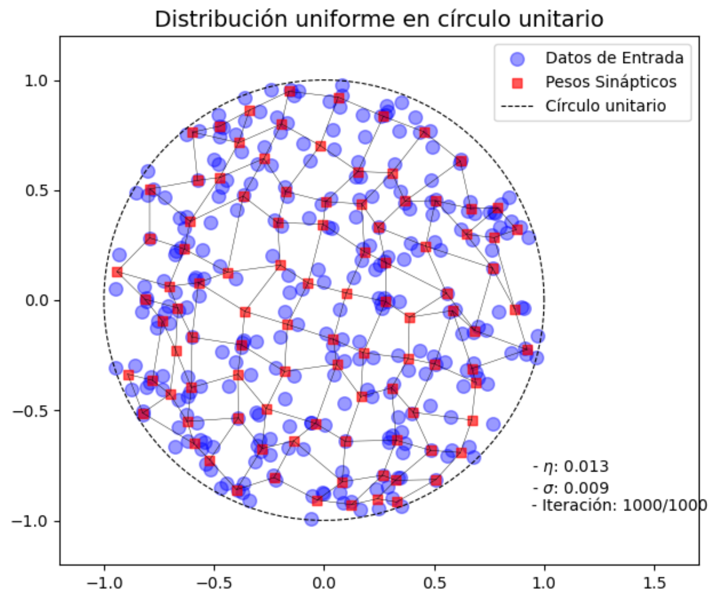

Figura 3.1.1.6: Evolución Red de Kohonen en círculo unitario - 100 %

3.1.2. Distribución Uniforme en un Anillo

En esta sección, se utilizaron datos distribuidos uniformemente dentro de un anillo con radio exterior de 1 y radio interior de 0,6. La red de Kohonen fue entrenada para mapear estos datos, probando su capacidad de adaptarse a figuras geométricas con falta de datos en el radio de 0 a 0,6.

