

分类号 TP273

收藏编号

学校代码 10386



密级 公开

学号 190120073

编号

福州大学

学术型硕士研究生学位（毕业）论文

基于多智能体协同控制的智能电网调度
问题分布式算法

学 科 专 业： 控制科学与工程

研 究 方 向： 多智能体协同控制

研 究 生 姓 名： 肖越

指 导 教 师 、 职 称： 黄文超、讲师

协 助 导 师 、 职 称：

所 在 学 院： 电气工程与自动化学院

答 辩 委 员 会 主 席：

二〇二二年六月

基于多智能体协同控制的智能电网调度问题

分布式算法

摘要

随着用电需求量增加,分布式发电技术、控制技术、通信与信息处理等技术快速发展,智能电网(Smart Grid, SG)将传统电网与现代技术的优点结合起来,实现了可靠、安全、高效等特征的全新电网运行模式。经济调度问题(Economic Dispatch Problem, EDP)作为智能电网中电力系统运行管理的关键问题之一,考虑的是在满足供需约束的同时如何最小化总发电成本。由于基于分布式经济调度算法能够克服集中式调度单点故障、可扩展性差等缺点以及满足智能电网的互操作性等优点,已经得到了广泛的研究。然而,现有关于智能电网分布式经济调度算法的研究还存在以下三个方面的不足:(1) 现有的分布式经济调度算法大多数采用同步通信,这在大规模网络环境中难以实现。(2) 现有的经济调度模型中未考虑智能电网中电力传输损耗带来的影响。(3) 非理想通信网络中通信延迟无法保障算法的有效性。针对上述不足之处,本文结合国内外的研究成果对上述问题进行分析和改进,主要内容概述如下:

(1) 首先考虑将传输损耗引入到一般经济调度问题中,其损耗由发电功率的二次函数表示,从而导致原问题导致转换为非凸优化问题,通过证明得到新问题与原问题具有相同解。接着通过仿真案例揭示了采用同步通信的分布式一致性经济调度算法在考虑智能电网传输损耗和通信延时的情况下供需功率偏差值无法收敛至零的不足之处。

(2) 给出了一种异步通信的分布式广播 Gossip 经济调度算法,用于处理具有传输损耗的经济调度问题。该算法能够利用智能电网中的无线传感器固有的广播优势,使节点的所有邻居节点在每次迭代时更新消息以及不需要全局同步时钟约束。通过渐近法和矩阵扰动理论证明了算法的有效性。最后,给出仿真案例,演示了算法的有效性。

(3) 给出了一种异步通信的分布式传统 Gossip 经济调度算法,用于处理具有通信延时的经济调度问题。该算法能够应用在时变拓扑网络以及不需要全局同步时钟约束。通过增广矩阵理论和矩阵扰动理论证明了算法的有效性,并证明算法的收敛速度与控制增益和时滞参数之间大小的影响。最后,给出仿真案例,演示了算法的有效性。

关键词: 智能电网, 多智能体系统, 经济调度, 传输损耗, 通信延迟

Smart Grid Dispatch Problem-Based Cooperative Control of Multi-agent Distributed Algorithm

Abstract

With the increasing demand for electricity and the rapid development of distributed generation technologies, control technologies, communication and information processing technologies, the Smart Grid (SG) combines the advantages of traditional power grids and modern technologies to achieve a new grid operation mode with features such as reliability, security and efficiency. The Economic Dispatch Problem (EDP), one of the key issues in the operation and management of power systems in smart grids, considers how to minimise the total cost of generation while meeting supply and demand constraints. The distributed economic dispatch algorithm has been widely studied because it can overcome the disadvantages of centralized dispatch such as single-point fault, lack of reliability as well as satisfy the interoperability of smart grids. However, there are three shortcomings in existing algorithms for distributed economic dispatch: (1) Most of the existing distributed economic scheduling algorithms use synchronous communication, which has trouble in achieving in this large-scale use of the network environment. (2) The influence of power transmission losses in smart grids is not considered in existing economic dispatch models. (3) Communication delays in non-ideal communication networks do not guarantee the effectiveness of the algorithm. To address the above shortcomings, this paper analyses and improves on the above problems by combining research results from home and abroad, and the main research elements are outlined below:

(1) The introduction of transmission losses into the general economic dispatch problem is first considered, where the losses are represented by a quadratic function of the power generated, leading to the conversion of the original problem into a non-convex optimisation problem, where the new problem is obtained by proof to have the same solution as the original problem. A simulation case is then used to reveal the shortcomings of the distributed consensus economic dispatch algorithm using synchronous communication in that the supply and demand power bias values do not converge to zero when smart grid transmission losses and communication delays are taken into account.

(2) A distributed broadcast Gossip economic dispatch algorithm for asynchronous

communication is given to deal with economic dispatch problems with transmission losses. The algorithm is able to take advantage of the inherent broadcast advantage of wireless sensors in smart grids by enabling all neighbouring nodes of a node to update messages at each iteration as well as without global synchronous clock constraints. The effectiveness of the algorithm is demonstrated through asymptotic approximation and matrix perturbation theory. Finally, simulation examples are given to demonstrate the effectiveness of the algorithm.

(3) A distributed traditional Gossip economic dispatch algorithm for asynchronous communication is given for dealing with economic dispatch problems with communication delays. The algorithm can be applied to time-varying topological networks as well as without global synchronous clock constraints. The effectiveness of the algorithm is demonstrated by means of augmented matrix theory and matrix perturbation theory, and it is shown that the speed of convergence of the algorithm is influenced by the magnitude of the control gain and time lag parameters. Finally, simulation examples are given to demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Key words: Smart Grid, Multi-agent System, Economic Dispatch, Transmission Losses, Communication Delays

目 录

第一章 绪论.....	1
1.1 课题背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状与分析.....	2
1.2.1 多智能体系统.....	2
1.2.2 集中式经济调度算法.....	3
1.2.3 分散式经济调度算法.....	4
1.2.4 分布式经济调度算法.....	5
1.3 本文研究内容.....	10
1.4 本章小结.....	11
第二章 预备知识	12
2.1 本文所用符号.....	12
2.2 代数图论.....	13
2.3 矩阵理论.....	13
2.4 智能电网结构.....	14
2.5 同步一致性算法.....	15
2.5.1 同步时间模型.....	15
2.5.2 多智能体一致性算法.....	16
2.6 异步 Gossip 算法	17
2.6.1 异步时间模型.....	17
2.6.2 传统 Gossip 算法.....	17
2.6.3 广播 Gossip 算法.....	18
2.7 本章小结.....	20
第三章 基于一致性分布式算法的经济调度问题	21
3.1 引言.....	21
3.2 问题建模.....	21
3.3 基于一致性分布式求解算法	23
3.3.1 考虑传输损耗的经济调度算法.....	23
3.3.2 考虑通信延迟的经济调度算法.....	26
3.4 仿真案例.....	28
3.4.1 案例 1:考虑传输损耗的一致性算法	29
3.4.2 案例 2:考虑通信延迟的一致性算法	30
3.5 本章小结.....	31
第四章 考虑传输损耗的基于广播 Gossip 分布式算法研究	32
4.1 引言.....	32

4.2 问题建模.....	32
4.3 基于广播 Gossip 分布式求解算法	33
4.3.1 考虑传输损耗的经济调度算法.....	33
4.3.2 算法有效性.....	36
4.4 仿真案例.....	38
4.4.1 案例 1:不考虑传输损耗.....	39
4.4.2 案例 2:考虑传输损耗.....	40
4.4.3 案例 3:即插即用能力.....	41
4.4.4 案例 4:算法在 IEEE 33-Bus 测试系统	42
4.5 本章小结.....	45
第五章 考虑延时网络的基于传统 Gossip 分布式算法研究	46
5.1 引言.....	46
5.2 问题建模.....	46
5.2.1 经济调度问题.....	46
5.2.2 增广图理论.....	48
5.2.3 延迟建模.....	49
5.3 基于 Gossip 分布式求解算法	49
5.3.1 算法有效性.....	49
5.3.2 控制增益上界.....	53
5.3.3 最优性分析.....	55
5.4 仿真案例.....	56
5.4.1 案例 1:时滞下算法的有效性	57
5.4.2 案例 2:即插即用能力.....	58
5.4.3 案例 3:控制增益与算法收敛速度	59
5.4.4 案例 4:算法在 IEEE 33-Bus 测试系统	60
5.5 本章小结.....	61
总结与展望.....	62
参考文献.....	64

第一章 绪论

1.1 课题背景及意义

随着以石油、煤矿为主的能源紧张、用电需求量增加以及环境恶化等导致中国电网健康发展问题日趋凸显，传统电力系统正面临着挑战^[1, 2]。传统的电力网络主要通过集中式的发电方式，将供电厂的电力输送给生活及工业用电，同时伴随分布式能源发电以及通信技术的发展，传统电力面临着调节能力不足、环保压力大、可靠性降低、安全隐患大等问题。另一方面，随着可再生新能源，电力消耗量预测化和可视化的高速发展以及国家针对节能减排的政策。因此，智能电网(Smart Grid, SG)在此背景条件下崭露头角^[3-6]。智能电网集自动化、智能通信、信息交互技术于一体，融合了分布式能量管理(Distributed Energy Management, DEM)系统^[7-10]，将传统电网与现代通信的优点结合起来，实现了环境友好、使用安全、经济、高效等特征的全新电网智能化运行模式。智能电网部分新特征^[11-15]如下表1-1所示：

表 1-1 智能电网部分新特点

新特征	特性
自愈电网	无干预情况下自主恢复运行状态
用户体验好	用户根据其自身对电力的需求调节电力
抵御攻击能力	具有抵御网络和物理攻击的能力
扩展性强	不同用电设备可以相互联系
在线监测	通过网络实现远程监控用电设备状态
高效运行	通过各种先进技术实现电网运行更高效
电力质量优质	全新模式下保障了电力质量

以分布式能量管理为基础的智能电网逐渐受到各国关注^[16, 17]。目前，欧盟及其各国政府发布了法令，建立了较完善的监管和市场机制。美国通过立法使智能电网成为国家发展战略，强调现代数字化技术在智能电网中的重要作用。我国将智能电网列入国家发展战略和“十二五”科技规划，形成电网所有权和管理权的集中化的统一标准化体系。

近年来，基于多智能体系统(Multi-agent System, MAS)^[18-20]的分布式优化得

到了广泛的研究。在多智能体系统中,每个智能体通过处理和计算自身信息以及和邻域之间互换信息来寻求局部目标函数的解,从而实现整体目标函数的最优解。因此,如何有效地将多智能体系统与智能电网的新特征结合起来,实现对智能电网中分布式发电和储能设备的智能化控制和管理是当前可以探索的领域。而智能化的分布式能量管理是针对多智能体系统与智能电网相结合领域中至关重要的问题之一。主要从以下几个方面展开:(1) 发电侧能量管理,指实现总发电成本最小化为目标;(2) 需求侧能量管理,指通过削峰和平谷来实现电力资源配置优化;(3) 供需双侧能量管理。发电侧的能量管理也称为经济调度(Economic Dispatch Problem, EDP),其目的以最小总发电成本为目标函数,同时满足供需平衡和系统约束条件。另外,现有的分布式经济调度算法研究大多数在理想条件下成立的,没有考虑实际应用过程中存在的问题。例如,各个发电设备之间未考虑输电损耗以及通信设备之间存在通信延迟等电力系统故障问题。

本文主要关注智能电网中的 EDP,即在可变通信网络拓扑和发电单元模型约束条件下,使发电系统的总发电成本一般为最小化发电成本,并提供对用户可靠且满意的供电。下面将通过对国内外的多智能体系统以及智能电网中的经济调度算法的研究现状进行分析,给出本论文的研究基础和依据。

1.2 国内外研究现状与分析

以智能电网所需技术和发展为出发点,针对国内外多智能体系统和算法优化在电网中的研究现状进行分析。介绍了多智能体系统的产生以及在智能电网中应用的背景,叙述了智能电网下经济调度算法的研究现状以及发展趋势。

1.2.1 多智能体系统

针对个体的研究无法满足实际应用的需求,多智能体系统通过将计算机、通信、控制等技术结合起来,形成由单个智能体组成具有应对处理复杂化、网络化等大型的自主系统,作为今后的研究对象。多智能体协调控制思想最早出现在自然界中的生物大规模聚集现象,例如天空中大雁由南到北的按照人字队形迁徙、深海中鱼群由于季节和繁殖远陆洄游、草丛中蚁群依靠信息素选择一条最优路径搬运食物等群体行为,对于这些动物个体来说,它们能力有限,只能通过周围的环境和邻居的信息来调整自身的行为。借鉴于自然界中动物群体行为,国内外研究中常将多智能体系统应用在机器人探测策略、无人机编队控制、无线传感器网络等问题当中。多智能体系统研究背景及应用如下图 1-1 所示:

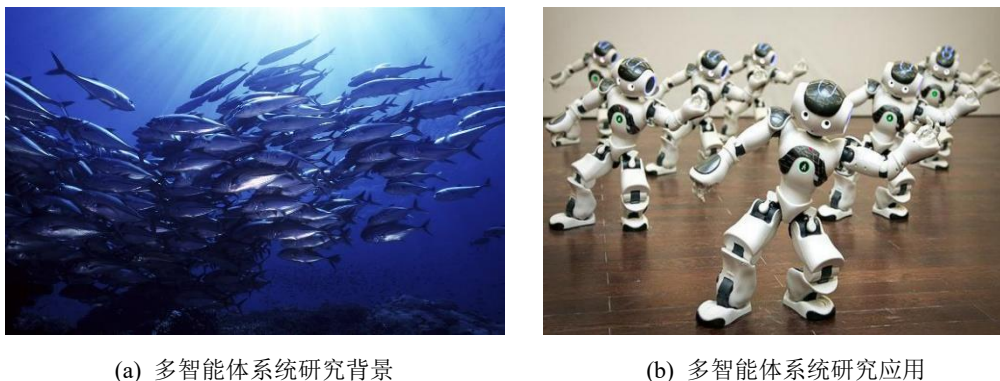


图 1-1 多智能体研究背景及应用图

在智能电网相关研究中,主要通过多智能体协同控制实现电网能量管理的分布式分层控制,确保了功率分配合理、总成本花费最优以及提高电网安全、环保、可靠等特性。除了能量管理研究以外,多智能体系统还被运用在配电网的状态与故障检测、继电保护、协调分布式电源间的矛盾等方面。多智能体的研究方向主要分为两个方面:(1)作为一种建模方法;(2)建立可扩展、灵活的硬件/软件系统。由于多智能体系统适合解决开放的、复杂的分布式问题,决定了它在智能电网中有着广泛的应用前景。将多智能体系统应用于智能电网的意义分为:(1)多智能体系统能够主导智能电网的协同控制,有利于电网的长期发展;(2)对人工智能算法的优化有着重要意义。

1.2.2 集中式经济调度算法

目前,解决 EDP 的集中式的经济调度算法获得了广泛关注,其中针对供需侧响应、发电调度、发电和负载协同控制能量管理集中式调度,已经获得了大量研究成果。集中式经济调度通过设立一个中央控制中心,将各可调度设备的信息传输给控制中心,然后中央控制中心将所有收集到的信息进行内部决策以获得最优目标,则最优决策会被传送给各可调度设备。在这个过程中,各可调度设备之间无信息交互只存在能量交互。集中式经济调度结构如下图 1-2 所示。

传统的集中式的经济调度算法,例如拉姆达迭代算法(Lambda-Iteration Method)^[21]、线性规划(Linear Programming Method)^[22]、直接搜索算法(Direct Search Method)^[23]、牛顿法(Newton Method)^[24]等算法能够有效地处理和求解成本函数是单调线性函数和目标函数是凸函数的 EDP。除了这些集中式经济调度算法还包括随机搜索算法,如粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[25]、进化规划(Evolutionary Programming, EP)^[26]、遗传算法(Generic Algorithm, GA)^[27],适用于处理非凸和更严格约束条件的解。

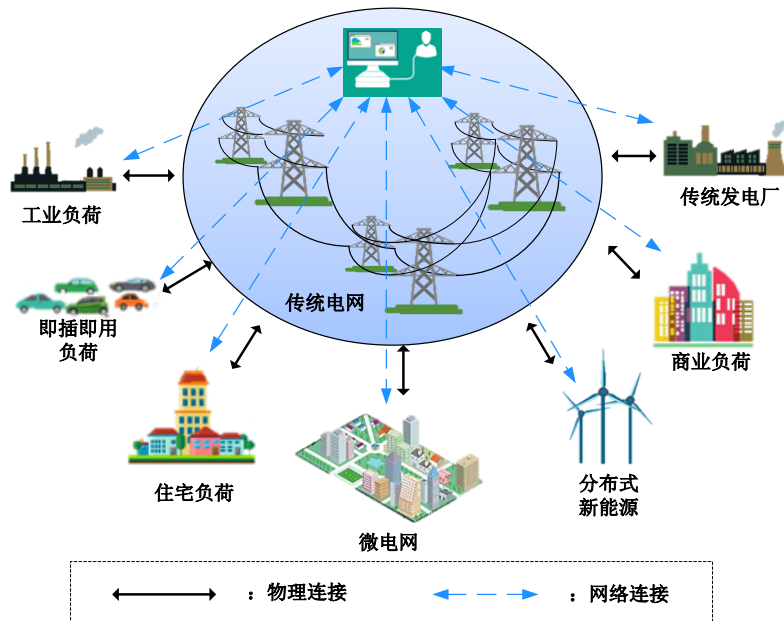


图 1-2 集中式经济调度结构

集中式经济调度算法的优势在于：由于只需一个中央控制中心获取全局信息，因此部署结构简单、数据容易备份、能够求解比较复杂的优化问题。然而，随着电网中各可调度设备的增加和智能化要求的提高，以及对电力系统最优解的求解存在误差，集中式的经济调度算法的缺点也逐渐凸显出来，具体表现为：

- (1) 随着连接终端设备的数量增加，中央控制中心计算负担与日俱增导致响应速度变慢。
- (2) 智能化需要高级别的连接性，容易造成单点故障引起可靠性问题。
- (3) 中央控制中心本质一种开环控制，最优解的精确程度依赖于电力系统参数估计，随着时间的推移，测量值与估计值存在误差，集中控制的结果将偏离实际最优解。此外，未来的智能电网能需要有应对在具有大规模系统上和具有可变通信网络拓扑结构的能力，这无疑削弱了集中式控制方式的效力，因此分散式和分布式控制方式相继被提出。

