

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti  
Discrete Event and Hybrid Systems

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche  
Tiziano Villa

7 Febbraio 2022

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	20	
problema 2	10	
totale	30	

1. Si considerino i due seguenti automi definiti sull'alfabeto  $E = \{a_1, a_2, b_1, b_2\}$ .

Consider the two following automata over alphabet  $E = \{a_1, a_2, b_1, b_2\}$ .

Automa  $G$  (impianto):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1:  $a_1$ ,  
transizione da 0 a 3:  $a_2$ ,  
transizione da 1 a 2:  $b_1$ ,  
transizione da 1 a 4:  $a_2$ ,  
transizione da 2 a 5:  $a_2$ ,  
transizione da 3 a 4:  $a_1$ ,  
transizione da 3 a 6:  $b_2$ ,  
transizione da 4 a 5:  $b_1$ ,  
transizione da 4 a 7:  $b_2$ ,  
transizione da 5 a 8:  $b_2$ ,  
transizione da 6 a 7:  $a_1$ ,  
transizione da 7 a 8:  $b_1$ .

Automa  $H_a$  (specifica):

- stati: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 con 0 stato iniziale e 8 unico stato accettante;
- transizione da 0 a 1:  $a_1$ ,  
transizione da 0 a 3:  $a_2$ ,  
transizione da 1 a 2:  $b_1$ ,  
transizione da 1 a 9:  $a_2$ ,  
transizione da 2 a 5:  $a_2$ ,  
transizione da 3 a 4:  $a_1$ ,  
transizione da 3 a 6:  $b_2$ ,  
transizione da 4 a 7:  $b_2$ ,  
transizione da 5 a 8:  $b_2$ ,  
transizione da 6 a 7:  $a_1$ ,  
transizione da 7 a 8:  $b_1$ ,  
transizione da 9 a 5:  $b_1$ .

- (a) Si disegnino i grafi dei due automi.  
Draw the graphs of the two automata.

- (b) Siano dati i linguaggi  $K$  e  $M = \overline{M}$  sull'alfabeto  $E$ , e gl'insiemi di eventi  $E_c \subseteq E$  e  $E_o \subseteq E$ . Sia  $P$  la proiezione naturale da  $E^*$  a  $E_o^*$ .

Si scriva la definizione di osservabilit  di  $K$  rispetto a  $M$ ,  $E_c$  ed  $E_o$ .

Consider the languages  $K$  and  $M = \overline{M}$  over alphabet  $E$ , and the set of events  $E_c \subseteq E$  and  $E_o \subseteq E$ . Let  $P$  be the natural projection from  $E^*$  to  $E_o^*$ .

Write the definition of observability of  $K$  with respect to  $M$ ,  $E_c$  and  $E_o$ .

- (c) Siano  $M = \mathcal{L}(G)$  e  $K = \mathcal{L}_m(H_a)$ .

Siano  $E_{uo} = \{a_2\}$  e  $E_{uc} = \emptyset$ .

$K$    osservabile rispetto a  $M$ ,  $E_c$  ed  $E_o$  ? Lo si verifichi usando la definizione.

Let  $M = \mathcal{L}(G)$  and  $K = \mathcal{L}_m(H_a)$ .

Let  $E_{uo} = \{a_2\}$  and  $E_{uc} = \emptyset$ .

$K$  is observable with respect to  $M$ ,  $E_c$  and  $E_o$  ? Verify it using the definition of observability.

(d) Si costruisca  $H_{a,obs}$ , l'automa osservatore di  $H_a$ .

Build  $H_{a,obs}$ , the observer automaton of  $H_a$ .

(e) Si risponda alla domanda del punto precedente sull'osservabilita' utilizzando l'automa osservatore. Si spieghi con chiarezza il procedimento.

Answer the previous question about observability by means of the observer automaton. Explain in detail the procedure.

- (f) Si restringa il comportamento dell'impianto rappresentato da  $G$ , applicandogli l'azione di controllo del seguente supervisore  $S_B$ : all'inizio abilita solo  $a_1$ , poi dopo aver visto  $a_1$  abilita  $a_2$  e  $b_1$  (e disabilita  $b_2$ ), e infine dopo aver visto ancora  $b_1$  abilita  $a_2$  e  $b_2$ .