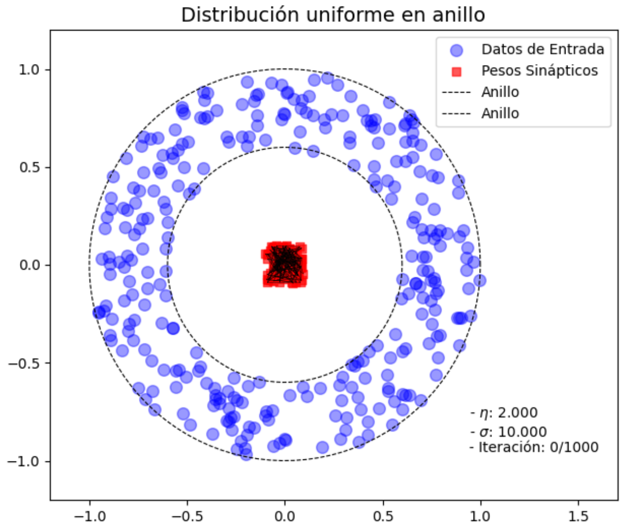

Figura 3.1.2.1: Evolución Red de Kohonen en anillo - 0 %

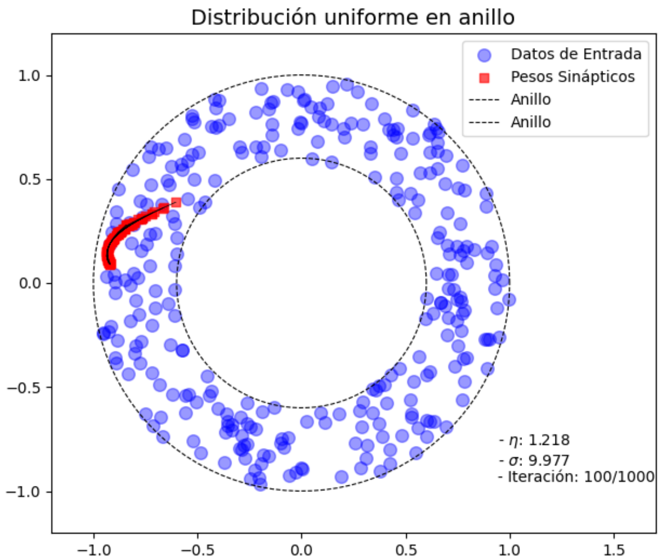

Figura 3.1.2.2: Evolución Red de Kohonen en anillo - 10 %

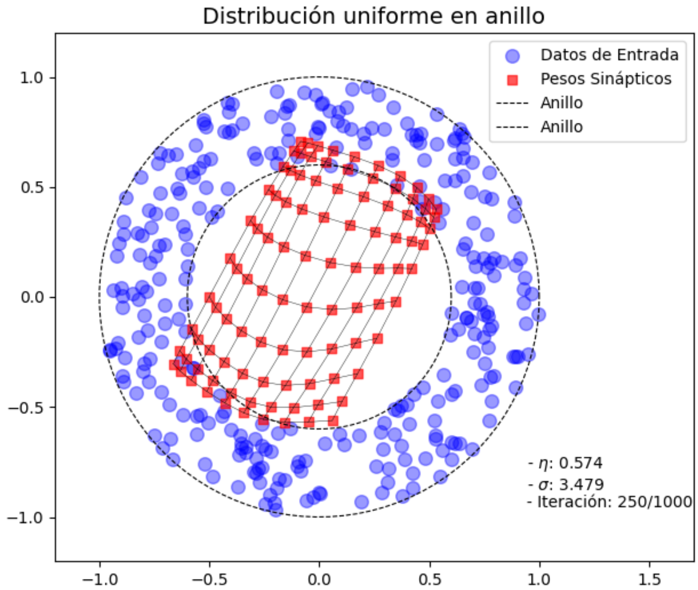

Figura 3.1.2.3: Evolución Red de Kohonen en anillo - 25 %

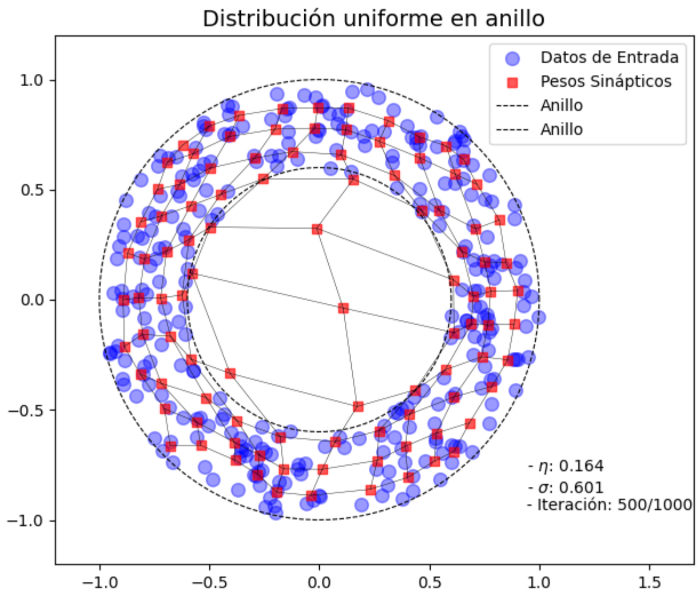

Figura 3.1.2.4: Evolución Red de Kohonen en anillo - 50 %

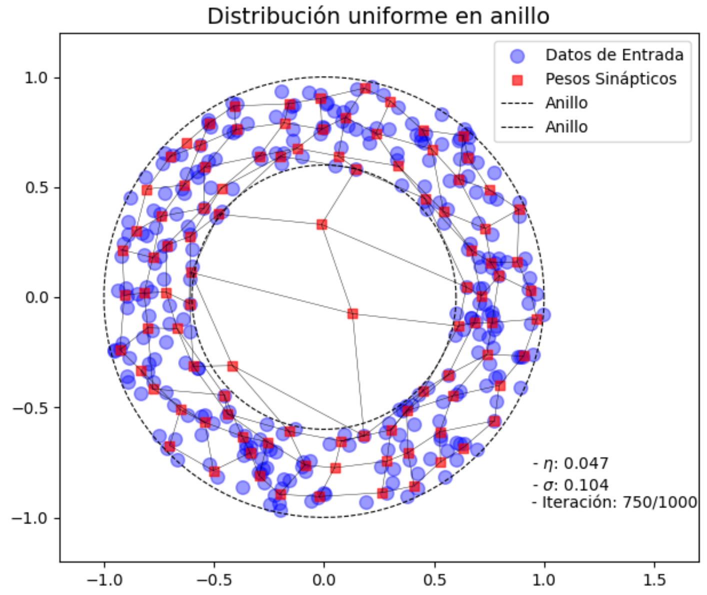

Figura 3.1.2.5: Evolución Red de Kohonen en anillo - 75 %

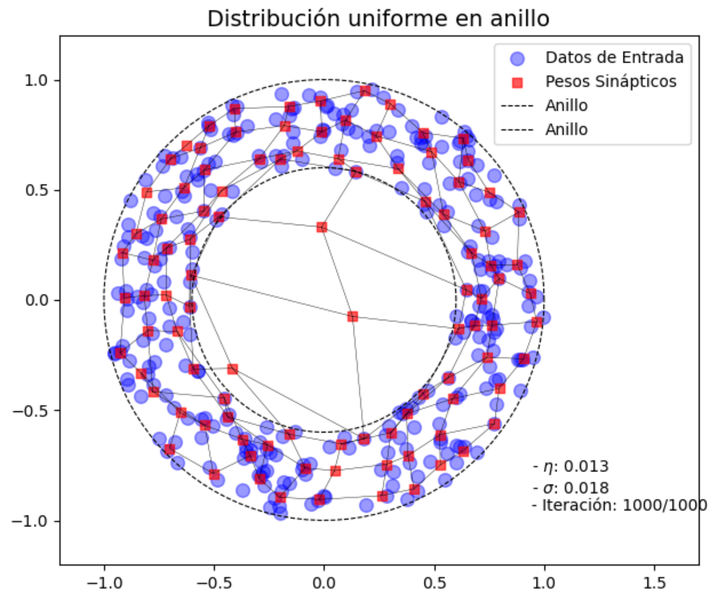

Figura 3.1.2.6: Evolución Red de Kohonen en anillo - 100 %

3.1.3. Distribución Uniforme en un Triángulo Equilátero

En esta sección, se utilizaron datos distribuidos uniformemente dentro de un triángulo equilátero de lado 2. La red de Kohonen fue entrenada con estos datos para evaluar su capacidad de adaptarse a una figura geométrica con bordes angulares.