1.2.3 分散式经济调度算法

与集中式经济调度算法相比，分散式经济调度算法中各可调度设备仅需要利用本地收集信息作出判断，不需要各可调度设备之间进行信息交互，其分散式经济调度结构如下图 1-3 所示。分散式经济调度算法主要用于智能电网中的输配电网络，因为在综合输配电网络中解决一个整体的配电需求问题是不现实的。文献[28]提出了一个分散和自组织的分散式算法旨在解决智能电网场景中的 EDP，通过部署一个协作动态代理网络来计算全局变量达到平均共识问题。现有的分散式调度方案也通常通过调整分布式发电机的下垂特性或对其调度顺序进行排序来

实现经济运行。对于智能电网，下垂的概念主要被用于层次结构的初级层，其目的是在多个不间断电源或可调度设备之间以自治的方式按比例分配功率。文献[29]为了实现智能电网的经济运行，提出一种去中心化的分散式方法，该方法不依赖于通信链路。文献[30]针对不同分层控制结构的下垂系数，提出一种完全分散式经济调度算法实现延迟环节下的各层解耦。

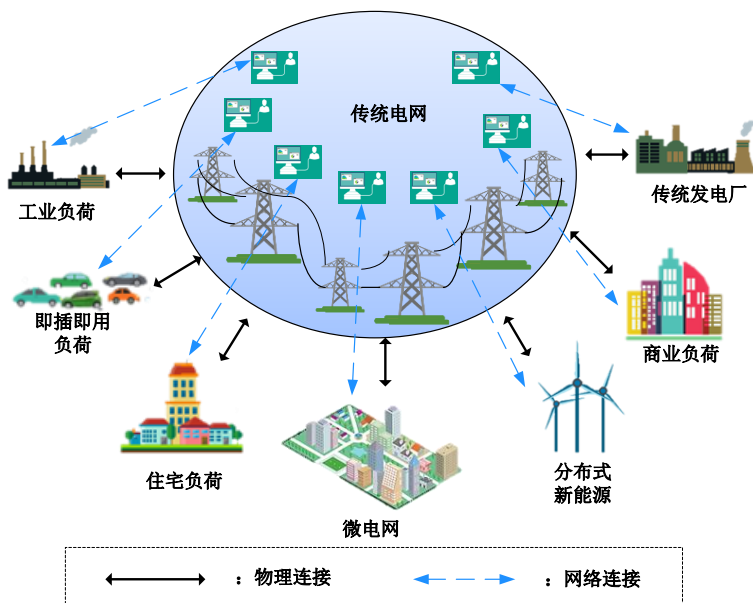


图 1-3 分散式经济调度结构

分散式经济调度算法的优势在于：由于各可调度设备之间无信息交互，因此控制成本相对较低，同时控制的可靠性高、通信和计算负担可分担等优点。而存在的缺点则是由于各可调度设备之间难以相互协调，只能实现比较简单的控制效果，无法保证最优解的求解。

1.2.4 分布式经济调度算法

与集中式的经济调度算法相比，无需中央控制中心使得分布式的经济调度算法能够有效地应对可变拓扑以及具有即插即用的能力，它们更健壮、可扩展，并且可以更好地适应大规模的可调度设备。同时，分布式决策工具通过利用智能电网中稀疏的通信装置，在参与的可调度设备之间有效的信息传递。分布式的经济调度结构如图 1-4 所示，各可调度设备与邻居节点传递信息，并依据自身信息以及接收到的相邻信息更新状态，达到最优解的求解，实现分布式能量管理的目的。同时，它们能够有效地弥补了集中式经济调度算法存在的通信要求、单点故障、计算量等问题。下面将介绍国内外几种典型的分布式经济调度算法。

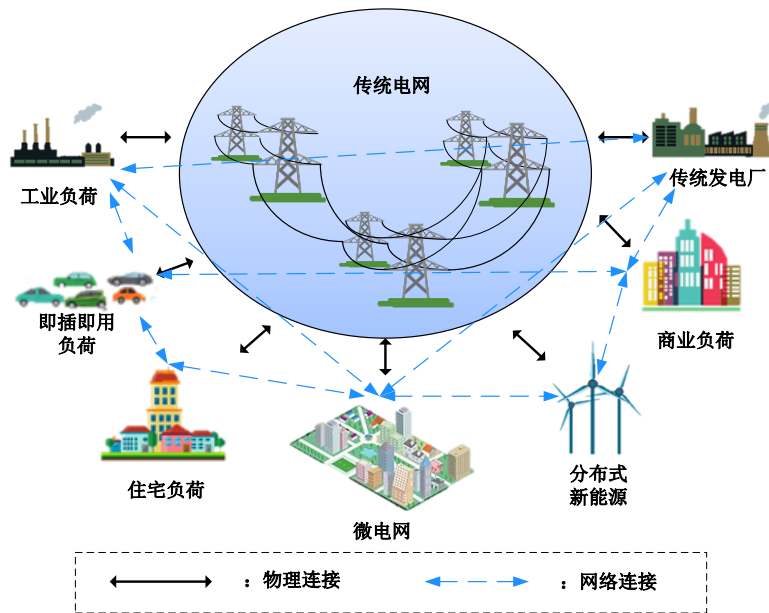


图 1-4 分布式经济调度结构

1) 基于解耦的分布式算法

由于受协同控制、通信与计算、传感器等条件的限制，开发能够以完全分布式算法方式处理捕获数现代据复杂性显得尤为重要，因此基于解耦的分布式经济调度算法应运而生。指将原始优化问题转换成多个易于处理的子优化问题，而多个子优化问题按照迭代顺序被逐一处理，控制中心无需收集各可调度设备的信息，但各可调度设备可以获得全局状态的关键信息。其中以基于交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)的分布式算法^[31-34]为代表算法，结合了增强拉格朗日乘子法(Augmented Lagrangian Multipliers Method)的收敛性和对偶上升法(Dual Ascent)的可分解性，用于求解各类非凸优化、凸优化以及约束优化问题。文献[35]考虑具有电子指数期限和斜坡率约束的环境成本函数的优化问题，提出一种基于多层次系统的一致性理论和 ADMM 算法和来解决动态 EDP。文献[36]借助于 ADMM 算法来处理电力系统中存在的分组丢失(Packet Drops)和时间延迟(Time Delays)的 EDP。为了处理不同能量载波和能量存储器之间耦合产生的非凸性，文献[37]提出了一种基于动态一致性机制和 ADMM 的分布式算法。文献[38]针对大型风电场集群的无功功率共同利用率，设计了一种基于一致性的 ADMM 分布式电压控制算法。文献[39]针对 ADMM 的现有交替方向无法实现微电网需求响应的完全分布式计算问题，提出一种结合对数屏障函数和虚拟代理的完全分布的改进 ADMM 算法。

基于解耦的分布式经济调度算法的优势主要在于算法实现容易、算法收敛快且精度较高等。而不足之处就是随着网络边的增大，解耦算法维数增大，导致系统可扩展性以及鲁棒性相对较弱。

2) 基于博弈论的分布式算法

作为运筹学和现代经济学的一个重要分支,近年来,博弈论在电力市场上、需求响应领域得到了广泛的应用。博弈论(Game Theory)^[40-43]是可以看作多个多智能体之间的行为相互影响时,各个多智能体之间如何根据自身所收集的信息,做出有利于自身决策的一种理论,即解决不同利益主体之间冲突的理论。主要包括参与者、策略、效用三个基本要素。一般而言,博弈论主要包括:(1) 非合作博弈,又可以分为静态非合作博弈,指参与者同时或不同时进行决策,但后行动者无法知晓前行动者的决策信息;和主从博弈(Stackelberg Game),指参与者参与的决策存在一定顺序。(2) 合作博弈,指参与者之间不再是完全对抗关系,通过具有强约束力的协议形成联盟,达到合作的情形。基于对价格竞争模型和供应函数均衡模型,文献[44]提出了价格持续曲线概念并进行了分析。为了实现孤岛式光储充电站的有序充电和收益最优,文献[45]提出了一种基于主从博弈的双层优化调度模型。文献[46]考虑碳排放量最小的前提下,提出一种合作博弈的分布式算法来求解不同模式下最大经济效益和最小化环境成本。

基于博弈论的分布式经济调度算法是完全分布式的,具有可扩展性强、鲁棒性强等优势,但是计算复杂度较高、对优化问题存在的实际约束考虑不全以及只适用于特定拓扑等缺点。

3) 基于多智能体一致性的分布式算法

由于多智能体系统得到广泛的研究与关注,将多智能体引入到通信、控制等领域来解决复杂系统的计算任务,通过各个自治的智能体之间利用互相通信使复杂系统实现同步或一致成为可能。近年来,基于多智能体一致性的分布式算法^[47-50]在智能电网中得到广泛应用,大致上可以被分为:频率一致性应用、电压一致性应用、有功/无功功率均分应用、最优经济调度应用。

针对多智能体一致性问题,Jadbabaie 等^[51]首次运用代数图论的知识,证明了当复杂系统结构为无向连接拓扑时,所有多智能体将趋于一致。为了利用多智能体一致性分布式算法来处理电网中的EDP,文献[52]设计每个发电单元的增量成本为一致性变量(Incremental Cost Consensus, ICC)。同时,选取一个发电单元为领导者来保证系统的供需平衡约束。但是,上述算法没有说明网络拓扑之间的差异会导致 ICC 算法对收敛速度影响,Zhang 等^[53]证明在不同通信网络下只要存在最小生成树也可以保证算法收敛。为了验证收敛速度是否受到领导者选取以及领导者个数的影响,文献[54, 55]指出领导者可以通过特征向量中心指数(Eigenvector Centrality Indices)方法来选取,领导者个数会影响算法的收敛速度。同时,当领导者出现故障或者被攻击时,该算法可能会失效,这无疑削减了 ICC

算法在智能电网中复杂系统的应用。因此,通过利用创新项来替代上述 ICC 算法中领导者的作用,Hug 等^[56,57]提出一种基于一致性+创新(Consensus+Innovations)的分布式算法来实现电力系统中功率供需约束。

基于多智能体一致性的分布式经济调度算法已经被广泛应用在智能电网中,具有扩展性强、计算复杂度低、鲁棒性强等优点。但是该分布式算法大多数都是假设通信网络在理想条件下,然而,实际智能电网中存在延时、丢包、隐私等问题。同时,由于该算法存在全局时钟约束,这将导致在大范围复杂系统中的节点间信息传递会造成计算负担以及信息堵塞等问题。

4) 基于传统 Gossip 的分布式算法

与基于多智能体一致性的分布式算法中需要全局同步时钟来处理通信网络中所有代理更新信息不同之处。文献[58]基于 ICC 算法扩展到一个基于 Gossip 的分布式异步算法来解决智能电网中的 EDP。该算法在不需要全局同步时钟的情况下,以分布式方式收敛到最优解。分布式 Gossip 算法的目标是通过异步更新协议使所有代理在某些变量上达到一致。在 Gossip 网络中,每个节点在每个间隙与不超过一个邻居进行通信。成对的 Gossip 通信只能在邻居之间的异步通信的基础上推动复杂系统达到共识。

此外,由于分布式 Gossip 算法具有异步通信的特性,在通信信息损失、随机通信链路故障、传输损耗等实际问题中得到广泛应用。在通信网络不完善的实际应用中,当信息丢失时,基于一致性的分布式经济调度算法的性能会下降。文献[59]提出了一种基于鲁棒性增量成本估价(Robust Incremental Cost Estimation, RICE)的分布式算法来解决智能电网环境下考虑通信信息损失的 EDP。该算法由并行运行的两个更新层组成:一层通过 Gossip 更新规则估计系统平均失配功率值,另一层利用一致性更新规则更新增量成本(Incremental Cost, IC)估计,实现在通信信息损失的情况下达到最优性。针对实际通信网络中普遍存在随机通信故障的情况,Wang 等^[60]提出了一种将通信网络视为伯努利网络的 Gossip 的分布式算法来解决。文献[61]考虑电力系统中存在传输损耗的情况,提出一种基于 Gossip 的分布式算法来处理 EDP。其中发电单元引起的传输损耗用二次函数表示,这将在原本的线性约束引入了非线性约束。

与基于多智能体一致性的分布式经济调度算法相比,基于 Gossip 的异步分布式经济调度算法减轻了全局时钟同步的约束,对于智能电网中存在的实际问题和可变网路拓扑具有强鲁棒性、高灵活度、强扩展性。但是对于智能电网中存在时间延迟的影响,基于现有的 Gossip 的分布式算法还存在挑战,这也是本文的主要研究之一。

5) 基于广播 Gossip 的分布式算法

在无线传感器网络(Wireless Sensor Networks, WSNs)的应用中,与基于传统 Gossip 分布式算法中节点只能与一个相邻节点交互不同的是,基于广播 Gossip 算法中每个节点在每一轮扩散过程中与所有的邻近节点进行信息交互、计算,使得所有的节点能够以分布式的方式快速地渐进达到全局一致。为了减少无线传感器网络中的包传输计数和算法的收敛时间, Aysal 等^[62, 63]提出了一种基于广播 Gossip 的分布式算法来改善无线传感器网络中分组传输。文献[64]提出了一种点对点的分布式广播 Gossip 算法来解决下垂控制中存在的无功功率分配不准确和电压偏差等缺点。分布式参数估计是 WSNs 中的基础问题之一。为了避免 WSNs 中信息干扰以及累计的测量和量化误差,文献[65]提出一种基于异步的广播 Gossip 分布式算法来估计不可靠网络下的未知参数,该算法能够容忍链路故障和具有即插即用的能力。Wang 等^[66]提出一种基于广播 Gossip 的分布式经济调度算法来解决智能电网中的 EDP。

基于广播 Gossip 的分布式经济调度算法能够有效地适应未知、动态的通信网络系统中。但是对于智能电网中存在电力传输损耗的情况,基于现有的广播 Gossip 的分布式经济调度算法依然存在挑战,这也是本文的主要研究之一。

6) 基于梯度的分布式算法

分布式梯度算法常被用于电力系统中来求解负荷分配、发电控制、经济调度等问题。分布式梯度算法主要是通过图论的知识来描述各单元的连接关系,每个代理独立进行梯度优化,并与相邻代理交换最优决策变量的估计信息来达到全局最优解。虚拟电厂系统(Virtual Power Plant, VPP)中存在着大量的分布式能源,为了求解 VPP 中的动态规划问题,文献[67]提出一种基于分布式梯度算法来处理等式约束和不等式约束。考虑包含耦合线性约束和单个单位约束的凸优化问题,为了使网络的信息通信具有可靠性、计算廉价性,Zhang 等^[68]提出了一种基于随机网络的异步分布式梯度算法。为了通过满足智能电网中单机发电容量限制来调度发电机之间的发电量,以最小的成本满足总负荷要求,文献[69]提出了一种基于恒定步长发电的分布式梯度算法。针对电力系统中含有噪声信息的 EDP,通过引入抑制参数和新颖的梯度跟踪更新设计。文献[70]提出了一种具有鲁棒性分布式双梯度跟踪算法能够有效地减少噪声的影响。基于多智能体网络中的多区域电力系统的 EDP,针对全局和局部决策变量以及局部等式约束问题,文献[71]提出了一种基于改进梯度的分布式算法。

基于梯度的分布式经济调度算法具有稳定性高、收敛性快、强鲁棒性以及易操作性等优点,但仍然存在对步长选择依赖等缺点。

1.3 本文研究内容

本文研究了基于多智能体协同控制的智能电网调度问题分布式算法，全文的基本组织结构分为五章，各章节主要内容如下：

第一章，首先概述了课题研究背景，并从中提炼出研究意义，然后介绍了国内外多智能体系统和经济调度算法的研究现状，最后总结了本文研究内容。

第二章，首先介绍了经济调度问题在智能电网中相关理论，包括代数图论、矩阵理论及其应用，接着阐述了基于分布式一致性算法、基于分布式 Gossip 算法、以及本文中所用的符号等内容。

第三章，针对智能电网中存在传输损耗和通信网络拓扑中存在通信延迟的实际情况，引入电力传输损耗将导致经济调度问题数学模型中的凸优化问题转化为非凸优化问题，证明了两者的具有相同的最优解，其中传输损耗消耗的功率可以被看作为二次函数。并揭示了采用分布式一致性经济调度算法应对传输损耗和通信延迟的不足之处。

第四章，考虑智能电网中包含线路传输损耗约束的分布式经济调度问题。线路传输损耗在实际的电力系统的能量损耗占据很大的比重，是不可忽视的。通过广播 Gossip 算法理论，设计了完全分布式的经济调度算法，该算法不但可以确保全局收敛，并且保证收敛值为最优解。利用渐进法和矩阵扰动理论证明了该算法的有效性，通过仿真案例验证了算法的有效性、即插即用能力以及在大型 IEEE-33 测试系统的可扩展性。

第五章，考虑随机时变通信网络下包含通信延时的分布式经济调度问题。时延在通信网络是不可避免的，因此考虑时延网络下的分布式经济调度是具有实际意义的。假设通信网络中的链路延时是固定有界的，且不同通信链路的延时可以不同。通过增广矩阵展理论，给出延时情况下基于传统 Gossip 的分布式经济调度算法。利用矩阵扰动理论证明了在有限的常数延迟下总是存在一个足够小的控制增益参数来保证算法的收敛性。进一步，建立了控制增益参数上界的解析表达式，该参数由最大延迟参数、权重矩阵和生成成本函数的参数决定。通过仿真演示了该算法的有效性、即插即用能力、收敛速度与控制增益大小之间的关系以及在大型 IEEE-33 测试系统的可扩展性。

最后，对全文工作总结，并对未来的研究进行展望。

1.4 本章小结

本章首先介绍了由于能源问题引发智能电网的广泛关注,接着介绍了基于多智能体系统在智能电网中的经济调度问题的研究背景及其意义,分析了多智能体系统和经济调度问题的算法优化在国内外研究现状,最后进而引入本课题的主要研究内容。