Si disegni  $H_{B,a}$ , l'automa che rappresenta tale comportamento ristretto dell'impianto  $G$  sotto il controllo del supervisore  $S_B$ , cioè' sia  $K_B$  la nuova specifica del comportamento ammissibile, dove  $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$ .

Restrict the plant behaviour represented by  $G$ , by the control action of the following supervisor  $S_B$ : at the beginning enable only  $a_1$ , then after having seen  $a_1$  enable  $a_2$  and  $b_1$  (and disable  $b_2$ ), and finally after having seen again  $b_1$  enable  $a_2$  and  $b_2$ .

Draw  $H_{B,a}$ , the automaton representing the restricted behaviour of the plant  $G$  under the control action of the supervisor  $S_B$ , i.e., let  $K_B$  be the new specification of the admissible behaviour. where  $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$ .

Si risponda alla seguenti domande. Nota bene: in tutti gli automi s'indichino con chiarezza gli stati accettanti.

Answer the following questions. Please, mark clearly the accepting states in all automata.

- i. Si discuta intuitivamente questa politica di controllo. Quali stringhe marcate dell'impianto sono permesse da essa ?  
Explain qualitatively this control policy. What are the marked strings of the plant that are admitted by this control policy ?
- ii. Si disegni l'automa  $H_{B,a}$ .  
Draw the automaton  $H_{B,a}$ .
- iii. Si disegni  $H_{B,a,obs}$ , l'automa osservatore di  $H_{B,a}$ .  
Draw  $H_{B,a,obs}$ , the observer automaton of  $H_{B,a}$ .

iv. Si costruisca una realizzazione  $R_{B,real}$  di  $S_B$ . Si ricordi che una realizzazione e' semplicemente un automa che rappresenta la politica di controllo del supervisore. Si seguano i seguenti passi:

Build a realization  $R_{B,real}$  of  $S_B$ . Keep in mind that a realization is simply an automaton which represents the control policy of the supervisor. Follow the following steps:

A. Si costruisca un automa rasato ("trim")  $R_B$  che genera e marca la specifica  $\overline{K_B}$ , cioe' tale che  $\mathcal{L}_m(R_B) = \mathcal{L}(R_B) = \overline{K_B}$ , dove  $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$ .

Build a trim automaton  $R_B$  which generates and marks the specification  $\overline{K_B}$ , i.e., such that  $\mathcal{L}_m(R_B) = \mathcal{L}(R_B) = \overline{K_B}$ , where  $K_B = \mathcal{L}_m(H_{B,a}) = \mathcal{L}_m(S_B/G)$ .

B. Si disegni  $R_{B,obs}$ , l'automata osservatore di  $R_B$ .

Draw  $R_{B,obs}$ , the observer automaton of  $R_B$ .

C. Si disegni  $R_{B,real}$ , che e' la realizzazione standard di  $S_B$ , ottenuta aggiungendo autoanelli in ogni stato  $x_{obs}$  di  $R_{B,obs}$  per ogni evento inosservabile in

$$\bigcup_{x \in x_{obs}} \Gamma_{R_B}(x)$$

( $\Gamma$  e' la funzione di attivazione dell'automata).

Draw  $R_{B,real}$ , which is the standard realization of  $S_B$ , obtained by adding self-loops to every state  $x_{obs}$  of  $R_{B,obs}$  for every unobservable event in

$$\bigcup_{x \in x_{obs}} \Gamma_{R_B}(x)$$

( $\Gamma$  is the activation function of the automaton).

2. Si consideri il linguaggio  $L_m = \{a^m b a^n : m \geq n \geq 0\}$ .

- Si disegni un automa a stati finiti il cui linguaggio marcato e'  $L_m$ .
- Si disegni una rete di Petri il cui linguaggio marcato e'  $L_m$ .

Si commentino le soluzioni proposte.

Consider the language  $L_m = \{a^m b a^n : m \geq n \geq 0\}$ .

- Draw a finite automaton whose marked language is  $L_m$ .
- Draw a Petri net whose marked language is  $L_m$ .

Explain the proposed solutions.