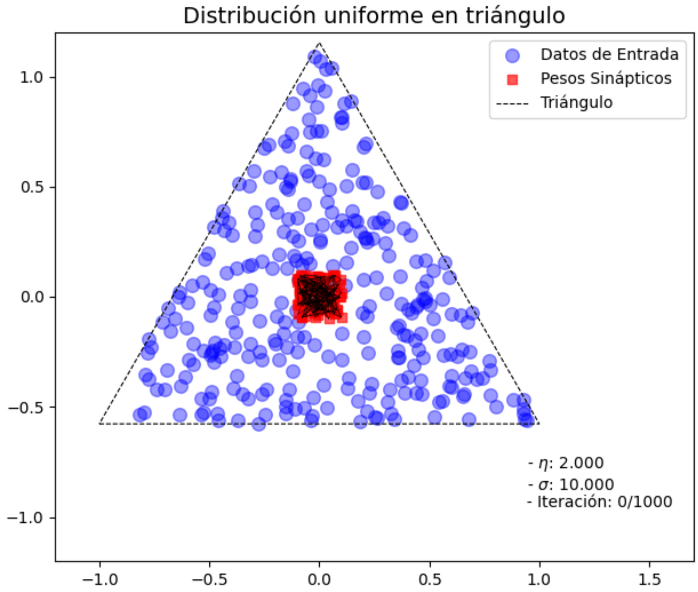

Figura 3.1.3.1: Evolución Red de Kohonen en triángulo equilátero - 0 %

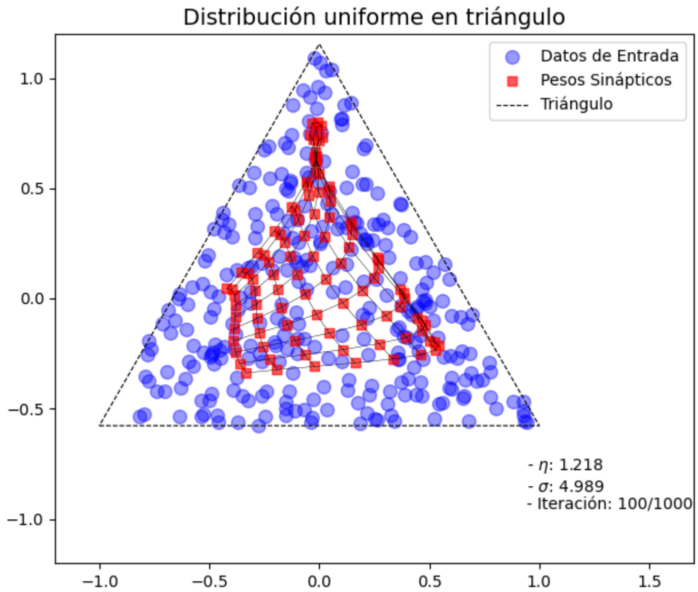

Figura 3.1.3.2: Evolución Red de Kohonen en triángulo equilátero - 10 %

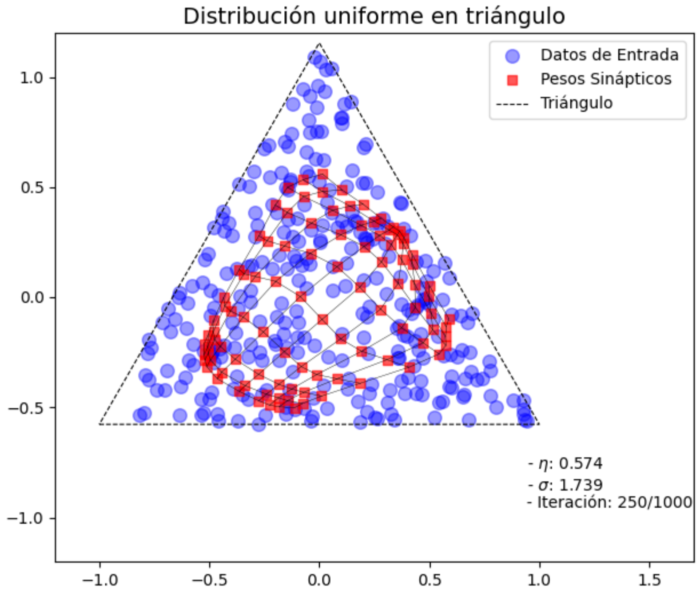

Figura 3.1.3.3: Evolución Red de Kohonen en triángulo equilátero - 25 %

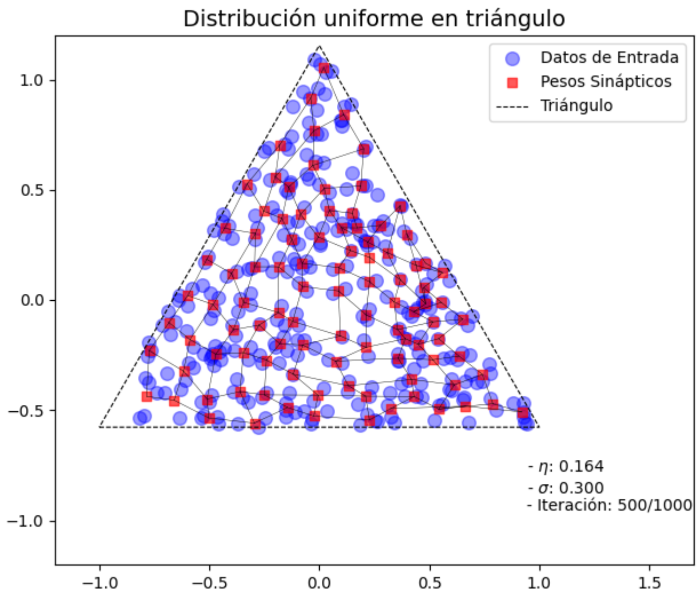

Figura 3.1.3.4: Evolución Red de Kohonen en triángulo equilátero - 50 %

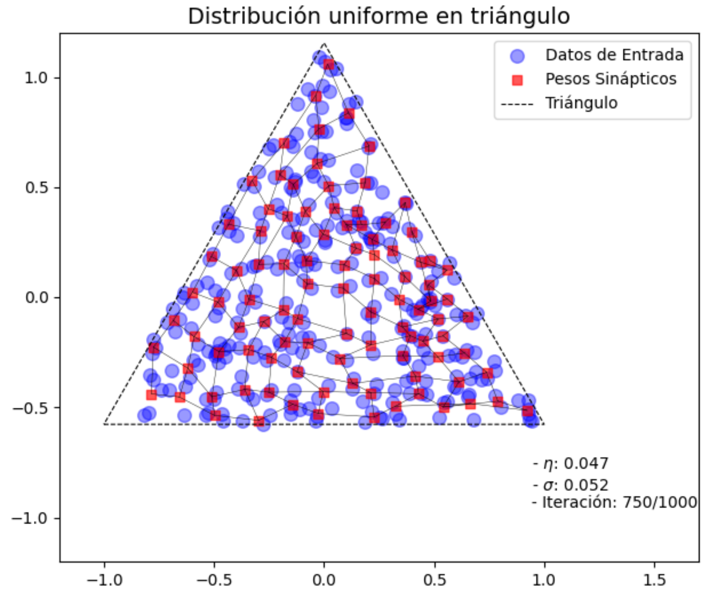

Figura 3.1.3.5: Evolución Red de Kohonen en triángulo equilátero - 75 %