第二章 预备知识

关于多智能体协同控制的智能电网调度问题分布式算法研究中,会涉及到多种学科的知识,本章主要介绍了代数图论和矩阵理论知识、智能电网结构以及同步一致性算法和异步 Gossip 算法等预备知识。

2.1 本文所用符号

$\mathbf{1}$	适度维度的单位列向量
$\mathbf{0}_N$	N 维的零列向量
$\mathbf{1}_N$	N 维的单位列向量
I_N	$N \times N$ 维的单位矩阵
\mathbb{R}	一个无限集合
$C_i(\cdot)$	单个发电单元成本函数
P_i	单个发电单元有功功率
P_D	总需求功率
P_{loss}	传输损耗功率
λ^*	最优增量成本
P^*	最优有功功率
$\ \cdot\ _\infty$	无穷矩阵范数
$S(k)$	不匹配功率
ϵ	广播流言算法参数
ε	扰动参数
τ	时滞参数

2.2 代数图论

在复杂的智能电网系统中，将各可调度设备看作是代数图中的节点，设备之间信息交互关系通过无向或有向边表示，从而将整个智能电网系统简化成若干个节点和若干个边组成的代数图，这将有助于分析智能电网中 EDP。

考虑一个智能电网包含 N 个可调度设备，则智能电网中的通信网络描述为拓扑图 $\mathcal{G}=(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ ，其中 $\mathcal{V}=\{1,2,\dots,N\}$ 表示图的非空有限节点集，每个节点表示一个可调度设备； $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示有序边的有限边集，代表各可调度设备之间的通信关系。具体地说，如果存在节点 i 到节点 j 的通信链路，即 $(i, j) \in \mathcal{E}$ ，则节点 i 可以向节点 j 传输信息。定义 $N_i^- = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 为节点 i 内邻居集(In-Neighbor Set)，即可以向节点 i 发送信息的节点的集合； $N_i^+ = \{l \in \mathcal{V} : (l, i) \in \mathcal{E}\}$ 为节点 i 外邻居集(Out-Neighbor Set)，即表示可以向节点 i 接收信息的节点的集合。 $N_{out}(i, k)$ 定义为在第 k 次循环时节点 i 的邻居数。若拓扑图为无向图，则 $N_i = N_i^- = N_i^+$ 。

定义 2.1 (无向/有向图) 如果对于拓扑图 \mathcal{G} 中所有的边 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 都有 $(j, i) \in \mathcal{E}$ ，则称拓扑图 \mathcal{G} 为无向图，否则称为有向图。

定义 2.2 (连通性)^[72] 对于无向拓扑图 \mathcal{G} 中任意两个节点 $(u, v \in \mathcal{V})$ 之间存在一条无向路径，则称 \mathcal{G} 是连通的。与之相对的，对于有向拓扑图 \mathcal{G} 中存在一条 $(u, v) = (v, u) \in \mathcal{V}$ 的路径，则称 \mathcal{G} 是强连通的。

定义 2.3 (邻接矩阵和拉普拉斯矩阵) 通过智能电网中的结构得到相对应的拓扑图 \mathcal{G} 的邻接矩阵为 $\mathcal{A}=[a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ，其中 a_{ij} 满足：

$$\begin{cases} a_{ij} > 0, \text{若 } (i, j) \in \mathcal{E}, \\ a_{ij} = 0, \text{若 } (i, j) \notin \mathcal{E}. \end{cases}$$

那么拉普拉斯矩阵为 $\mathcal{L}=[l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ，则 l_{ij} 表示为：

$$\begin{cases} l_{ii} = \sum_{i \neq j} a_{ij}, \\ l_{ij} = -a_{ij}, \text{若 } i \neq j. \end{cases}$$

2.3 矩阵理论

矩阵理论与代数图论两者一直是不可分割的，通过矩阵来描述智能电网中各可调度设备值的变化，能够更好地分析所提出的经济调度算法的有效性。因此，本小节将介绍本文后续所需要的矩阵理论定义和引理。

2.3.1 定义

定义 2.4 对于两个矩阵 $A=[a_{ij}]_{mn}$, $B=[b_{ij}]_{pq}$, 则

$$A \otimes B \triangleq \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}_{mp \times nq}$$

称为矩阵 A 和 B 的克罗内克(Kronecker)^[73]积, 用 \otimes 表示。

对于矩阵 A, B, C 和常数 k , Kronecker 的常用性质有:

$$(A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C),$$

$$(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T,$$

$$A \otimes (B + C) = A \otimes B + A \otimes C,$$

$$(kA) \otimes B = A \otimes (kB) = k(A \otimes B).$$

定义 2.5 (随机矩阵)^[74] 用于描述马尔科夫链转变的矩阵, 每一项表示概率的非负实数。行随机矩阵定义为每一行求和为 1; 列随机矩阵定义为每一列求和为 1; 双随机矩阵定义为行和列求和均为 1。

定义 2.6 (矩阵范数) 对于无穷范数记为 $\|A\|_{\infty} = \max \left\{ \sum |a_{1j}|, \dots, \sum |a_{mj}| \right\}$, 表示为行和范数。

2.3.2 引理

引理 2.1 (Perron-Frobenius 定理)^[74] 假设 P 是行随机矩阵, Q 是列随机矩阵, 如果存在列向量 Ψ 满足 $\Psi^T \mathbf{1}_N = \mathbf{1}$ 和 Φ 满足 $\mathbf{1}_N^T \Phi = \mathbf{1}$ 。因此, 存在列向量 Ψ 和 Φ 表示为:

$$\Psi^T P = \Psi^T, \quad Q \Phi = \Phi.$$

引理 2.2 ^[75] 假设存在矩阵 $X \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $Y \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 的特征值分别为: μ_1, \dots, μ_m 、 η_1, \dots, η_n , 则矩阵 $X \otimes Y \in \mathbb{R}^{mn \times mn}$ 的特征值为 $\mu_i \eta_j$ ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$)。

2.4 智能电网结构

智能电网作为未来发展的趋势, 将传统电网与现代控制、通信、计算机等技术结合形成创新型电网来实现电网安全、经济、高效等目标, 其智能电网结构的

抽象说明如下图 2-1 所示。主要由三层结构组成：(1)物理层，即图中的电力电子器件和智能测量器等器件；(2)信息层，即图中智能体之间的通信网络；(3)控制层，即智能电网中分布式算法的应用。图中实线表示电力网络，负责动力传输；虚线表示通信网络，智能体之间进行信息交互。

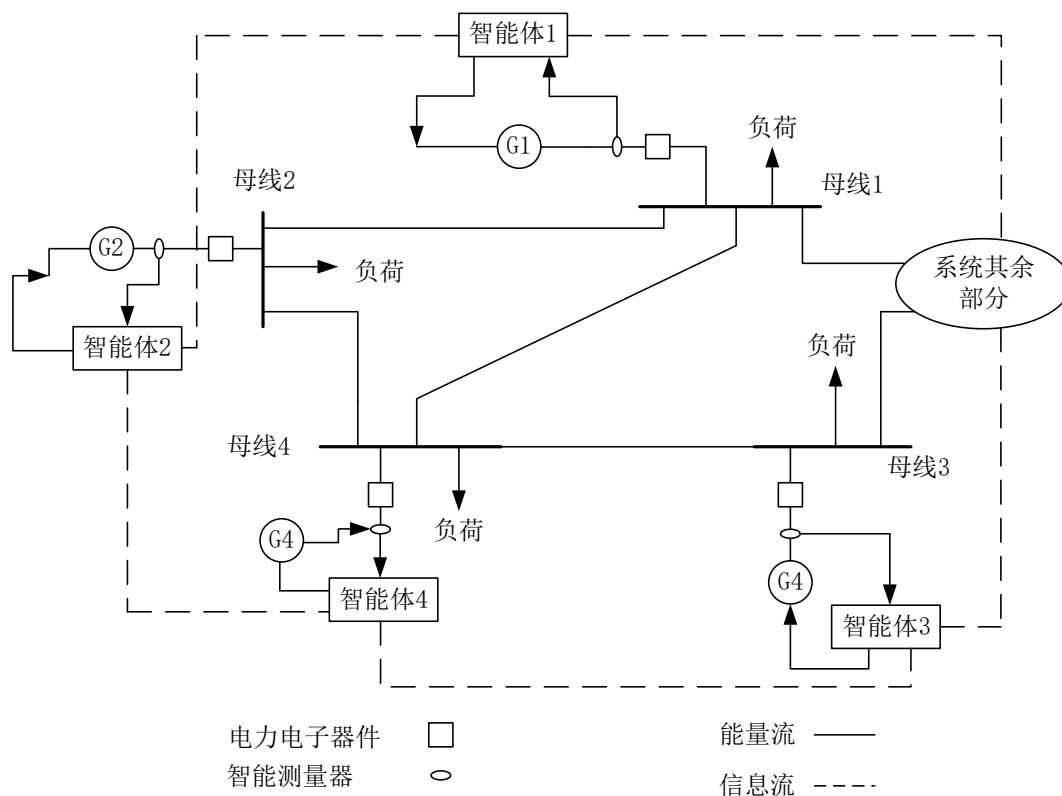


图 2-1 智能电网抽象结构图

2.5 同步一致性算法

本文的第三章将需要应用同步一致性分布式算法来对智能电网中传输损耗、时间延迟进行演算，从而引出后续所提出分布式算法进行比较。

2.5.1 同步时间模型

在同步时间模型中的每个间隙中，每个节点都独立地但不一定是一致地随机接触它的邻居。在这个模型中，所有节点同时进行通信，每个节点一次只联系一个它的邻居节点。

2.5.2 多智能体一致性算法

多智能体系统是由一系列相互作用的智能体构成的群体系统, 每个智能体之间通过信息通信和交互技术来完成单个智能体不能完成特定任务的一类复杂系统。假设每个节点 i , $i \in \mathcal{V}$ 在时间 t , $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 存在标量状态 $x_i(t)$, 则有:

(i) 如果系统存在对所有 $i, j \in \mathcal{V}$ 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0$$

则实现了弱一致性。

(ii) 如果系统存在 $\alpha \in \mathbb{R}$, 对所有 $i \in \mathcal{V}$ 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \alpha$$

则实现了一致性。

(iii) 如果系统对所有 $i \in \mathcal{V}$ 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i(0)}{N}$$

则实现了平均一致性。

注释 2.1 以上针对的是连续时间条件下的一致性描述, 离散时间条件相似, 不再介绍。

针对具有强连通通信拓扑系统的一阶动力学模型为:

(i) 连续时间一阶平均一致性动力学模型:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_j(t) - x_i(t))$$

(ii) 离散时间一阶平均一致性动力学模型:

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \varepsilon \sum_{j=1}^N a_{ij} [x_j(k) - x_i(k)]$$

其中 ε 被称为步长, a_{ij} 是邻接矩阵中对应的元素。

本文第三章取智能电网的通信网络为无向图, 则图 \mathcal{G} 的邻接矩阵 $A = (a_{ij})_{N \times N}$ 被定义为如下:

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\max_{i \in \mathcal{V}} |N_i^-| + 1}, & j \in N_i, \\ 1 - \sum_{j \in N_i} \frac{1}{\max_{j \in \mathcal{V}} |N_i^-| + 1}, & i = j, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

2.6 异步 Gossip 算法

本文四、五两章所提出的是基于广播 Gossip 和传统 Gossip 的异步分布式经济调度算法，因此有必要介绍一下异步时间模型、传统 Gossip 算法以及广播 Gossip 算法。

2.6.1 异步时间模型

考虑一个连接拓扑图 $\mathcal{G}=(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ ，且包含 N 个节点，智能体的状态向量 $x(0)=[x_1(0), \dots, x_N(0)]^T$ 表示为智能电网中每个组件节点 i 的初始值。在该模型中，对于每个节点 $i \in \mathcal{V}$ 都伴随一个本地时钟，其时钟滴答是以速率为 1 的独立同分布的泊松 (Poisson) 过程。因此，整个智能电网模型可以看作是根据速率为 N 的泊松过程的单一全局时钟。因此，以 $k \in \{1, \dots, N\}$ 作为全局时钟滴答，第 k 次滴答对应分布式算法迭代次数。并且对于一个节点的时钟被激活并与邻居节点进行信息交换从而改变状态向量 $x(\bullet)$ 。同时，在 k 时刻激活节点的概率，等同于其他节点的时钟在 k 时刻激活的概率，即响应的概率都等于 $1/N$ 。

2.6.2 传统 Gossip 算法

基于传统的 Gossip 分布式算法定义如下：在每次更新步骤中，单个智能体有且仅与它相邻单个智能体以概率 p_{ij} 传递信息。假设通信链路边 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 被激活，则传统的 Gossip 算法的平均一致性的更新协议是：

(i) 针对节点 $m(m \in (i, j))$ ：

$$x_m(k+1) = \frac{1}{2} [x_i(k) + x_j(k)]$$

(ii) 针对其他节点 $n(n \in \mathcal{V} - (i, j))$ ：

$$x_n(k+1) = x_n(k)$$

上述协议的平均一致性的更新协议可以写出如下矩阵形式：

$$x(k+1) = W(k)x(k)$$

其中 $W(k) = I - \frac{(\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j)(\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j)^T}{2}$ 为系统矩阵， \mathbf{e}_i 表示第 i 行元素为 1，其余元素为 0 的列向量。

2.6.3 广播 Gossip 算法

与传统的 Gossip 算法不同, 在每次更新步骤中, 广播 Gossip 算法允许单个智能体与它所有邻居智能体交换信息, 其描述如下: 当节点的时钟滴答作响时, 它会通过广播其当前状态 $x_i(k)$ 和辅助状态 $y_i(k)$ 来发起更新。假设在时间 $k \in \mathbb{Z}^+$ 时, 节点 i 给一个外邻居节点 $j \in N_i^-$ 传递具有 $x_i(k)$ 和 $y_i(k)$ 的消息, 此时节点 i 保持不变, 即

$$x_i(k+1) = x_i(k)$$

$y_i(k)$ 状态将重新设置为 0:

$$y_i(k+1) = 0$$

节点 $j \in N_i^-$ 的当前状态更新为:

$$x_j(k+1) = (1 - \alpha_{i,j})x_j(k) + \alpha_{i,j}x_i(k) + \epsilon\gamma_{i,j}y_j(k)$$

$y_j(k+1)$ 状态将更新为:

$$\begin{aligned} y_j(k+1) &= y_j(k) + \beta_{i,j}y_i(k) + x_j(k) - x_j(k+1) \\ &= \alpha_{i,j}(x_j(k) - x_i(k)) + (1 - \epsilon\gamma_{i,j})y_j(k) + \beta_{i,j}y_i(k) \end{aligned}$$

其中 $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$, $\gamma_{i,j}$, $\epsilon > 0$ 为算法参数, 其值将在下文中指定。其余节点 $l \notin i \cup N_i^-$ 保持不变。

$$x_l(k+1) = x_l(k)$$

$$y_l(k+1) = y_l(k)$$

注释 2.2 不同的参数选择, 会导致不同的广播 Gossip 算法具有不同的性质。换言之, 辅助变量 y 的目的是保证在每次更新中总状态平均值把持不变, 即:

$$\frac{\sum_{i=1}^N x_i(k+1) + \sum_{i=1}^N y_i(k+1)}{2N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i(k) + \sum_{i=1}^N y_i(k)}{2N}$$

将系统矩阵 $W(k)$ 取自集合 $\{R_i, 1 \leq i \leq N\}$, 其中每个 R_i 对应节点 i 到所有外邻居节点的一次传输, 即在第 k 次迭代时获取的更新矩阵, 那么广播 Gossip 算法可以被描述为:

$$z(k+1) = W(k)z(k)$$

其中 $z(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$ 。令 $[A]_{i,j} = \alpha_{i,j}$ 和 $[B]_{i,j} = \beta_{i,j}$, 满足

$$\begin{cases} 0 < \alpha_{i,j} \leq 1, & \text{若 } (i,j) \in \mathcal{E} \\ \alpha_{i,j} = 0, & \text{若 } (i,j) \notin \mathcal{E} \end{cases}, \quad \begin{cases} \beta_{i,j} = \frac{1}{N_{out}(i,k)}, & \text{若 } (i,j) \in \mathcal{E} \\ \beta_{i,j} = 0, & \text{若 } (i,j) \notin \mathcal{E} \end{cases}.$$

定义 $A_i = A \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T$ 和 $B_i = B \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T$, 矩阵 A_i 的第 k 次列向量是与矩阵 A 相同的, 其中矩阵 A_i 的其他元素都为 0。根据 A_i 和 B_i 矩阵为图 \mathcal{G} 的加权邻接矩阵, 易知:

$$A = \sum_{i \in \mathcal{V}} A_i, \quad B = \sum_{i \in \mathcal{V}} B_i.$$

将 $L = \text{diag}(\mathbf{A} \mathbf{1}_N) - A$ 定义成图 \mathcal{G} 对应的拉普拉斯矩阵, 由于满足条件 $L \mathbf{1}_N = 0$, 则定义 D_i 为:

$$D_i = \text{diag}(\sum_{j \in N_i^-} \gamma_{i,j} \mathbf{e}_j),$$

其中

$$\begin{cases} \gamma_{i,j} > 0, & \text{若 } (i,j) \in \mathcal{E} \\ \gamma_{i,j} = 0, & \text{若 } (i,j) \notin \mathcal{E} \end{cases}$$

定义其更新矩阵 $R_i \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ 为:

$$R_i = \begin{bmatrix} I - L_i & \epsilon D_i \\ L_i & S_i - \epsilon D_i \end{bmatrix}.$$

其中 $S_i = I - \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T + B_i$, 且 ϵ 是一个足够小的且大于 0 的值, 这个参数将被视为一个扰动参数, 通过分析, 可以确保算法收敛。

系统矩阵 $W(k)$ 是独立同分布的, 假设节点以相同的概率访问网络, 即,

$$\text{Prob}[W(k) = R_i] = \frac{1}{N}.$$

通过构造广播 Gossip 算法矩阵 $W(k)$ 满足:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1}_N^T & \mathbf{1}_N^T \end{bmatrix} W(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_N^T & \mathbf{1}_N^T \end{bmatrix},$$

这意味着每次迭代总平均值将会被保留, 即

$$W(k) \begin{bmatrix} \mathbf{1}_N \\ \mathbf{0}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_N \\ \mathbf{0}_N \end{bmatrix},$$

也就是说, 如果在第 k 次迭代时达成一致, 即状态变量 $x(k) = c \mathbf{1}_N$ 和 $y(k) = \mathbf{0}_N$, 则在第 $k+1$ 次迭代时状态保持不变, 即 $x(k+1) = c \mathbf{1}_N$, $y(k+1) = \mathbf{0}_N$ 。其中 c 为常数, $\mathbf{0}_N \in \mathbb{R}^N$ 是元素全为 0 的列向量。

注释 2.3 基于分布式一致性算法中, 节点在每次更新中都同一个邻居节点传递信息, 并且存在全局时钟约束; 基于传统 Gossip 算法和广播 Gossip 算法中不需要全局时钟, 但只有广播 Gossip 算法的节点可以与所有邻居节点交换信息。

2.7 本章小结

本章主要介绍了文章中所用符号以及后续所要的代数图论以及矩阵理论基础,分析了智能电网结构,对比了基于多智能体一致性算法、传统 Gossip 算法、广播 Gossip 算法协议以及优缺点。

第三章 基于一致性分布式算法的经济调度问题

3.1 引言

针对具有连接但稀疏通信网络的智能电网中，基于一致性的分布式算法可以为经济调度问题提供解决方案。然而在现有的研究中大多数都是在理想通信网络条件下实现，但是实际通信网络中存在传输损耗和通信延迟等情况是不可忽略的，现有的研究关于上述情况没有得到很好的披露和研究。因此，分别考虑传输损耗和通信延迟的影响，揭示了基于一致性的分布式经济调度算法存在的问题。最后，通过几组仿真案例来验证基于分布式一致性经济调度算法的不足之处，为后面的论文作铺垫。

3.2 问题建模

智能电网中通常由多台发电设备组成，主要分成发电单元和负荷单元两大类。其中发电单元包括以水利发电、太阳能发电等可再生能源，同时也包含以石油、煤矿等不可再生能源。智能电网中经济调度以可调度发电设备的运行花费成本最小作为目的，即：

$$\min \sum_{i \in \Omega_G} C_i(P_i), \quad (3-1)$$

其中 Ω_G 是可调度发电单元集合。假设智能电网中存在 N 台可调度发电单元，则发电单元的运行成本函数近似为^[44]：

$$C_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i, \quad (3-2)$$

其中 P_i 表示为第 i 个可调度发电单元的输出功率； $a_i \geq 0$ ， $b_i \geq 0$ ， $c_i \geq 0$ 为相应花费函数的成本系数。电网中功率生成与需求的条件约束为：

$$\sum_{i \in \Omega_G} P_i = \sum_{i \in \Omega_D} P_{D_i} \quad (3-3)$$

其中 Ω_D 表示可调度负荷单元的集合且 $P_D = \sum_{i \in \Omega_D} P_{D_i}$ 为总需求功率，满足 $\sum_{i=1}^N \underline{P}_i \leq P_D \leq \sum_{i=1}^N \bar{P}_i$ ，即问题是可解决的。发电单元的可控功率范围为：

$$\underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \quad (3-4)$$

其中 \underline{P}_i 和 \bar{P}_i 分别表示为发电单元可控功率的上下限。结合式子(3-1)、(3-3)和(3-4)，经济调度数学模型可表示为：

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^N C_i(P_i) \\ s.t. \sum_{i=1}^N P_i = P_D \\ \underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \end{cases} \quad (3-5)$$

假设 3.1 电网中通信拓扑图 $\mathcal{G}=(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 是强连接且每个发电单元 i 都知晓本身的入度数。

假设 3.2 对于每个 $i \in \{1, \dots, N\}$, 成本函数 $C_i(\cdot): \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ 是严格凸且连续可微的。

采用拉普拉斯乘子法定义式子(3-2)的解析解, 则其拉格朗日函数为:

$$\mathcal{L}(P_i, \lambda_i) = \sum_{i=1}^N C_i(P_i) + \lambda_i (P_D - \sum_{i=1}^N P_i) \quad (3-6)$$

其中 λ_i 表示每个发电单元 i 的增量成本, 求解最优解的条件为:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} = 2a_i P_i + b_i \quad (3-7)$$

当所有增量成本等于常数 λ^* 时, 此时智能电网的运行成本最小, 即:

$$\lambda^* = \frac{P_D + \sum_{i=1}^N \frac{b_i}{2a_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2a_i}} \quad (3-8)$$

考虑没有生成约束的情况可以得到(3-5)的最优解为:

$$P_i^* = \frac{\lambda^* - b_i}{2a_i} \quad (3-9)$$

如果考虑生成约束, 即功率不超出其上下限值, 则式子(3-5)的最优解为:

$$\begin{cases} 2a_i P_i + b_i > \lambda^*, & P_i = \underline{P}_i \\ 2a_i P_i + b_i = \lambda^*, & \underline{P}_i < P_i < \bar{P}_i \\ 2a_i P_i + b_i < \lambda^*, & P_i = \bar{P}_i \end{cases} \quad (3-10)$$

将发电单元设为其最优分配的极限, 则上述最优条件改写为:

$$\lambda^* = \frac{P_D - \sum_{i \in \Omega_G} P_i + \sum_{i \notin \Omega_G} \frac{b_i}{2a_i}}{\sum_{i \notin \Omega_G} \frac{1}{2a_i}} \quad (3-11)$$

则 EDP 模型(3-5)的最优解满足以下关系式:

$$P_i^* = \begin{cases} \frac{\lambda^* - b_i}{2a_i}, & i \in \Omega_G \\ \underline{P}_i \text{ 或 } \bar{P}_i, & i \notin \Omega_G \end{cases} \quad (3-12)$$

注释 3.1 本文仅仅考虑了成本函数是二次函数的情况,当成本函数为其余特殊函数不在本文讨论内。

3.3 基于一致性分布式求解算法

在本小节中,主要针对智能电网通信网络拓扑中存在传输损耗和通信延迟的情况,提出基于一致性分布式经济调度算法来处理。

3.3.1 考虑传输损耗的经济调度算法

根据每个可调度发电单元的微增量传输损耗,发电单元 i 引起的传输损耗 P_i^L 可以表示为简单的二次函数^[75]:

$$P_i^L = B_i P_i^2 \quad (3-13)$$

其中 B_i 表示为电力损耗系数。由于智能电网中存在传输损耗,则上述经济调度问题(3-5)中的总发电量和总需求功率平衡约束转化成:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^N C_i(P_i) \\ s.t. \sum_{i=1}^N P_i - \sum_{i=1}^N P_i^L = P_D \\ \underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \end{cases} \quad (3-14)$$

由于增加了传输损耗的约束,将导致非凸可行集,致使原问题不是凸优化问题,难以求解。为了解决此问题,首先通过放松约束(3-14)将其转化为一个凸问题,即将等式约束转为不等式约束,得到一个严格凸问题:

$$s.t. \sum_{i=1}^N P_i - \sum_{i=1}^N P_i^L \geq P_D \quad (3-15)$$

定理 3.1 假设发电单元容量和需求容量满足:

$$\sum_{j \in \Omega_D} \bar{P}_j \geq \sum_{i \in \Omega_G} (\underline{P}_i - B_i (\underline{P}_i)^2) \quad (3-16)$$

则严格凸问题(3-15)满足最优解 P^* 为以下式子时:

$$\sum_{j \in \Omega_D} P_j^* = \sum_{i \in \Omega_G} \left(P_i^* - B_i (P_i^*)^2 \right) \quad (3-17)$$

则与(3-14)具有同一解。

证明 由于转换问题(3-15)是一个凸优化问题, 拉格朗日对偶问题的最优解具有很强的对偶性, 则其拉格朗日函数为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(P, \lambda, \gamma, \nu) = & \sum_{i \in \Omega_G} C_i(P_i) + \lambda \left(\sum_{j \in \Omega_D} P_j + \sum_{i \in \Omega_G} (B_i(P_i)^2 - P_i) \right) \\ & + \sum_{i=1}^N \gamma_i (P_i - \bar{P}_i) + \sum_{i=1}^N \nu_i (P_i - \bar{P}_i) \end{aligned} \quad (3-18)$$

其中 $\gamma, \nu \in \mathbb{R}^N$, $\lambda \in \mathbb{R}$, $\gamma_i \geq 0$, $\nu_i \geq 0$, $\lambda \geq 0$ 。通过 KKT 条件得到以下关系式:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_j^*} = -\gamma_j + \nu_j = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i^*} = \frac{dC_i(P_i^*)}{dP_i^*} - \lambda(1 - 2B_i P_i^*) - \gamma_i + \nu_i = 0, \\ \lambda \left(\sum_{i \in \Omega_D} P_i^* + \sum_{i \in \Omega_G} (B_i (P_i^*)^2 - P_i^*) \right) = 0, \quad \lambda \geq 0, \\ \gamma_i (P_i^* - \bar{P}_i) = 0, \quad \gamma_i \geq 0, \\ \nu_i (P_i^* - \bar{P}_i) = 0, \quad \nu_i \geq 0. \end{cases} \quad (3-19)$$

接着通过矛盾法来证明上述定理的结果。假设:

$$\sum_{j \in \Omega_D} P_j^* < \sum_{i \in \Omega_G} \left(P_i^* - B_i (P_i^*)^2 \right) \quad (3-20)$$

考虑在 $P_i \neq \bar{P}_i$, $\forall i \in \mathcal{V}$, $P_i \leq P_i^* \leq \bar{P}_i$ 且 γ_i 和 ν_i 中至少存在一个为 0 的情况下, 按照效用函数的性质, 知晓存在 $\gamma_j = 0$, $\nu_j > 0$, $\forall j \in \mathcal{V}$ 使得以下等式成立:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_j^*} &= -\gamma_j + \nu_j = 0, \\ \nu_j (P_j^* - \bar{P}_j) &= 0, \quad \nu_j \geq 0. \end{aligned} \quad (3-21)$$

因此, 可以得到 $P_j^* = \bar{P}_j$, 出于相同的理由可以得到 $P_i^* = \bar{P}_i$ 。则由式子(3-20)获得:

$$\sum_{j \in \Omega_D} \bar{P}_j < \sum_{i \in \Omega_G} \left(\bar{P}_i - B_i (\bar{P}_i)^2 \right) \quad (3-22)$$

则式子(3-22)与定理 3.1 中提到的充分条件(3-16)相矛盾, 因此式子(3-20)对于 P_i^* 在充分条件下不成立。因此对于考虑传输损耗的经济调度问题中最优解 P_i^* 必然存在以下关系式:

$$P_D = \sum_{i \in \Omega_G} \left(P_i^* - B_i (P_i^*)^2 \right) \quad (3-23)$$

证毕

注释 3.2 为了证明考虑传输损耗的经济调度问题(3-15)与一般经济调度问题(3-5)在条件(3-16)下的等价性,借助参考文献[76]分析了凸优化问题(3-15)的 KKT 条件。首先考虑不相等的情况,通过对 KKT 条件的分析,得到与条件(3-16)相矛盾的结果。证明只有当(3-16)取等号时,经济调度问题才能取得最优解,即(3-5)与(3-14)两个问题等价。

考虑没有发电单元约束的情况,定义 $\lambda_i(k)$ 和 $P_i(k)$ 分别为发电单元 i 在第 k 次迭代时的最优增量成本和最优发电量估计。 $S_i(k)$ 表示的是总需求与发电量不匹配的局部估计, $B_i(k)$ 表示的是传输损耗的系数。则具有处理传输损耗的分布式迭代算法构造为:

$$\begin{cases} \lambda_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} \lambda_j(k) + \epsilon_i(k) S_i(k) \\ P_i(k+1) = \frac{\lambda_i(k+1) - b_i}{2a_i} \\ S_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} S_j(k) - (P_i(k+1) - B_i P_i^2(k+1)) + (P_i(k) - B_i P_i^2(k)) \end{cases} \quad (3-24)$$

其中为 $\sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} \lambda_j(k)$ 是保证增量成本 λ_i 收敛到一个常数的主要一致项,盈余项 $\epsilon_i(k) S_i(k)$ 用 $\epsilon_i(k)$ 提供需求与发电量不匹配的反馈。 $\epsilon_i(\cdot)$ 表示为控制增益。

定义 λ, P 以及 S 是 $\lambda_i(k), P_i(k)$ 和 $S_i(k)$ 的 N 维列向量。定义 $\epsilon = \text{diag}[\epsilon_1, \dots, \epsilon_N]$, $C = \text{diag}[1/(2a_1), \dots, 1/(2a_N)]$, $b = [b_1, \dots, b_N]^T$, $B = \text{diag}[B_1, \dots, B_N]$ 。利用第二章中定义矩阵 $A = (a_{ij})_{N \times N}$, 则可以将上述算法(3-24)改写成矩阵形式为:

$$\begin{cases} \lambda(k+1) = A\lambda(k) + \epsilon S(k) \\ P(k+1) = C(\lambda(k+1) - b) \\ S(k+1) = AS(k) + P(k) + B \cdot \text{diag}(P(k))P(k) \\ \quad - (P(k+1) + B \cdot \text{diag}(P(k+1))P(k+1)) \end{cases} \quad (3-25)$$

注释 3.3 迭代更新算法(3-25)只需要局部信息,具体的说,发电单元的更新规则只要求从它的邻居集接收信息。因此,该更新规则是一个完整的分布式算法。

为了解决总需求和总发电量之间的平衡,选取算法的初始值为:

$$\begin{cases} \lambda_i(0) = 2a_i P_i(0) + b_i \\ P_i(0) = \text{任意值} \\ S_i(0) = 0. \end{cases} \quad (3-26)$$

则具有处理传输损耗的分布式一致性经济调度算法的流程如下所示：

算法 3.1 考虑传输损耗的经济调度算法

初始化：

$$\lambda'_i(0), P'_i(0), S'_i(0), \forall i \in \mathcal{V}$$

输出：

$$\lambda_i^*, P_i^*$$

重复以下步骤：

1. 更新 λ_i 根据：

$$\lambda_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} \lambda_j(k) + \epsilon_i(k) S_i(k), \forall i \in \mathcal{V}$$

2. 更新 P_i 根据：

$$P_i(k+1) = \frac{\lambda_i(k+1) - b_i}{2a_i}, \forall i \in \mathcal{V}$$

3. 更新 S_i 根据：

$$S_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} S_j(k) - (P_i(k+1) - B_i P_i^2(k+1)) + (P_i(k) - B_i P_i^2(k)), \forall i \in \mathcal{V}$$

4. 直至 $|\lambda'_i(k+1) - \lambda'_i(k)| \leq 0.001$ 。

注释 3.4 与其它文章采用两个并行运行的一致性算法或考虑智能电网中发电侧和需求侧的一致性算法不同之处，本小节只考虑了智能电网中发电侧的一般一致性算法作为模型。

3.3.2 考虑通信延迟的经济调度算法

在现有的基于一致性的经济调度算法研究中，多智能体之间的通信是不可避免和至关重要的，但是一般假设通信网络是完善的，而忽略了通信延迟对信息传输的影响。由于时延在实际通信网络中普遍存在，并且可能使系统不稳定，因此对分布式经济调度算法在时延下的鲁棒性进行评估对于智能电网的可靠性、稳定性、高效运行是必要且有意义的。

将一天划分为 T 个持续时间，智能电网中电力调度离线完成。例如，前一天预测一天的需求分布，或者通过 t 期间的历史数据预测 $t+1$, $t \geq 0$ 期间的需求功率。然后，发电单元的调度将提前一天或者提前一个周期完成。如果时间足够长，并且发电单元有足够的斜坡率来满足负载需求变化，那么经济调度问题会被解耦

为多个单周期 EDP。同时，每个周期的需求都是时变的，小时间尺度控制器将工作以使发电和需求之间的电力平衡在线。

假设 3.3 智能电网中通信网络链路中的时间延迟 $\tau_M = \max\{\tau_{ij}\}$, $(i, j) \in \mathcal{E}$ 是恒定的。同时，自我通信不会受到时间延迟的影响，因为本地信息不需要通过通信网络传输。

在本小节中，考虑没有发电单元约束的情况，定义 $\lambda_i(k)$ 和 $P_i(k)$ 分别为发电单元 i 在第 k 次迭代时的最优增量成本和最优发电量估计。 $S_i(k)$ 为总需求与发电量不匹配的局部估计。则具有处理通信延迟的分布式迭代算法构造为：

$$\begin{cases} \lambda_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} \lambda_j(k - \tau_{ij}) + \epsilon_i(k) S_i(k) \\ P_i(k+1) = \frac{\lambda_i(k+1) - b_i}{2a_i} \\ S_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij} S_j(k - \tau_{ij}) - (P_i(k+1) - P_i(k)) \end{cases} \quad (3-27)$$

在上述迭代算法(3-27)中关于最优增量成本 $\lambda_i(k)$ 是由不确定性参数扰动的。因此，在这里引入延迟下的等效增广系统，以简化对不确定性的分析。

定义 $M \in N(\tau_M + 1)$, $x(k) = [\lambda(k - \tau_0), \dots, \lambda(k - \tau_M)]^T \in \mathbb{R}^M$ 。根据上述迭代算法(3-27)中最优增量成本式子可以得到：

$$x(k+1) = \Gamma(k)x(k) \quad (3-28)$$

其中

$$\Gamma(k) = \begin{bmatrix} \Gamma_{\tau_0}(k) & \Gamma_{\tau_1}(k) & \cdots & \Gamma_{\tau_M}(k) \\ I_N & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I_N & 0 \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

这里的 $\Gamma_{\tau_0}(k)$, $\Gamma_{\tau_1}(k), \dots, \Gamma_{\tau_M}(k)$ 是适当定义的非负矩阵，取决于在时间步长 k 发送的信息所经历的通信链路延时，满足：

$$[\Gamma_{\tau_l}(k)]_{ij} = \begin{cases} [A]_{ij}, & \text{如果来自 } j \text{ 的信息在 } k \text{ 时达到 } i, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (3-30)$$

其中矩阵 A 表示 $(a_{ij})_{N \times N}$ 。

经过操作后，上述迭代算法(3-27)可以被改写成矩阵形式：

$$\begin{cases} \lambda(k+1) = \Gamma(k)\lambda(k - \tau_{ij}) + \epsilon S(k) \\ P(k+1) = C(\lambda(k+1) - b) \\ S(k+1) = \Gamma(k)S(k - \tau_{ij}) + P(k) - P(k+1) \end{cases} \quad (3-31)$$