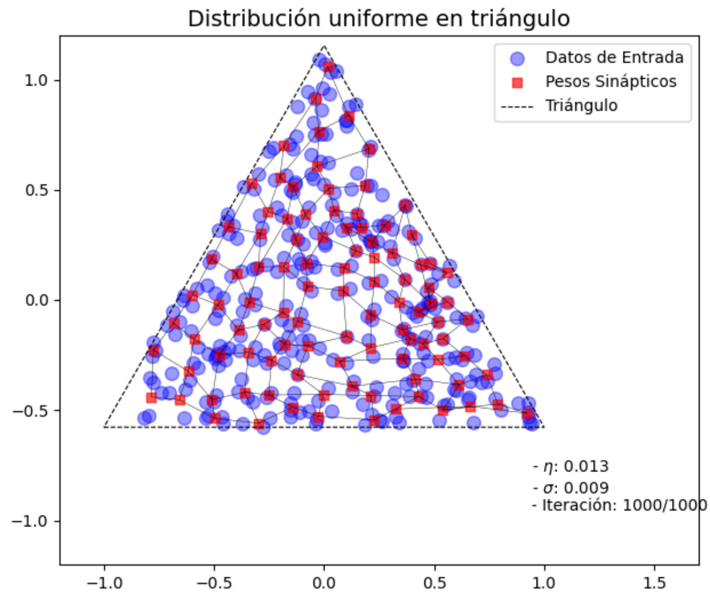

Figura 3.1.3.6: Evolución Red de Kohonen en triángulo equilátero - 100 %

3.1.4. Observaciones

Se observa que la red de Kohonen abarca la totalidad de las figuras geométricas utilizadas, logrando representar adecuadamente los datos de entrada distribuidos uniformemente dentro de cada figura. La red muestra una preservación de la topología en todas las figuras, lo que demuestra su efectividad en la representación de datos de diferentes formas geométricas.