其中 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_M]^T$, $P = [P_1, \dots, P_M]^M$, $S = [S_1, \dots, S_M]^M$ 。

则具有处理传输损耗的分布式一致性经济调度算法的流程如下所示

算法 3.2 考虑通信延迟的经济调度算法

初始化:

$$\lambda'_i(0), P'_i(0), S'_i(0), \forall i \in \mathcal{V}$$

$$\tau_{ij}, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$$

输出:

$$\lambda_i^*, P_i^*$$

重复以下步骤:

当 $k \geq \tau_M$ 时;

1. 更新 $\lambda(k)$ 根据:

$$\lambda(k+1) = \Gamma(k)\lambda(k - \tau_{ij}) + \epsilon S(k)$$

2. 更新 $P(k)$ 根据:

$$P(k+1) = C(\lambda(k+1) - b)$$

3. 更新 $S(k)$ 根据

$$S(k+1) = \Gamma(k)S(k - \tau_{ij}) + P(k) - P(k+1)$$

4. 直至 $|\lambda'_i(k+1) - \lambda'_i(k)| \leq 0.001$ 。

注释 3.5 与其它文章采用改进的分布式一致性经济调度算法应对通信网络中存在的通信延迟问题的不同之处, 本小节只考虑了一般的分布式一致性算法作为模型。

3.4 仿真案例

本小节给出了关于基于分布式一致性经济调度算法针对智能电网中存在传输损耗和通信网络中存在通信延迟的仿真案例。案例 1 演示了该算法在考虑传输损耗下的性能和状态。案例 2 验证了该算法在考虑通信延迟的性能和状态。发电单元的参数如下表 3-1 所示, 本次仿真案例的拓扑图如图 3-1 所示。选择控制增益参数 $\epsilon = 0.001$, 运行并记录该分布式算法符合结束条件 $|\lambda_i - \lambda^*| \leq 0.001$ 时的结果。

表 3-1 发电单元参数表

单元	a_i (¥/kWh ²)	b_i (¥/kWh)	c_i (¥/h)	P_i^{\min} (kW)	P_i^{\max} (kW)	B_i (1/kW)
DG1	0.094	1.22	51	10	80	0.00021
DG2	0.078	3.41	31	8.0	60	0.00031
DG3	0.105	2.53	78	3.8	40	0.00011
DG4	0.082	4.02	42	5.4	45	0.00022
DG5	0.074	3.17	62	4.2	18	0.00041

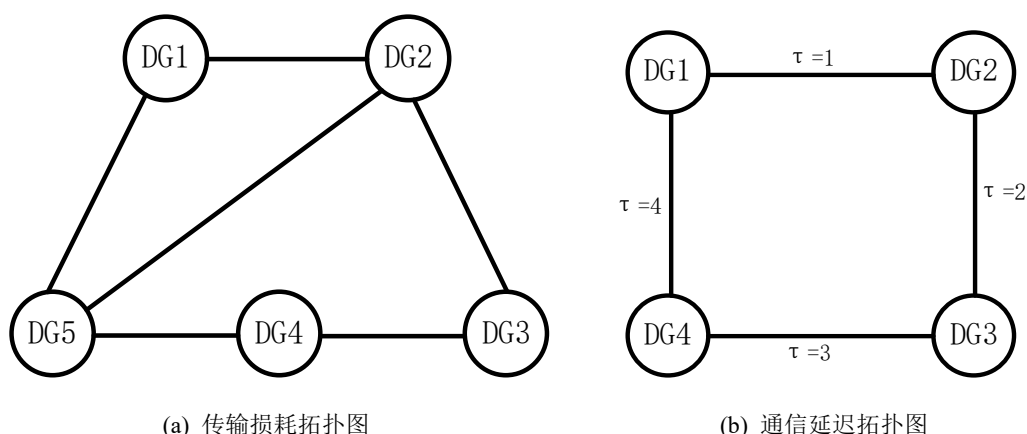


图 3-1 通信网络拓扑图

与智能电网结构相对应的通信网络拓扑如图 3-1 所示，则根据第二章关于分布式一致性算法的定义可知，对应的矩阵分别为：

$$A_{(a)} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}, \quad A_{(b)} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}.$$

3.4.1 案例 1：考虑传输损耗的一致性算法

图 3-2 显示了考虑传输损耗的分布式一致性经济调度算法的仿真案例，其通信网络拓扑结构如图 3-1 (a)所示，对应的矩阵如 $A_{(a)}$ 所示。根据上述初始值选取准则，初始值分别设置为： $P(0)=[0 \ 0 \ 25 \ 75 \ 50]^T$ ， $S(0)=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ， $\lambda(0)=[7.80 \ 5.65 \ 8.66 \ 8.94 \ 6.13]^T$ 。图 3-2 (a)、图 3-2 (b)和图 3-2 (d)显示了最佳增量成本、最优输出功率和总花费成本虽然最终都收敛，但与实际值不符。图 3-2 (c)显示供需功率偏差虽然收敛，但是无法收敛至 0。

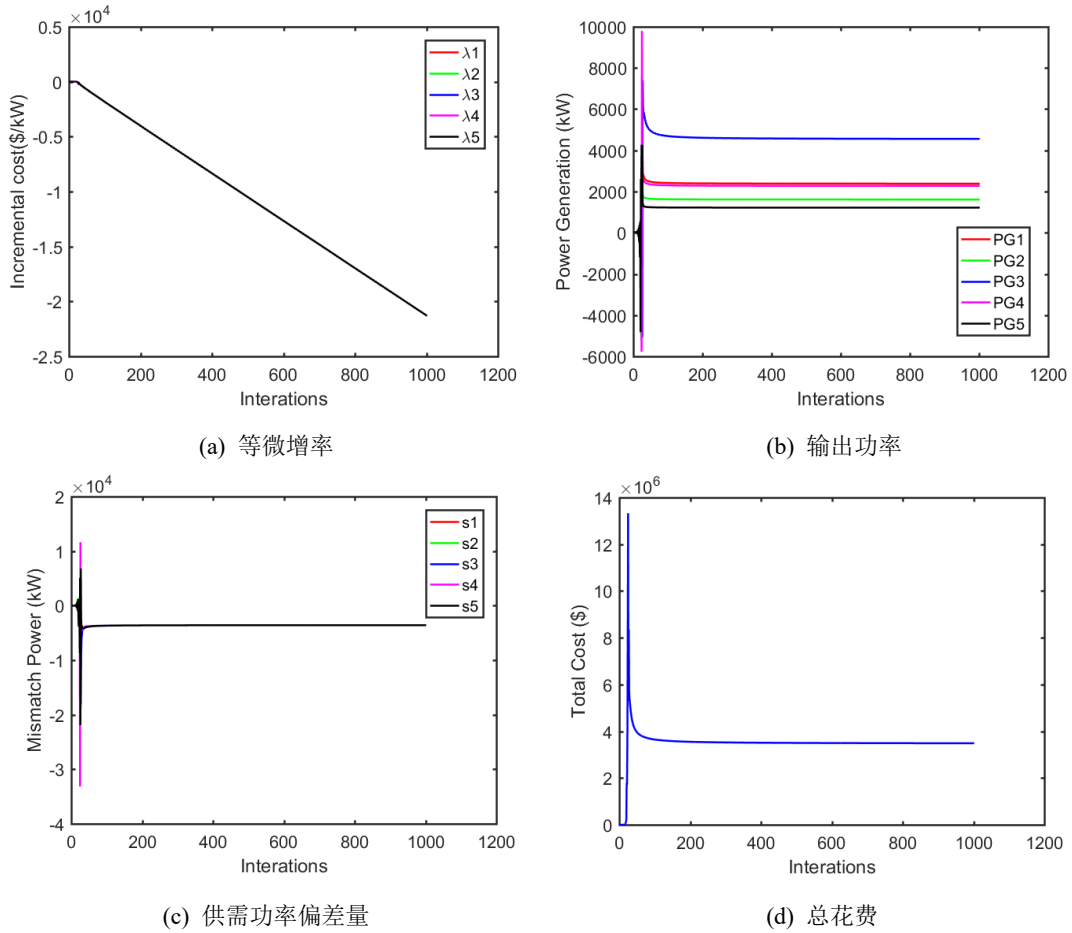
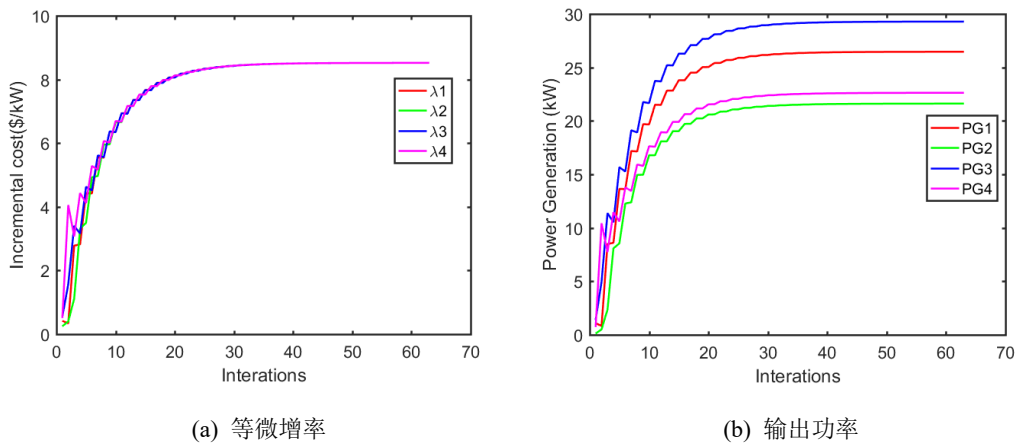


图 3-2 考虑传输损耗的算法仿真结果

3.4.2 案例 2：考虑通信延迟的一致性算法

图 3-3 显示了考虑通信延迟的分布式一致性的经济调度算法仿真案例，其通信网络拓扑结构如图 3-1 (b)所示，对应的矩阵如 $A_{(b)}$ 所示。图 3-3 (a)、3-3 (b)和图 3-3 (d)显示了最佳增量成本、最优输出功率以及总成本逐渐收敛。图 3-3 (c)显示了显示供需功率偏差量无法收敛至 0。



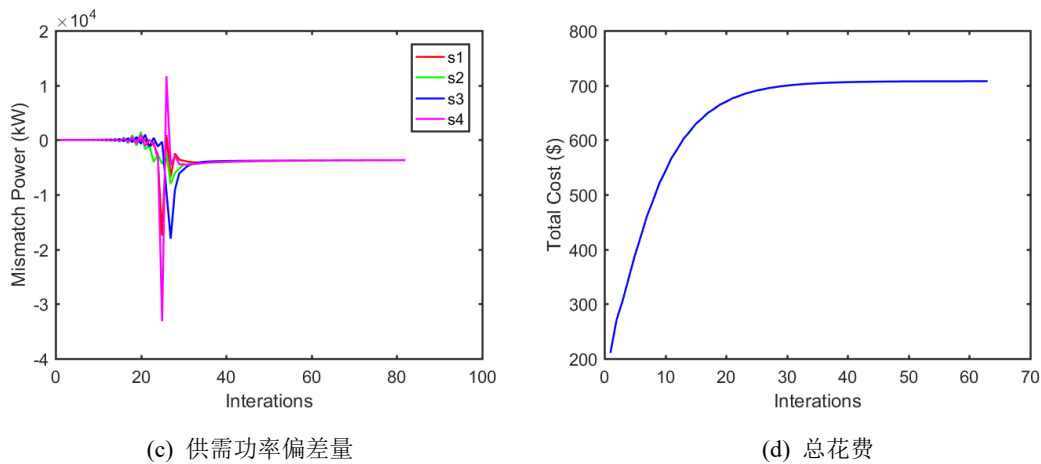


图 3-3 考虑通信延迟的算法仿真结果

3.5 本章小结

本章针对智能电网中存在的传输损耗和通信网络拓扑中存在的通信延迟情况，分别采用分布式一致性的经济调度算法来应对这种情况，分析该算法分别在考虑传输损耗和通信延迟的性能。首先，针对传输损耗引起功率平衡等式约束的非凸性问题，将其等式约束转化为不等式约束，得到一个新的凸优化问题，证明了新问题与原始问题具有相同的解决方案。最后，分别针对考虑传输损耗和通信延迟，给出了仿真案例。结果表明，考虑传输损耗的分布式一致性经济调度算法虽然能够使最优增量成本、最优输出功率、供需功率偏差量以及总成本收敛，但是不符合实际结果；考虑通信延迟的分布式一致性经济调度算法同样能够使上述变量收敛且最优增量成本、最优输出功率和总成本符合实际结果，但供需功率偏差量与预期结果不相符。采用其它分布式算法改善此种情况是有必要的。

第四章 考虑传输损耗的基于广播 Gossip 分布式算法研究

4.1 引言

本章主要探讨了智能电网中考虑发电设备产生的电力传输损耗的 EDP，这在经济调度问题中引入了非线性约束。将传输损耗可以看作是二次函数，给出一种基于广播 Gossip 的分布式经济调度算法来解决。该分布式算法可以使节点的所有邻居节点通过广播的形式更新每次迭代的信息。通过渐进法矩阵摄动理论证明了算法的收敛性。几个仿真案例证明了该分布式算法的有效性和即插即用能力，并与不考虑传输损耗的算法进行了比较。

4.2 问题建模

目前的研究大多数都是不考虑传输损耗，采用的是同步通信的方式。然而，输电损耗是智能电网中普遍存在的问题。因此，在经济调度问题(EDP)中有必要考虑传输损耗的存在。EDP 的目标是使所有发电单元的总成本最小，并满足发电单元的约束和总需求。考虑传输损耗的 EDP 可以表示为：

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^N C_i(P_i) \\ s.t. \sum_{i=1}^N P_i - P_{loss} = P_D \\ \underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \end{cases}, \quad (4-1)$$

其中 $C_i(\bullet)$ 表示为发电单元 i 相应的运行成本函数， P_i 为发电单元的输出功率， $\underline{P}_i > 0$ 和 \bar{P}_i 分别为发电单元输出功率的上下限。 P_{loss} 和 P_D 分别为发电单元 i 的传输损耗和总需求功率。对于 $C_i(\bullet)$ 可以近似的通过二次函数表示为：

$$C_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i, \quad (4-2)$$

其中 a_i ， b_i 和 c_i 为成本函数系数。根据第三章内容，传输损耗总量可以表示为：

$$P_{loss} = \sum_{i=1}^N B_i P_i^2 \quad (4-3)$$

其中 B_i 为传输损耗系数，基于拉普拉斯乘子法，将上述式子(4-2)和(4-3)描述为拉格朗日函数：

$$\mathcal{L}(\lambda, P_i) = \sum_{i=1}^N C_i(P_i) + \lambda \left(\sum_{i=1}^N P_i - P_D - P_{loss} \right), \quad (4-4)$$

其中 $\lambda \geq 0$ 表示作为拉格朗日乘数，代表着每个发电机 i 的增量成本，即：

$$\lambda = \frac{dC_i(P_i)}{dP_i} = 2a_i P_i + b_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4-5)$$

则考虑传输损耗的经济调度问题的最优解满足下面的方程：

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{P_i} = 2a_i P_i + b_i + \lambda - 2B_i P_i = 0, & i = 1, 2, \dots, N \\ \mathcal{L}_{\lambda} = \sum_{i=1}^N P_i - P_D - P_{loss} = 0 \end{cases}. \quad (4-6)$$

根据拉格朗日乘子法，当每个发电机等于最优增量成本 λ^* 时，即：

$$\lambda^* = \frac{2a_i P_i^* + b_i}{(1 - 2B_i P_i^2)}, \quad (4-7)$$

此时，所产生的功率 P^* 可以达到最优，即：

$$P_i^* = \frac{\lambda^* - b_i}{2a_i + 2B_i \lambda^*}. \quad (4-8)$$

4.3 基于广播 Gossip 分布式求解算法

在这一小节，将提出考虑传输损耗的分布式经济调度算法，其中不考虑发电约束并给出算法流程，最后给出算法有效性的证明过程。

4.3.1 考虑传输损耗的经济调度算法

为了使迭代算法成为完全分布式算法，基于广播 Gossip 算法中应该引入三个辅助变量 $\varsigma(k)$ 、 $\zeta(k)$ 、 $\gamma(k)$ ，这样就不需要访问全局变量来获取全局信息。因此，该算法的更新规则用矩阵形式定义为：

$$\begin{bmatrix} \lambda(k+1) \\ \varsigma(k+1) \end{bmatrix} = W(k) \begin{bmatrix} \lambda(k) \\ \varsigma(k) \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} S(k) \\ \zeta(k) \end{bmatrix}, \quad (4-9)$$

其中 $\varsigma(k) = [\varsigma_1(k), \dots, \varsigma_N(k)]^T$ ， $\lambda(k) = [\lambda_1(k), \dots, \lambda_N(k)]^T$ 为第 k 次迭代时该算法的一致性增量成本， ε 可以看作是该算法的控制增益，能够影响算法的收敛速度。 $\zeta(k) = [\zeta_1(k), \dots, \zeta_N(k)]^T$ ， $S(k) = [S_1(k), \dots, S_N(k)]^T$ 为系统发电和需求之间的估计不匹配值。式子(4-9)可以被描述为：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} S(k+1) \\ \zeta(k+1) \end{bmatrix} = & W(k) \begin{bmatrix} S(k) \\ \zeta(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P(k+1) \\ \gamma(k+1) \end{bmatrix} - B \begin{bmatrix} \text{diag}(P(k+1)) \\ \text{diag}(\gamma(k+1)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(k+1) \\ \gamma(k+1) \end{bmatrix} \\ & - \left(\begin{bmatrix} P(k) \\ \gamma(k) \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \text{diag}(P(k)) \\ \text{diag}(\gamma(k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(k) \\ \gamma(k) \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (4-10)$$

其中 $B = \text{diag}(B_1, \dots, B_N)$, 电网中发电单元的输出功率为 $P(k) = [P_1(k), \dots, P_N(k)]^T$ 和 $\gamma(k) = [\gamma_1(k), \dots, \gamma_N(k)]^T$ 可以表示为:

$$\begin{bmatrix} P(k+1) \\ \gamma(k+1) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \lambda(k+1) \\ \varsigma(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b(k) \\ b(k) \end{bmatrix}, \quad (4-11)$$

其中矩阵 C 和向量 $b(k)$ 被设置为:

$$\begin{aligned} C = I_2 \otimes \text{diag} \left[\frac{1}{2a_1 + 2B_1\lambda(k+1)}, \dots, \frac{1}{2a_N + 2B_N\lambda(k+1)} \right]^T \\ b(k) = [b_1(k), \dots, b_N(k)]^T \end{aligned} \quad (4-12)$$

定义 $\lambda'(k) = \begin{bmatrix} \lambda(k) \\ \varsigma(k) \end{bmatrix}$, $S'(k) = \begin{bmatrix} S(k) \\ \zeta(k) \end{bmatrix}$, $P'(k) = \begin{bmatrix} P(k) \\ \gamma(k) \end{bmatrix}$, 则分布式发电单元的结构为

如下所示:

$$\begin{cases} \lambda'(k+1) = W(k)\lambda'(k) + \varepsilon S'(k) \\ P'(k+1) = M(\lambda'(k+1)) \\ S'(k+1) = W(k)S'(k) + P'(k) + B \cdot \text{diag}(P'(k))P'(k) \\ \quad - (P'(k+1) + B \cdot \text{diag}(P'(k+1))P'(k+1)) \end{cases} \quad (4-13)$$

其中, 针对发电单元的发电约束上下限为:

$$M(\lambda'_i(k+1)) = \begin{cases} \underline{P}_i, & \lambda'_i(k+1) < \underline{\lambda}' \\ \frac{\lambda'_i(k+1) - b_i}{2a_i + 2B_i\lambda'_i(k+1)}, & \underline{\lambda}' \leq \lambda'_i(k+1) \leq \bar{\lambda}' \\ \bar{P}_i, & \lambda'_i(k+1) > \bar{\lambda}' \end{cases} \quad (4-14)$$

其中发电单元 i 对应的一致性增量成本的上下限 $\underline{\lambda}'$ 和 $\bar{\lambda}'$ 分别为: $\underline{\lambda}' = 2a_i \underline{P}_i + b_i$ 、 $\bar{\lambda}' = 2a_i \bar{P}_i + b_i$ 。

注释 4.1 从上述描述来看, 将每个发电单元的增量成本看作为一致性变量, 考虑传输损耗的 EDP 平衡约束条件, 将系统功率不匹配值同样设置为一致性变量, 并将控制增益添加至增量成本变量上, 使增量成本能够收敛到最优值。

将上述公式(4-13)的第三项两边同时乘以 $\mathbf{1}^T$, 且 $W(k)$ 是双随机矩阵, 则可以得到:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{1}^T S'(k+1) &= \mathbf{1}^T W(k)S'(k) + \mathbf{1}^T (P'(k) - P'(k+1)) + \mathbf{1}^T (B \cdot \text{diag}(P'(k))P'(k) \\
 &\quad - B \cdot \text{diag}(P'(k+1))P'(k+1)) \\
 &= \mathbf{1}^T S'(k) + \mathbf{1}^T (P'(k) - P'(k+1)) + \mathbf{1}^T (B \cdot \text{diag}(P'(k))P'(k) \\
 &\quad - B \cdot \text{diag}(P'(k+1))P'(k+1)) \\
 &\Rightarrow \mathbf{1}^T (S'(k+1) + P'(k+1) + B \cdot \text{diag}(P'(k+1))P'(k+1)) \\
 &= \mathbf{1}^T (S'(k) + P'(k) + B \cdot \text{diag}(P'(k))P'(k))
 \end{aligned} \tag{4-15}$$

对于上述所有的 k 次更新中, $\mathbf{1}^T (S'(k) + P'(k) + B \cdot \text{diag}(P'(k))P'(k))$ 等于常数。对于式子中 $P'(0)$ 和 $S'(0)$ 的初始化值, 可以取得 $\sum_{i \in \mathcal{V}} P'(0) + S'(0) = P_D$ 的结果。因此, $\mathbf{1}^T S'(k) = P_D - \mathbf{1}^T P'(k)$ 是总需求和总发电量之间的实际不匹配值。这种不匹配值是通过所有发电机的集体生成而不是通过一种集中的方法得到的。

算法 4.1 考虑传输损耗的经济调度算法

初始化:

$$\lambda'_i(0), P'_i(0), S'_i(0), \forall i \in \mathcal{V}$$

输出:

$$\lambda_i^*, P_i^*$$

重复以下步骤:

如果节点 i 在 k 时刻被唤醒则执行:

1. 节点 i 发送包含 $x_i(k)$ 和 $y_i(k)$ 的信息给邻居节点 j , 但节点 i 保持不变;

$$\begin{aligned}
 x_i(k+1) &= x_i(k), \\
 y_i(k+1) &= 0.
 \end{aligned}$$

2. 节点 j 收到节点 i 的信息, 按照下面式子更新状态:

$$\begin{aligned}
 \lambda'(k+1) &= W(k)\lambda'(k) + \varepsilon S'(k) \\
 P'(k+1) &= \frac{\lambda'(k+1) - b}{2a + 2B\lambda'(k+1)} \\
 S'(k+1) &= W(k)S'(k) + P'(k) + B \cdot \text{diag}(P'(k))P'(k) \\
 &\quad - (P'(k+1) + B \cdot \text{diag}(P'(k+1))P'(k+1))
 \end{aligned}$$

3. 剩余节点保持不变;

$$\begin{aligned}
 x_i(k+1) &= x_i(k), \\
 y_i(k+1) &= y_i(k).
 \end{aligned}$$

4. 直至 $|\lambda'_i(k+1) - \lambda'_i(k)| \leq 0.001$ 。

4.3.2 算法有效性

通过使用渐近法和矩阵扰动理论来证明基于广播 Gossip 分布式经济调度算法的收敛性。易知式子(4-13)无法容易转化成矩阵形式。因此，我们首要的目标是将上述式子(4-13)简化。

渐近法：在经过足够长的时间 \mathcal{K} 后，如果不匹配功率 $S'(k)$ 达到小规模渐进收敛的领域，则去探讨 $k \geq \mathcal{K}$ 的行为，使每次迭代线性化的更新。对于未达到上限或下限的发电单元 i ，有：

$$\begin{aligned} P_i(k) - P_i(k+1) &= \frac{\lambda'_i(k) - b_i}{2a_i + 2B_i\lambda'_i(k)} - \frac{\lambda'_i(k+1) - b_i}{2a_i + 2B_i\lambda'_i(k+1)} \\ &= \frac{(\lambda'_i(k) - \lambda'_i(k+1))(2a_i + 2B_ib_i)}{(2a_i + 2B_i\lambda'_i(k))(2a_i + 2B_i\lambda'_i(k+1))} \end{aligned} \quad (4-16)$$

存在 $\varphi(k)$ 满足：

$$0 \leq -\varphi(k) \leq \max \left\{ \begin{aligned} &\frac{(2a_i + 2B_ib_i)}{(2a_i + 2B_i\lambda'_i(k))(2a_i + 2B_i\lambda'_i(k))}, \\ &\frac{(2a_i + 2B_ib_i)}{(2a_i + 2B_i\lambda'_i(k+1))(2a_i + 2B_i\lambda'_i(k+1))} \end{aligned} \right\} \quad (4-17)$$

那么：

$$S'(k+1) = W(k)S(k) + \varphi(k)(\lambda'(k+1) - \lambda'(k)) \quad (4-18)$$

因此，在经过 \mathcal{K} 时间后迭代过程的矩阵形式可以写为：

$$\begin{bmatrix} \lambda'_i(k+1) \\ S'(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W(k) & \varepsilon I \\ -\varphi(k)(I - W(k)) & U(k) + \varepsilon\varphi(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda'_i(k) \\ S'(k) \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

其中 $\varphi(k) = I_2 \otimes \text{diag}\{\varphi_1(k), \varphi_2(k), \dots, \varphi_n(k)\}$ 。

引理 4.1 假设智能电网通信拓扑 \mathcal{G} 是连通的，可以得到矩阵 $W(k)$ 的特征值满足以下关系：

$$1 = x_1(\varepsilon) > |x_2(\varepsilon)| \geq \dots \geq |x_N(\varepsilon)|. \quad (4-20)$$

定理 4.1 假设智能电网通信拓扑 \mathcal{G} 是连通的，并且存在一个正常数 σ ，使得 $0 < \varepsilon < \sigma$ 成立，则算法(4-13)能够解决不考虑发电约束的 EDP(4-1)，那么 λ'_i 将渐进收敛到最优解， S'_i 将趋向于 0，即：

$$\lambda'_i(k) \rightarrow \lambda^*, S'_i(k) \rightarrow 0, \text{ 当 } k \rightarrow \infty, \forall_i \in \mathcal{V} \quad (4-21)$$

证明 $W(k)$ 是一个列随机矩阵，等价于它的期望矩阵。所以将式子(4-19)转变为如下形式：

$$\begin{bmatrix} \lambda'(k+1) \\ E[S'(k+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & \varepsilon I \\ -\varphi(k)(I - \bar{W}) & \bar{W} + \varepsilon\varphi(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda'(k) \\ E[S'(k)] \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

其中 \bar{W} 为 W 的期望矩阵。定义：

$$\begin{aligned} \Gamma &= \begin{bmatrix} W & \varepsilon I \\ -\varphi(I - \bar{W}) & \bar{W} + \varepsilon\varphi \end{bmatrix} \\ \Gamma_0 &= \begin{bmatrix} W & 0 \\ -\varphi(I - W) & U \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & \varphi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-23)$$

因此， $\Gamma = \Gamma_0 + \varepsilon Y$ 。根据矩阵 Γ_0 的形式，可以明显知晓 Γ_0 是一个严格的下三角矩阵。由特征值求导理论^[78]可知特征值 u_i 的导数为：

$$\frac{\partial u_i}{\partial \varepsilon} = y_i^T \frac{\partial \Gamma}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} x_i \quad (4-24)$$

其中 y_i 和 x_i 分别是具有特征值 u_i 的相关矩阵 Γ 的左、右特征向量，因此可以得到如下关系式：

$$\begin{cases} y_i^T \Gamma_0 = u_i y_i^T, & \Gamma_0 x_i = u_i x_i; \\ y_i^T x_i = 1, & y_i^T x_j = 0. \end{cases} \quad (4-25)$$

首先假设 $\varepsilon = 0$ ，表示不存在扰动，则 $\Gamma = \Gamma_0$ 。根据引理 2.1，易知以下等式成立：

$$\begin{aligned} y_1^T &= [-1_{2N}^T \varphi \quad 1_{2N}^T], \quad y_2^T = [\Psi^T \quad 0_{3N}^T]; \\ x_1^T &= \begin{bmatrix} 0_{2N} & \frac{1}{N} 1_N & 0_N \end{bmatrix}, \quad x_2^T = \begin{bmatrix} 1_N & 0_N & -\sum_{i=1}^N \frac{1}{2a_i} \Phi & 0_N \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4-26)$$

其中 y_1^T 和 x_1^T 分别是特征值 u_1 对应矩阵 Γ_0 的左右矩阵向量； y_2^T 和 x_2^T 分别是特征值 u_2 对应矩阵 Γ_0 的左右矩阵向量。结合式子(4-24)和(4-26)获得特征值 u_1 和 u_2 关于 ε 导数的关系式为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \varepsilon} &= y_1^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & \varphi \end{bmatrix} x_1 = [-1_{2N}^T \varphi \quad 1_{2N}^T] \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{2N} \\ \frac{1}{N} 1_N \\ 0_N \end{bmatrix} = 0, \\ \frac{\partial u_2}{\partial \varepsilon} &= y_2^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & \varphi \end{bmatrix} x_2 = [\Psi^T \quad 0_{3N}^T] \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1_n \\ 0_n \\ -\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i} \Phi \\ 0_n \end{bmatrix} = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i} \Psi^T \Phi < 0. \end{aligned} \quad (4-27)$$

根据式(4-27)可知, u_1 不受 ε 的干扰, 但 u_2 会随 ε 值的增加而减少。因此, 存在一个足够小的正常数 η_1 , 使得 $0 < \varepsilon < \eta_1$ 成立, 则 u_2 将位于单位圆内。

根据 Bauer-Fike 理论, 给定以 u 作为矩阵 Γ_0 的特征值, ρ 作为矩阵 Γ 的特征值, X 是通过矩阵 Γ_0 的特征向量组成的矩阵, 可以得到:

$$\min_u |u - \rho| \leq \|X\|_p \|X^{-1}\|_p \|Y\|_p \quad (4-28)$$

其中 $\omega_p = \|X\|_p \|X^{-1}\|_p$ 为矩阵 Γ_0 特征值问题的条件数, $\|\cdot\|_p$ 为 P -规范矩阵。替代 Y 并使用无穷范数产生:

$$\min_u |u - \rho| \leq \varepsilon \omega_p \max \left(1, \max_i \varphi(i, i) \right) \quad (4-29)$$

上述不等式(4-29)指出, Γ 从 Γ_0 的特征值的扰动由 ε 的倍增界定。因此, 可以定义一个足够小的值 η_2 , 对于所有 $0 < \varepsilon < \eta_2$, 使得矩阵 Γ_0 的特征值在 $\varepsilon = 0$ 的单位圆内存在。则存在一个足够小的 $\eta = \min\{\eta_1, \eta_2\}$, 当 $0 < \varepsilon < \eta$ 成立时, 矩阵 Γ 的特征值都位于单位圆内。因此, 可以得到:

$$\lambda'_i(k) \rightarrow \lambda^*, S'_i(k) \rightarrow 0, \text{ 当 } k \rightarrow \infty, \forall_i \in \mathcal{V} \quad (4-30)$$

因此, 算法(4-13)能够处理问题(4-1), 使其描述的系统是稳定的、收敛的, 且能够达到经济调度的目的。

证毕。

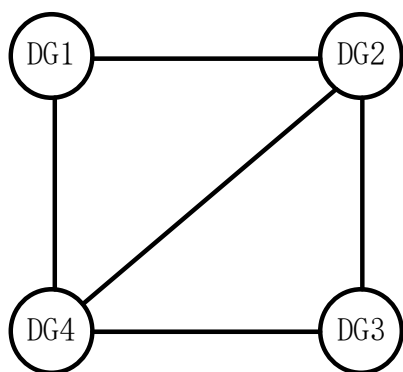
注释 4.2 由于条件的限制, 本章只针对算法的有效性给出了证明, 但是对于算法是否能够达到最优, 这将是日后工作的一种挑战。

4.4 仿真案例

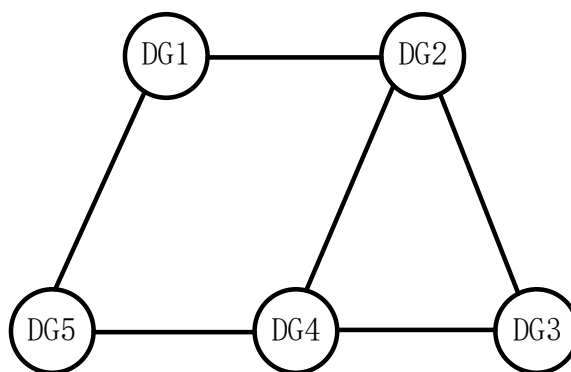
在本小节中通过四个仿真来说明算法的有效性和可扩展性能力。案例 1 演示了不考虑传输损耗的情况下算法的性能。与其相对比的是, 案例 2 考虑了传输损耗的情况下算法的性能, 案例 3 检验了该算法应对可变拓扑时的即插即用能力。最后, 案例 4 演示了算法在 IEEE 33-Bus 测试系统的测试效果。本节所有案例采用的无向通信拓扑图如下图 4-1 所示, 发电单元的参数如下表 4-1 所示。根据参考文献[79]可知, 广播 Gossip 算法的控制增益 ϵ 被确定为 $\epsilon = u_2(L)/2$, 其中 $u_2(L)$ 为矩阵 L 的第二大特征值。根据参考文献[63]可知, 当广播流言算法的参数设置为 $\alpha_{i,j} = \gamma_{i,j} = 1/2$, 其算法性能达到最优。通过参考文献[66]确定了该分布式经济调度算法的控制增益为 $\varepsilon = 1/(kN)$, $k \in \mathbb{Z}^+$, 运行并记录该分布式算法符合结束条件 $|\lambda_i - \lambda^*| \leq 0.001$ 时的结果。

表 4-1 发电单元参数表

单元	a_i (¥/kWh ²)	b_i (¥/kWh)	c_i (¥/h)	P_i^{\min} (kW)	P_i^{\max} (kW)	B_i (1/kW)
DG1	0.094	1.22	51	10	80	0.00021
DG2	0.078	3.41	31	8.0	60	0.00031
DG3	0.105	2.53	78	3.8	40	0.00011
DG4	0.082	4.02	42	5.4	45	0.00022
DG5	0.074	3.17	62	4.2	18	0.00041
DG6	0.069	3.41	31	3.1	80	0.00051
DG7	0.074	2.53	78	5.2	90	0.00045
DG8	0.066	4.02	42	2.5	100	0.00035
DG9	0.066	3.17	62	3.8	65	0.00033
DG10	0.061	1.22	51	6.5	75	0.00012



(a) 四节点无向拓扑图



(b) 五节点无向拓扑图

图 4-1 无向通信拓扑图

4.4.1 案例 1：不考虑传输损耗

此案例主要是为了测试在智能电网中不考虑传输损耗情况下，广播 Gossip 算法对一般经济调度问题的有效性，其结果如下图 4-2 所示。首先考虑如图 4-1 (a) 所示的四节点拓扑图，则发电单元被激活的概率为 $1/4$ 。根据上述初始值选取准则，初始值分别设置为： $P(0)=[0 \ 0 \ 25 \ 75]^T$ ， $\lambda(0)=[7.8 \ 5.65 \ 8.66 \ 8.94]^T$ ， $S(0)=[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。大约经过 150 次迭代后，每台发电单元的增量成本收敛到一致，如下图 4-2 (a) 所示，达到最优值为 $\lambda^*=7.301 \text{ \$}/\text{kW}$ 。从图 4-2 (b) 和图 4-2 (c) 可知，每台发电单元达到最佳功率，其最优输出功率分别为 $P_1^*=32.30 \text{ kW}$ ， $P_2^*=24.93 \text{ kW}$ ， $P_3^*=22.62 \text{ kW}$ ， $P_4^*=19.99 \text{ kW}$ ，每台发电单元供需功率偏差量逐