En el caso del anillo, la presencia de pesos en el centro de la figura, donde no hay datos de entrada, puede explicarse por el comportamiento del algoritmo de Kohonen. Durante el proceso de actualización, los pesos de las neuronas cercanas a la ganadora se ajustan. Igualmente estos pesos errantes son pocos y se puede decir que la red de Kohonen logra representar bien los datos.

3.2. Ejercicio 2: Traveling Salesman Problem

Enunciado: *Resuelva (aproximadamente) el* ***"Traveling salesman problem"*** *para 200 ciudades con una red de Kohonen.*

El *Traveling Salesman Problem* (TSP) es un problema clásico de optimización en el que un vendedor debe encontrar la ruta más corta que le permita visitar un conjunto de ciudades exactamente una vez y regresar a la ciudad de origen.

Para este ejercicio, se abordará una resolución aproximada del TSP para un conjunto de 200 ciudades utilizando una red de Kohonen. La red de Kohonen, gracias a su capacidad de preservación de la topología, es adecuada para encontrar rutas que minimicen la distancia total recorrida, proporcionando una solución al problema.

Para resolver el problema se generarán 200 ciudades con coordenadas aleatorias en un radio de 1, se inicializarán los pesos de la red de Kohonen de 1 x 400 de manera cerrada (es decir circular) en un radio de 0,1, se entrenará a la red ajustando sus pesos sinápticos de la misma manera que en el ejercicio anterior y se evaluará la capacidad de la red para resolver aproximadamente el problema.

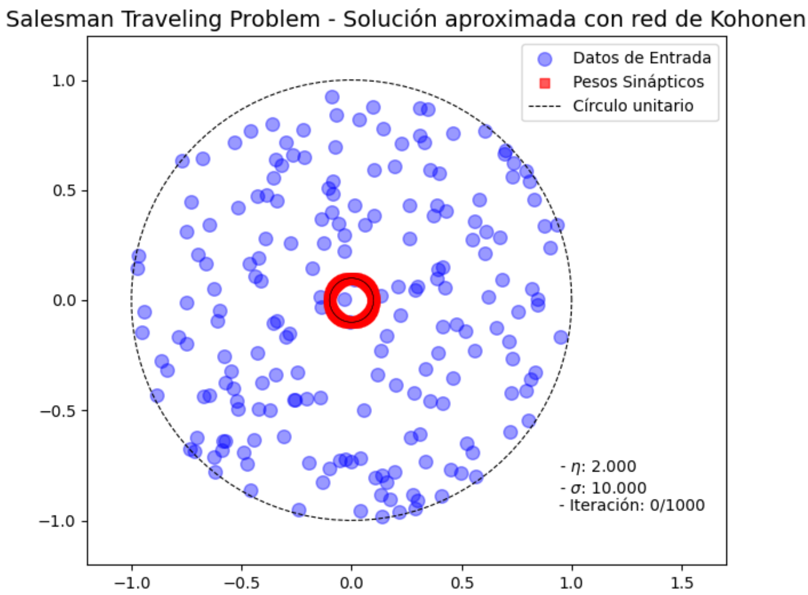

Figura 3.2.1: Evolución Red de Kohonen para TSP - 0 %

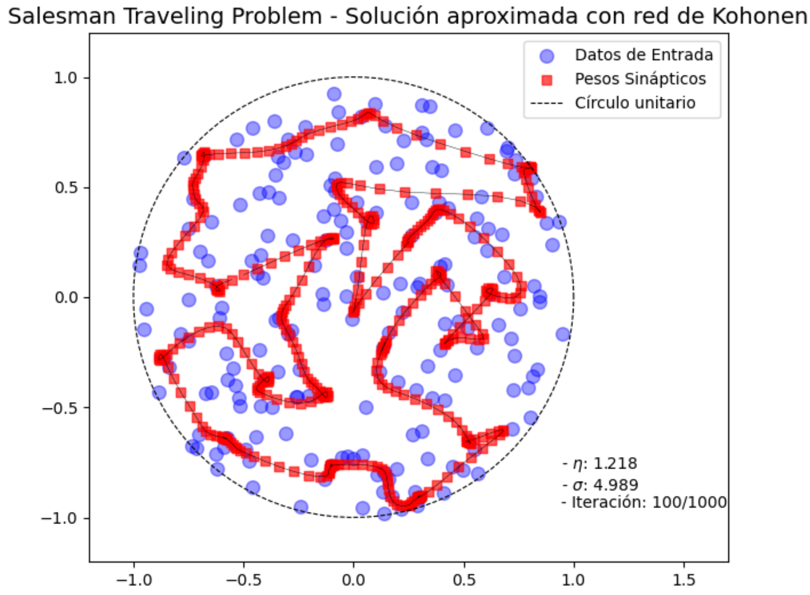

Figura 3.2.2: Evolución Red de Kohonen para TSP - 10 %

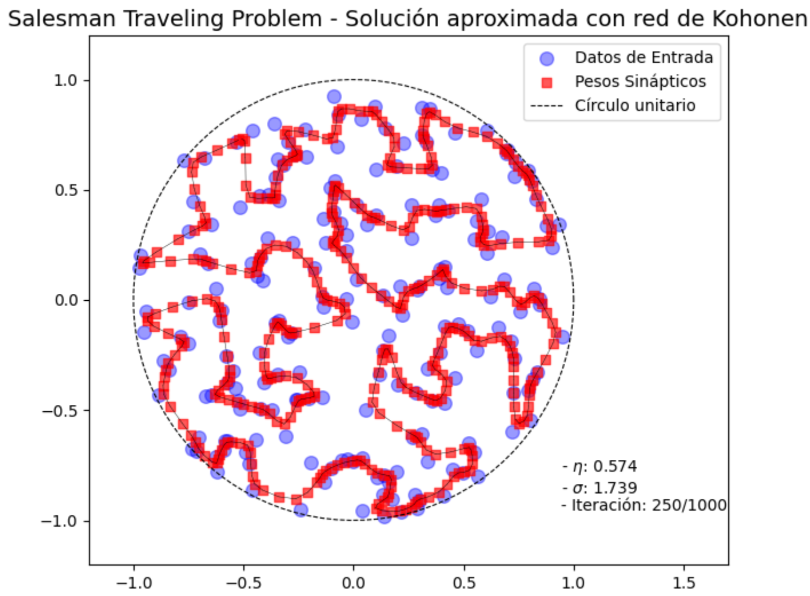

Figura 3.2.3: Evolución Red de Kohonen para TSP - 25 %

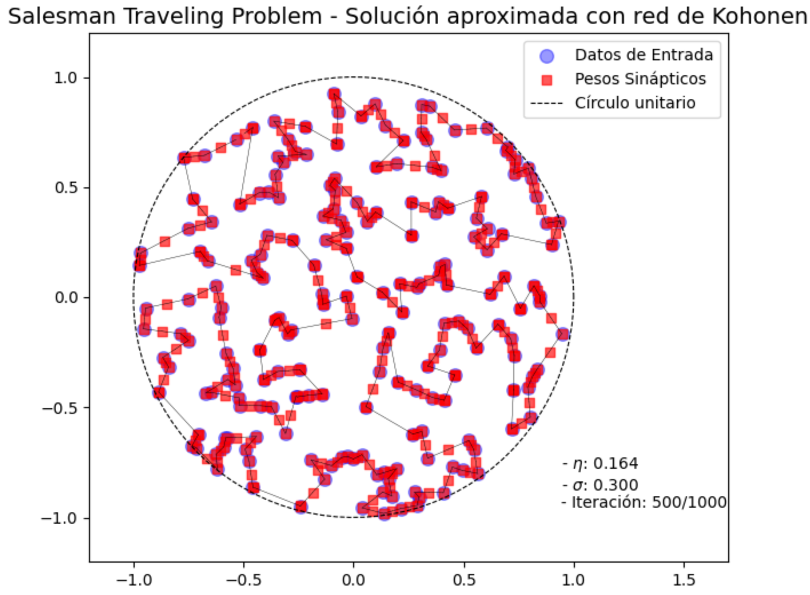

Figura 3.2.4: Evolución Red de Kohonen para TSP - 50 %

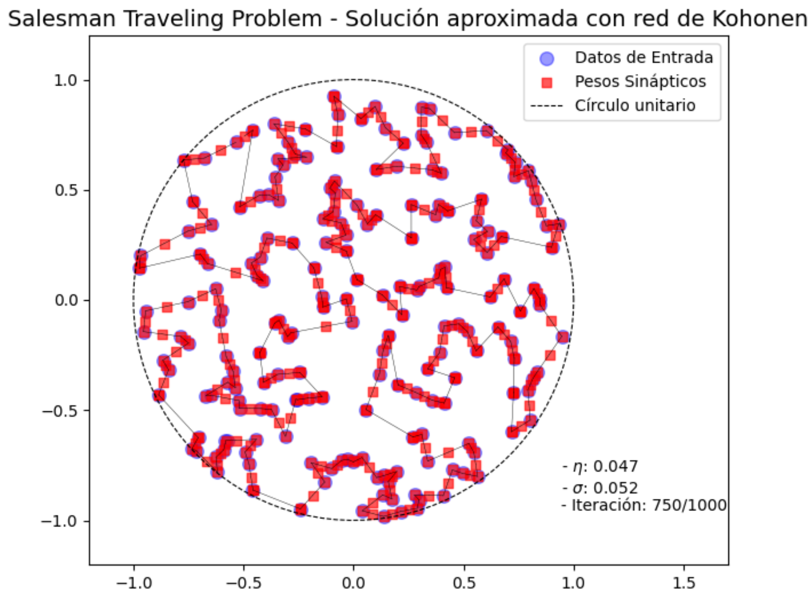

Figura 3.2.5: Evolución Red de Kohonen para TSP - 75 %

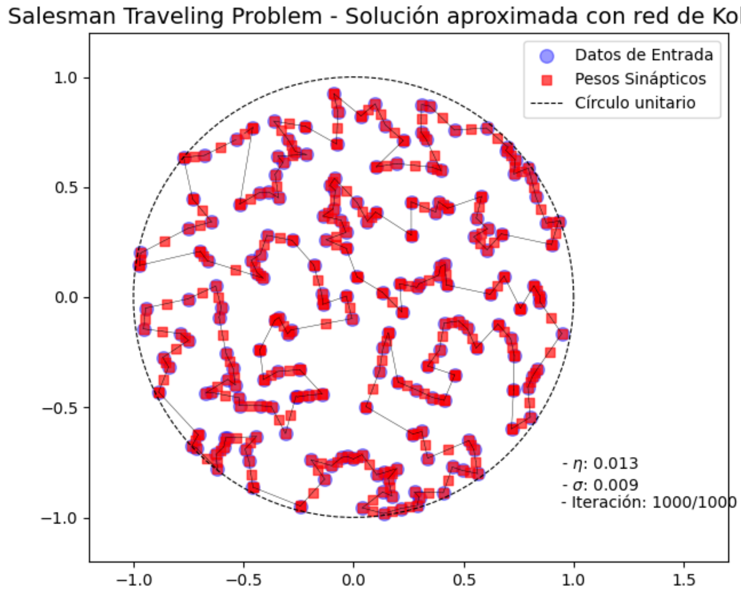

Figura 3.2.6: Evolución Red de Kohonen para TSP - 100 %

Luego de realizar el ejercicio se puede observar que la Red de Kohonen se adapto de manera progresiva durante el entrenamiento, aproximándose cada vez más a una ruta que recorre todas las ciudades solo una vez, conservando la topología. Al finalizar el entrenamiento la red converge a una solución. Si bien esta puede no ser la solyución óptima, es una buena aproximación.

El uso de una red de Kohonen para resolver el problema del *Traveling Salesman Problem* demuestra ser una herramienta efectiva para obtener soluciones aproximadas. La red es capaz de adaptar sus pesos y mantener la topología del problema, proporcionando una ruta que recorre todas las ciudades. Aunque la solución no es necesariamente óptima, el método ofrece una aproximación razonable y muestra la capacidad de las redes de Kohonen para solucionar problemas de optimización complejos.

3.3. Ejercicio 3: Clustering