渐收敛至 0。图 4-2 (d) 表示四台发电机发电功率的总花费成本达到 703.5 \$。值得注意的是，总需求功率与发电单元产生的功率大致相等。

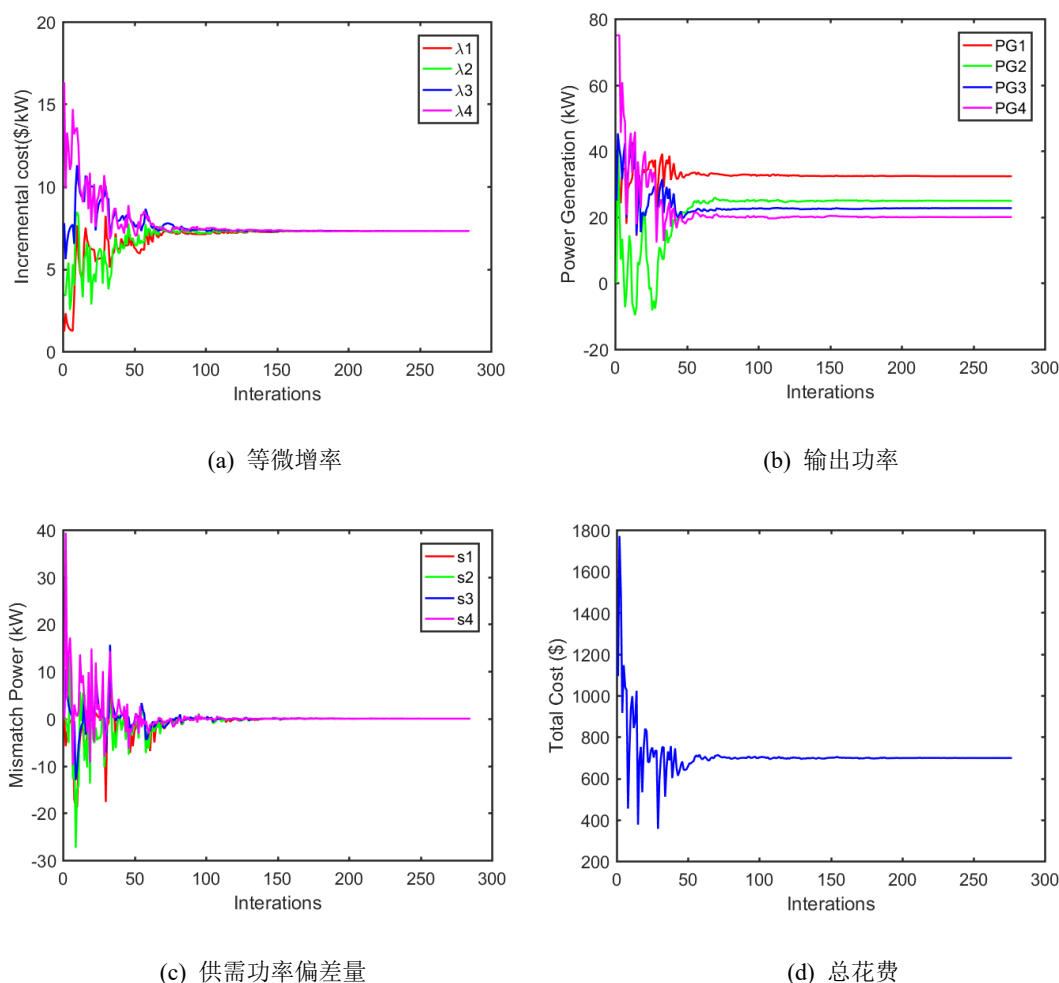


图 4-2 无传输损耗的电力系统结果

4.4.2 案例 2：考虑传输损耗

此案例主要是为了测试在智能电网中考虑传输损耗情况下，广播 Gossip 算法对考虑传输损耗经济调度问题的有效性，其结果如下图 4-3 所示。大约经过 200 次迭代后，每台发电单元的增量成本收敛到一致，如下图 4-3 (a) 所示，达到最优值为 $\lambda^* = 7.409$ \$/kW。从图 4-3 (b) 和图 4-3 (c) 可知，每台发电单元达到最佳功率，最优输出功率分别为 $P_1^* = 32.43$ kW, $P_2^* = 24.94$ kW, $P_3^* = 23.08$ kW, $P_4^* = 20.29$ kW。每台发电单元供需功率偏差量收敛至 0。图 4-3 (d) 表示四台发电单元发电功率的总花费达到 706.5 \$。与案例 1 相比，考虑传输损耗情况下，最优增量成本、每个发电机的最佳输出功率以及总成本都明显上涨，与实际条件相符。虽然上涨幅度不大，但是考虑本次案例只选择了四个发电单元发电，在实际的智能电力系统中

绝对不仅仅只有如此少量发电单元参加，因此考虑传输损耗在智能电网中的存在，具有实际研究意义。

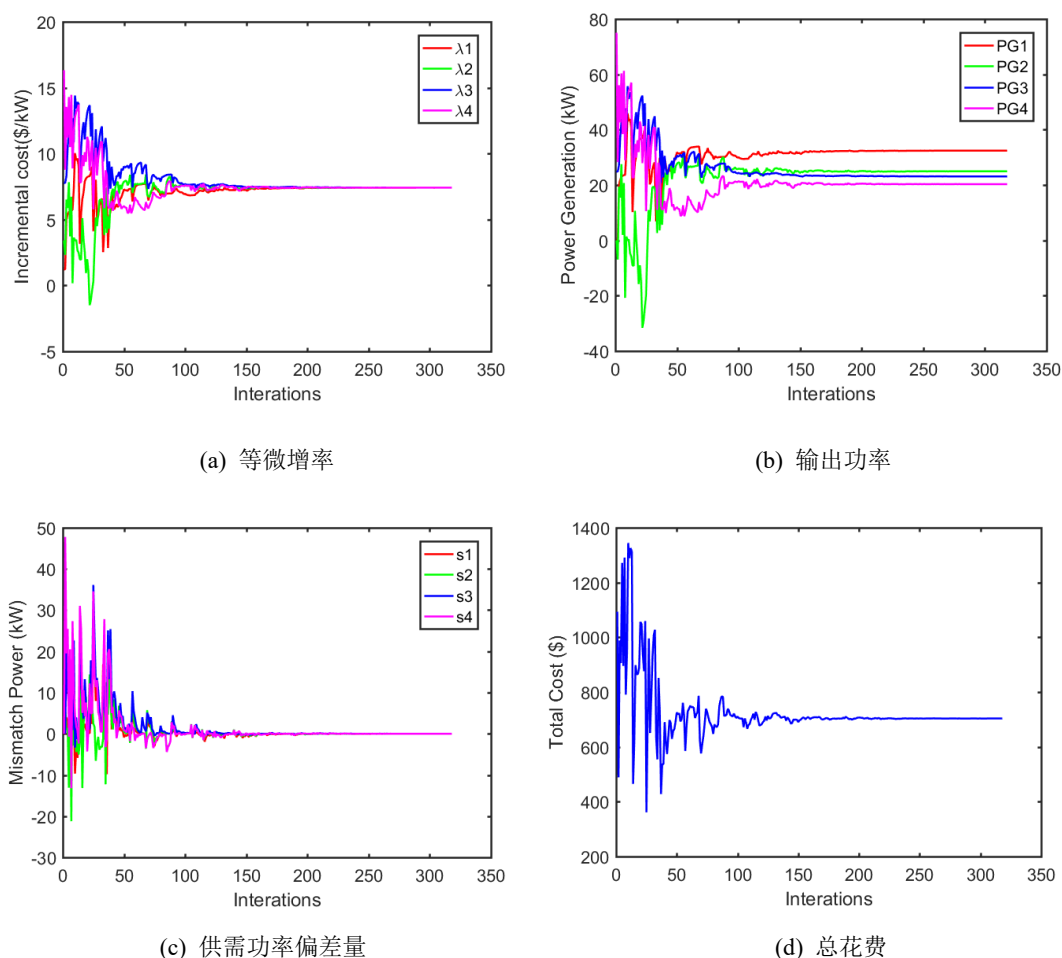


图 4-3 考虑传输损耗的电力系统结果

4.4.3 案例 3：即插即用能力

假设在第 150 次迭代中，在电力系统中增加一个新的发电单元，其无向通信拓扑图如上图 4-1 (b)所示，其每个发电单元被激活的概率由 1/4 变为 1/5。在表 4-1 中仍然可以找到其对应的参数。当加入新的发电单元以后，设置新的发电单元的功率初始值为 $P_5(150) = 50 \text{ kW}$ ，增量成本为 $\lambda_5(150) = 6.13 \text{ \$/kW}$ 和供需功率失配值为 $S_5(150) = 0 \text{ kW}$ ，则总功率需求从 100kW 变为 150kW。从 4-4 (a)可知，最佳增量成本依然可以再次收敛，从原来的 $\lambda^* = 7.409 \text{ \$/kW}$ 变为 $\lambda^* = 7.888 \text{ \$/kW}$ 。每台发电单元新的最佳输出功率变为 $P_1^* = 34.88 \text{ kW}$ ， $P_2^* = 27.83 \text{ kW}$ ， $P_3^* = 25.30 \text{ kW}$ ， $P_4^* = 23.09 \text{ kW}$ ， $P_5^* = 30.55 \text{ kW}$ ，从图 4-4 (b)可知。图 4-4 (c)表明每台发电单元功率的供需偏差量仍然逐渐收敛至 0。从图 4-4 (d)可知，发电单元的总成本花费由 706.5 \$ 增加至 1066 \$。图 4-4 的仿真结果验证了该算法在即插

即用条件下能够快速的、稳定的收敛，且实验数据符合电力系统增加新的发电单元后的各个输出功率以及总花费成本的增加的要求。

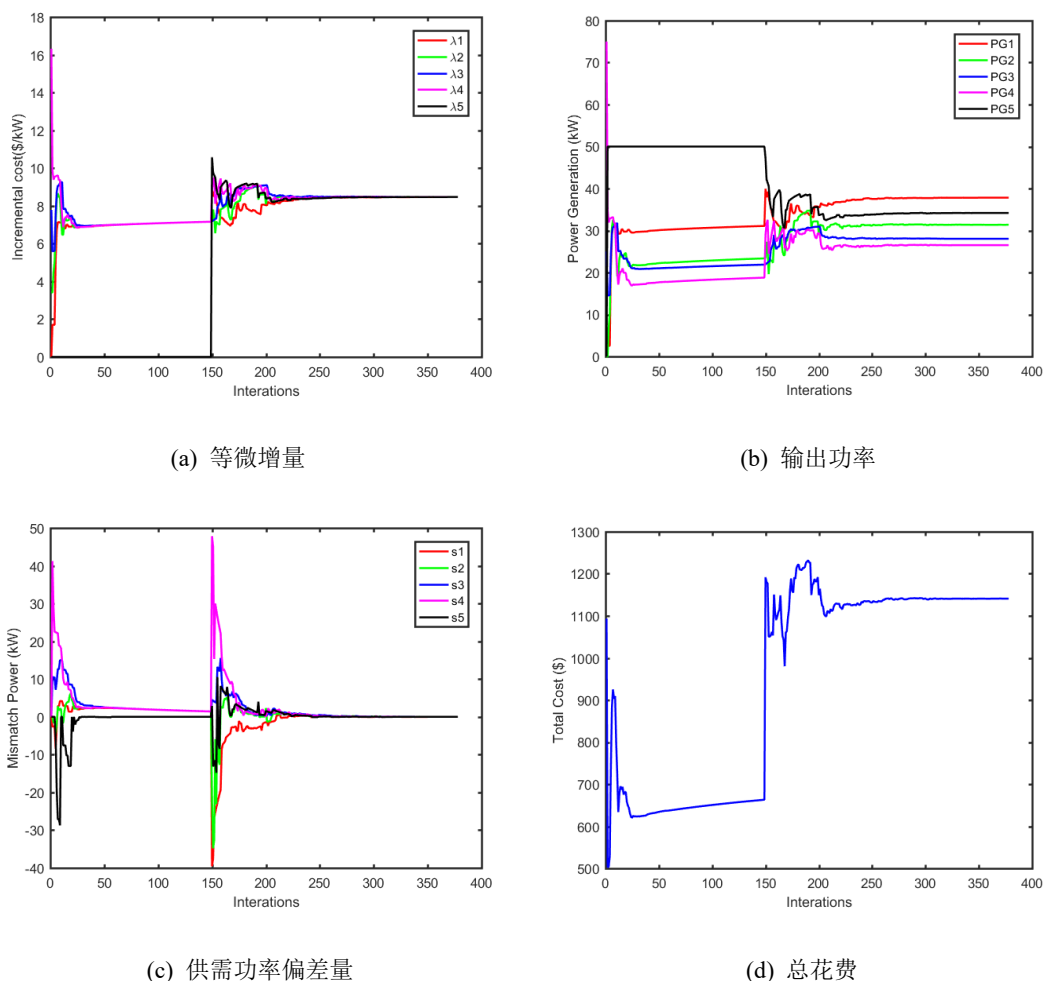


图 4-4 即插即用测试结果

4.4.4 案例 4：算法在 IEEE 33-Bus 测试系统

为了测试算法对于大规模系统的有效性，验证其算法的可扩展性，选择具有 33 个母线节点包含发电单元和负载单元的 IEEE 33-Bus 作为测试系统，其总线测试系统如下图 4-5 所示。包含 10 个发电单元，图中实线表示电力网络，负责动力传输；虚线表示通信网络，发电单元之间进行信息交互。发电单元的参数见上表 4-1 所示。图 4-6 显示了基于广播 Gossip 分布式算法在 IEEE 33-Bus 上的应用，在考虑传输损耗的大规模系统中，其最佳增量成本仍然能够收敛到最优值、每台发电单元也能够一定迭代次数之后趋于稳定、供需功率不匹配值也能够收敛到 0、系统的总花费成本也趋于稳定。最后，测试了基于广播 Gossip 算法在 IEEE 33-Bus 系统上的收敛速度，如下图 4-7 所示。

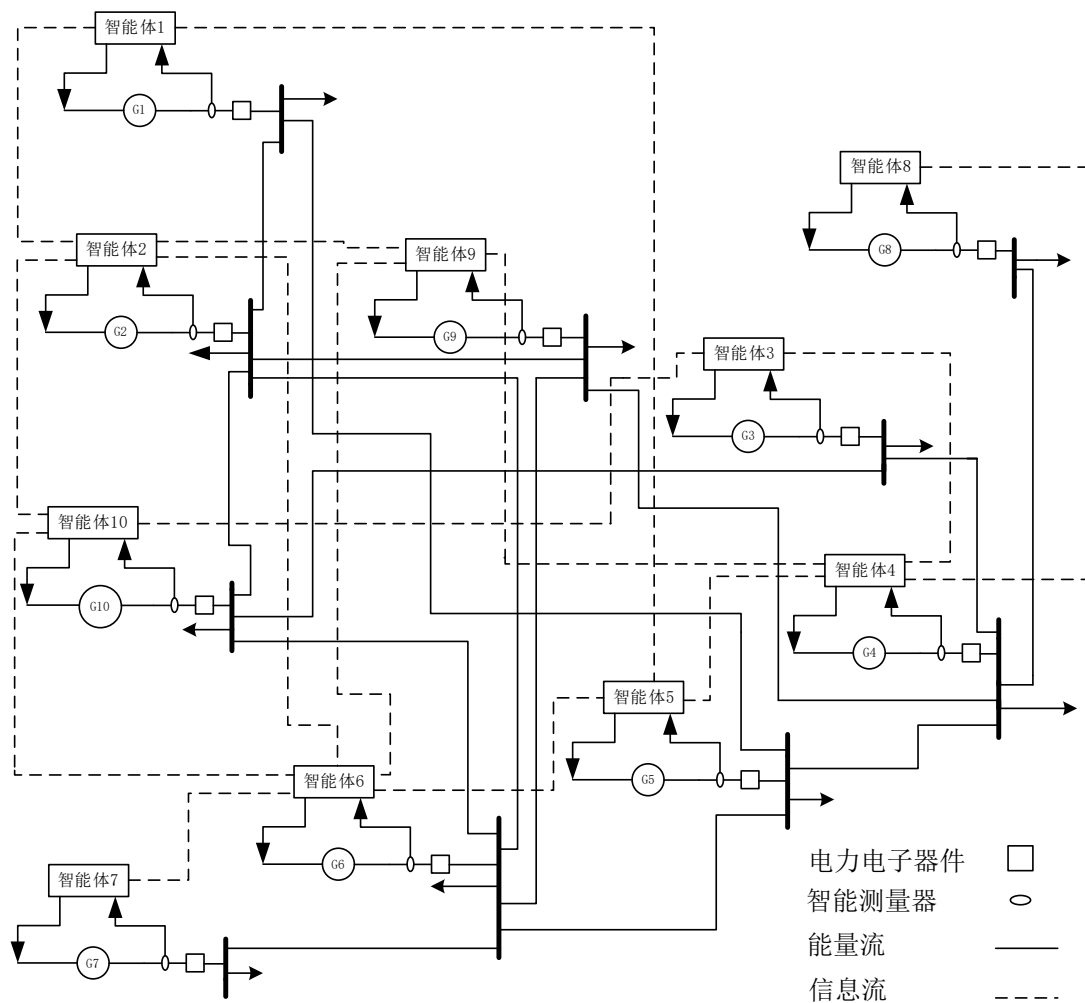
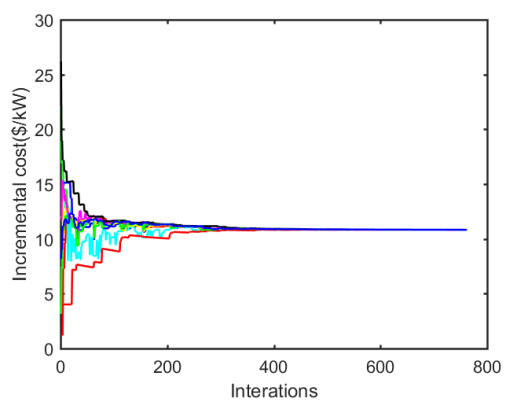
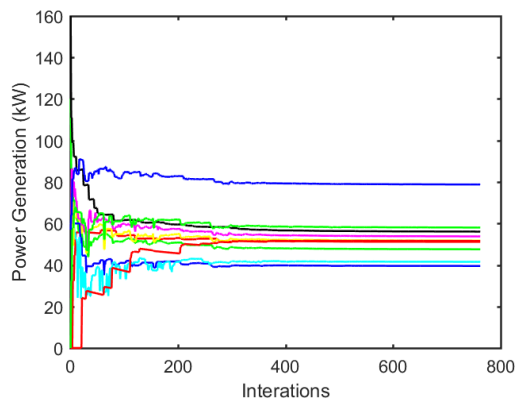