Enunciado: *En el campus encontrará el archivo "**datos_para_clustering.mat**" que contiene una matriz de datos de 500 mediciones de una variable de 100 dimensiones.*

a) *Utilice una red de Kohonen para reducir la dimensionalidad de los datos.*

b) *Verifique la presencia de clusters, e indique cuantos puede visualizar, haciendo uso de la matriz **U**.*

En este ejercicio se utilizará una red de Kohonen para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos y verificar la presencia de clusters. El archivo *datos_para_clustering.mat* contiene una matriz de datos con 500 mediciones de una variable de 100 dimensiones.

Al trabajar con datos de alta dimensión es difícil visualizar datos en más de 3 dimensiones, imposibilitando la identificación de patrones o estructuras.

Por otro lado, el *clustering* es una técnica que agrupa datos en conjuntos llamados clusters, de manera que los datos dentro de un mismo cluster son más similares entre sí que con datos de otros clusters.

En este ejercicio, se utilizará una red de Kohonen para reducir la dimensionalidad de los datos y verificar la presencia de clusters mediante la matriz U. Estas redes son particularmente útiles para la reducción de dimensionalidad debido a su capacidad para preservar la topología de los datos de entrada. Al mapear datos de alta dimensión en una cuadrícula bidimensional, las redes de Kohonen permiten visualizar estructuras y relaciones en los datos que serían imposibles de detectar en el espacio original de alta dimensión.

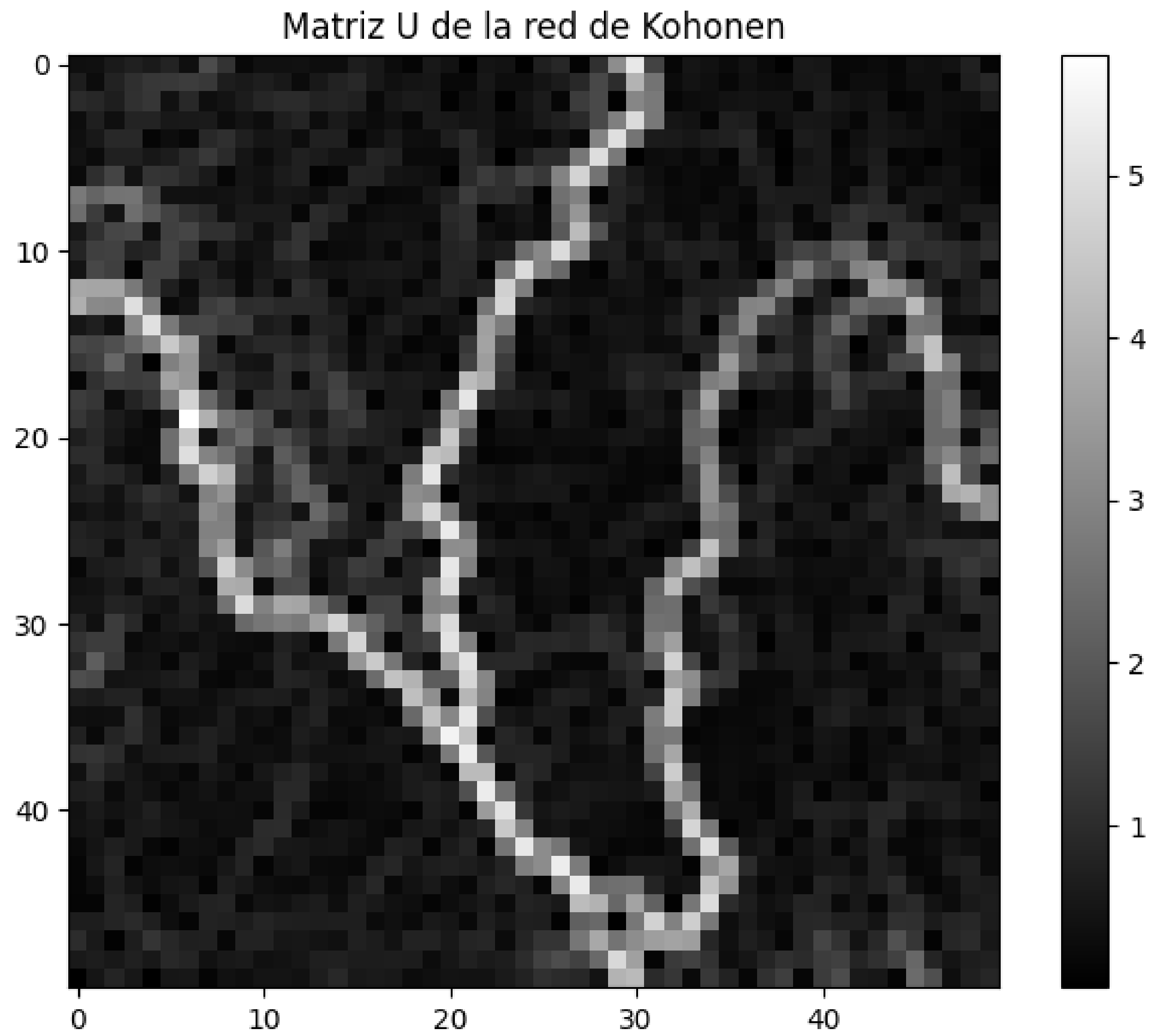

Figura 3.3.1: Matriz U de la Red de Kohonen

La matriz U es una herramienta visual utilizada en el análisis de redes de Kohonen para identificar la presencia de clusters. En la matriz U, los valores representan las distancias entre los vectores de pesos de las neuronas adyacentes. Las áreas blancas en la matriz indican grandes distancias, sugiriendo la presencia de bordes entre clusters, mientras que las áreas negras indican pequeñas distancias, sugiriendo que las neuronas pertenecen al mismo cluster y están cercanas entre sí.

Observando la matriz U, se pueden identificar claramente cuatro clusters, con clusters más pequeños en algunas zonas. Los límites de estos clusters están marcados por líneas blancas brillantes, que representan las mayores distancias entre los vectores de pesos de las neuronas adyacentes.

4. Conclusión

Luego de realizar el trabajo, evaluando redes de Kohonen para la representación de distribuciones uniformes en diferentes figuras geométricas, la resolución aproximada del problema del *Traveling Salesman Problem* (TSP) y el análisis de clustering en datos de alta dimensionalidad utilizando la matriz U se observa que:

- La red de Kohonen es capaz de adaptarse y preservar la topología de los datos de entrada de distribuciones uniformes dentro de diferentes figuras geométricas, distribuyendo los pesos sinápticos de manera que represnetan los datos y abarcan la totalidad de la figura.
- La red de Kohonen es efectiva para encontrar una solución al TSP, encontrando una ruta aproximada que recorre todas las ciudades, preservando la topología del problema.
- La red de Kohonen para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos de alta dimensionalidad es una herramienta poderosa. Con ayuda de la matriz U, se puede verificar la presencia de clusters, pudiendo visualizar claramente los límites entre ellos.

En conclusión, las redes de Kohonen son una herramienta versátil y poderosa para diversas aplicaciones de aprendizaje no supervisado. Desde la representación de distribuciones uniformes en figuras geométricas hasta la resolución aproximada del TSP y el análisis de clustering, las redes de Kohonen demuestran un gran desempeño.