图 4-5 IEEE 33-Bus 测试系统



(a) 等微增量



(b) 输出功率

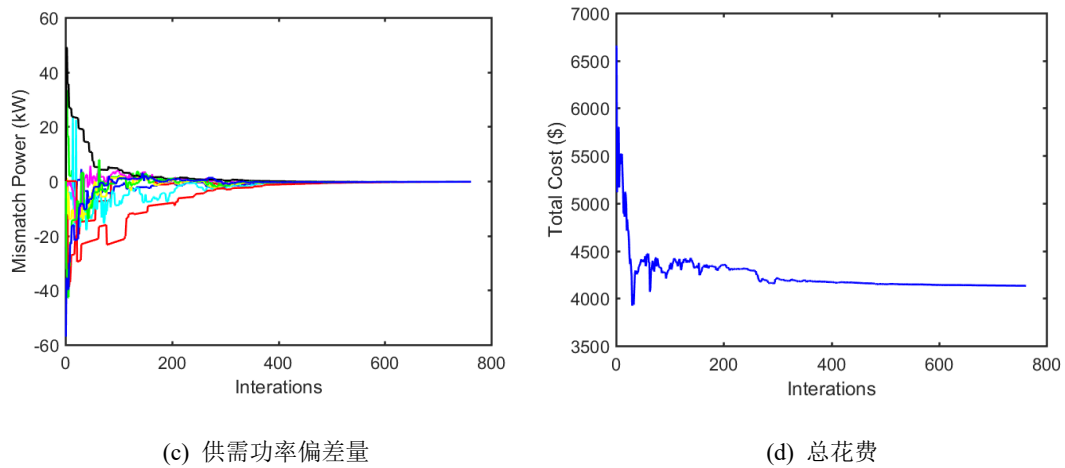


图 4-6 IEEE 33-Bus 上算法应用

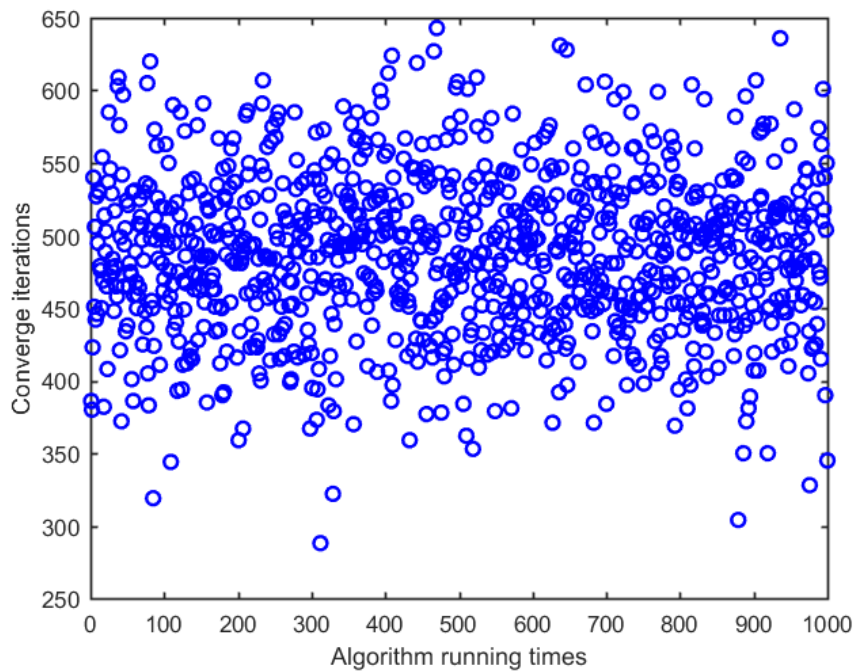


图 4-7 算法在 IEEE 33-Bus 上的收敛速度

在考虑传输损耗的 IEEE 33-Bus 的大规模系统上，设置反馈增益为 $\epsilon = 0.0005$ 。由上图可知，在经过 1000 次的迭代收敛循环中，基于广播 Gossip 的分布式算法主要集中 400 次至 550 次之间就会收敛到稳定状态。可以看出该算法能够在大规模系统中稳定、快速的收敛。

4.5 本章小结

与现有的其他工作不同之处在于，考虑智能电网中存在传输损耗的情况下，在 EDP 中引入非线性约束，本章给出一种基于广播 Gossip 的分布式经济调度算法，通过计算每个发电单元的最优增量成本和需求功率与发电单元的发电功率之间的供需功率偏差差来解决 EDP。算法的收敛性可以通过渐进法和矩阵摄动理论来证明，并通过一些案例来验证算法的有效性、即插即用能力以及在大规模系统中的可扩展性并验证了其在大规模系统中的收敛速度。仿真结果表明，该算法能够有效地适应可变通信拓扑下的 EDP。比较考虑是否存在传输损耗的模型，证明了智能电网 EDP 中传输损耗的研究具有现实意义。

第五章 考虑延时网络的基于传统 Gossip 分布式算法研究

5.1 引言

在基于 Gossip 算法的经济调度算法下,控制本地发电机组的多个代理在智能电网中发电与预期需求平衡的情况下,协同最小化总发电成本。由于通信网络中普遍存在通信链路时延,研究时延对调度性能的影响对于智能电网的高效稳定运行具有理论价值和实用价值。在本章中,考虑一个在恒定时间延迟下完善的基于 Gossip 的经济调度协议,通过增广矩阵理论和矩阵扰动理论证明了在有限的常数延迟下总是存在一个足够小的控制增益参数来保证算法的收敛性。进一步,建立了控制增益参数上界的解析表达式,该参数由最大延迟参数、权重矩阵和生成成本函数的参数决定。为了保证最终解决方案的最优性,给出了当邻居发电单元由于时间延迟而没有收到初始状态时的迭代更新规则,并分析了所提出的更新规则下解的最优性。最后,给出仿真案例。

5.2 问题建模

5.2.1 经济调度问题

分布式经济调度主要是通过分布式方式提高发电效率,即在局部电力约束和发电与需求平衡的前提下,各智能体协同控制下达到最小化总发电成本。由于最优调度中各发电机组的增量成本是相同的,所以通常选择增量成本作为协调变量。因此,考虑在通信延迟条件下的 EDP 表示为:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^N C_i(P_i) \\ s.t. \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N P_{D_i} = P_D \\ \underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \end{cases} \quad (5-1)$$

其中 $C_i(\bullet)$ 代表了每个发电单元的花费函数, P_i 是每个发电单元的输出功率, $\underline{P}_i > 0$ 和 \bar{P}_i 分别为每个发电单元有功功率的下限和上限, P_{D_i} 和 P_D 分别是每个发电机的需求功率和总需求功率。对于 $C_i(\bullet)$ 在传统上可以看作成一个二次函数:

$$C_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \quad (5-2)$$

其中 a_i , b_i 和 c_i 是花费函数系数。同第四章, 定义拉格朗日函数为:

$$\mathcal{L}(\lambda, P_i) = \sum_{i=1}^N C_i(P_i) + \lambda \left(\sum_{i=1}^N P_i - P_D \right) \quad (5-3)$$

其中 $\lambda \geq 0$ 代表了最优增量成本作为拉格朗日乘子。根据拉格朗日乘子法, 当每个发电机都等于增量成本 λ^* 时, 即对花费函数 $C_i(P_i)$ 关于 P_i 求导得到最优增量成本 λ^* 为:

$$\lambda^* = 2a_i P_i^* + b_i \quad (5-4)$$

因此, 所产出的最优输出功率 P_i^* 为:

$$P_i^* = \frac{\lambda^* - b_i}{2a_i} \quad (5-5)$$

同时对于最大、最小增量成本 λ_i^M 和 λ_i^m 分别为:

$$\lambda_i^M = 2a_i \bar{P} + b_i, \quad \lambda_i^m = 2a_i \underline{P}_i + b_i. \quad (5-6)$$

对于分布式流言算法下的时间延迟经济调度问题下的初始本地状态以及每个发电单元节点 i 的更新状态设置为如下所示:

i. 每个节点 $m (m \in (i, j))$, 初始化其局部状态:

$$\begin{cases} \lambda_i(0) = 2a_i P_i(0) + b_i \\ P_i(0) = \begin{cases} \underline{P}_i & P_{D_i} \leq \underline{P}_i \\ P_{D_i} & \underline{P}_i \leq P_{D_i} \leq \bar{P}_i \\ \bar{P}_i & \bar{P}_i \leq P_{D_i} \end{cases} \\ S(0) = 0 \end{cases} \quad (5-7)$$

ii. 每个节点 $m (m \in (i, j))$ 更新它的状态根据:

$$\begin{cases} \lambda_m(k+1) = \frac{1}{2} [\lambda_i(k - \tau_{ij}(k)) + \lambda_j(k - \tau_{ij}(k))] + \varepsilon S_m(k - \tau_{ij}(k)) \\ P_m(k+1) = \frac{\lambda_m(k+1) - b_m}{2a_m} \\ S_m(k+1) = \frac{1}{2} [S_i(k - \tau_{ij}(k)) + S_j(k - \tau_{ij}(k))] - [P_m(k+1) - P_m(k)] \end{cases} \quad (5-8)$$

iii. 对于其余节点 $l (l \in \mathcal{V} \setminus (i, j))$ 更新它的状态根据:

$$\begin{cases} \lambda_l(k+1) = \lambda_l(k) \\ P_l(k+1) = \frac{\lambda_l(k+1) - b_l}{2a_l} \\ S_l(k+1) = S_l(k) \end{cases} \quad (5-9)$$

将局部失配功率 S_i 添加到 λ_i 中, 可以调整 λ_i 并确保每个 λ_i 在没有发电单元约束的条件下收敛到为最优成本, 为了后面分析的方便, 将上述式子(5-8)和(5-9)结合起来改写成以下矩阵形式:

$$\begin{cases} \lambda(k+1) = (I - A_{ij})\lambda(k - \tau_{ij}(k)) + \varepsilon D_{ij}S(k) \\ P(k+1) = C\lambda(k+1) - b \\ S(k+1) = (I - A_{ij})S(k - \tau_{ij}(k)) - [P(k+1) - P(k)] \end{cases} \quad (5-10)$$

其中 $\lambda(k) = [\lambda_1(k), \dots, \lambda_N(k)]^T$, $P(k) = [P_1(k), \dots, P_N(k)]^T$ 和 $S(k) = [S_1(k), \dots, S_N(k)]^T$, $A_{ij} = 1/2(e_i - e_j)(e_i - e_j)^T$, $D_{ij} = e_i e_i^T + e_j e_j^T$, $C = \text{diag}[1/(2a_1), \dots, 1/(2a_N)]$, $b = [b_1/(2a_1), \dots, b_N/(2a_N)]^T$, $\tau_{ij}(k)$ 代表每个发电单元节点之间通信链路的时间延迟系数。如果 $\tau_{ij}(k) = 0$, $\forall (i, j) \in \mathcal{E}$, 则上述问题(5-1)将转变成普通的分布式 Gossip 经济调度算法研究。

5.2.2 增广图理论

在本小节中, 通过添加一些“虚拟”节点来利用增广图方法处理通信延迟。假设初始图中有多个发电单元的节点, 最大延迟记为 $\bar{\tau}$, 则每个初始发电单元的节点需要引入的最大虚拟节点以 $\bar{\tau}$ 为界。如下图 5-1 所示的一个使用虚拟节点前后对比图。图 5-1 (a) 是初始图, 其中节点 1 到节点 2 的时间延迟为 $\tau_{12} = 2$, 节点 2 到节点 1 的时间延迟为 $\tau_{21} = 1$ 。我们在边 \mathcal{E}_{12} 上增加两个虚拟节点和在边 \mathcal{E}_{21} 上增加一个虚拟节点, 则虚拟节点的增广图如下图 5-1 (b) 所示, 可以视为无时延图。

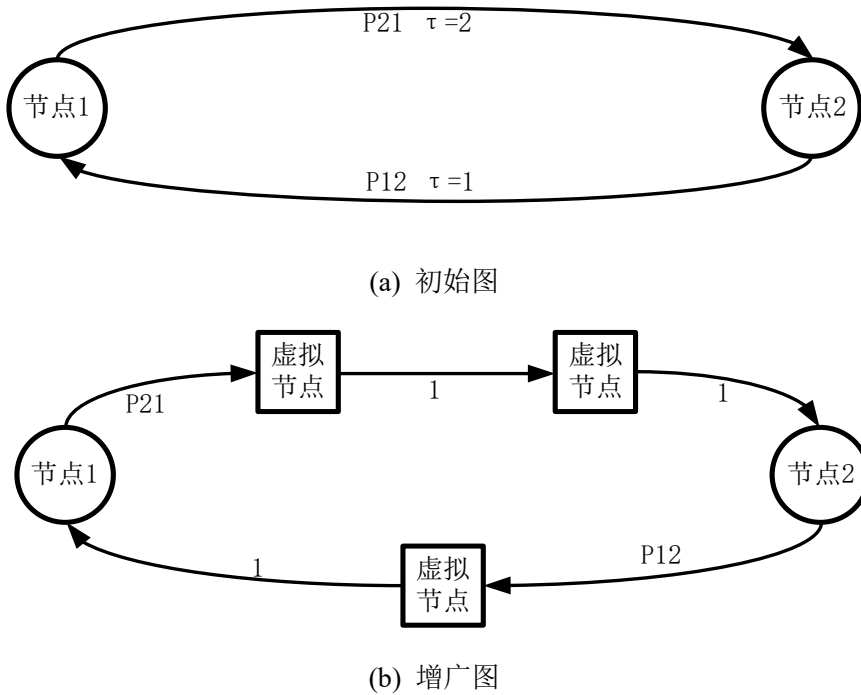


图 5-1 使用虚拟节点前后对比图

5.2.3 延迟建模

假设在时间步长 k 从节点 \mathcal{V}_i 到节点 \mathcal{V}_j 的链路上的传输经历了一个先验未知的延迟 $\tau_{ji}[k]$ ，其中 $\tau_{ji}[k]$ 是一个整数且满足 $0 \leq \tau_{ji}[k] \leq \bar{\tau}_{ji} < \infty$ ，即时间延迟是有界的，最大通信延迟时间设置为 $\bar{\tau} = \max_{(\mathcal{V}_i, \mathcal{V}_j) \in \mathcal{E}} \bar{\tau}_{ji}$ 。同样也假设在任何时间 k 中 $\tau_{ji}[k] = 0, \forall \mathcal{V}_j \in \mathcal{V}$ ，即发电单元节点自己的信息始终可用并且没有延迟。在此模型下，发电单元节点 \mathcal{V}_j 的有用信息通过在时间步长 k 下，以线性方式收集自身的信息 $x_j[k]$ 及其权重和其邻居在时间步长 k 接收到可能延迟的信息，在时间步长 k 更新其信息状态至 $x_j[k+1]$ 。

5.3 基于 Gossip 分布式求解算法

在本小节中，将基于 Gossip 分布式算法来求解经济调度问题，并给出其算法有效性、控制增益上限以及最优性理论和证明。

5.3.1 算法有效性

首先，考虑所有的发电单元都是在无界条件下，即所有的 $P_i, \forall i \in \mathcal{V}$ 都没有达到上界或者下界。假设在所有时滞系数中最大的时滞为 $\tau_M = \max_{(i,j) \in \mathcal{E}} \{\tau_{ij}\}$ ，基于式子(5-10)和文献[80]，对于 $k > \tau_M$ ，存在：

$$\begin{aligned} \lambda(k+1) &= W_0 \lambda(k) + W_1 \lambda(k-1) \\ &\quad + \dots + W_{\tau_M} \lambda(k - \tau_M) + \varepsilon DS(k) \\ \lambda(k) &= \lambda(k) \\ &\quad \dots \\ \lambda(k - \tau_M + 1) &= \lambda(k - \tau_M + 1) \end{aligned} \quad (5-11)$$

同理可得关于功率失匹配值 $S(k)$ 的关系式为：

$$\begin{aligned} S(k+1) &= W_0 S(k) + W_1 S(k-1) \\ &\quad + \dots + W_{\tau_M} S(k - \tau_M) - (P(k+1) - P(k)) \\ S(k) &= S(k) \\ &\quad \dots \\ S(k - \tau_M + 1) &= S(k - \tau_M + 1) \end{aligned} \quad (5-12)$$

其中 $W_l, l \in [0, \tau_M]$ 是延迟为 l 时相邻状态的权矩阵，即 $[W_l]_{ij} = W_{ij}, \tau_{ij} = l$ 。定义 $\bar{x}(k) \in \mathbb{R}^{2N(\tau_M+1) \times 1}$ 为状态向量，则 $\bar{x}(k)$ 可表示为：

$$\bar{x}(k+1) = [\lambda(k+1), \dots, \lambda(k-\tau_M+1), S(k+1), \dots, S(k-\tau_M+1)]^T \quad (5-13)$$

则由时滞下增广系统中式子(5-11)和(5-12)得到:

$$\bar{x}(k+1) = \Gamma \bar{x}(k) \quad (5-14)$$

其中矩阵 $\Gamma \in \mathbb{R}^{2N(\tau_M+1) \times 2N(\tau_M+1)}$, 可以写成以下块矩阵形式:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

其中 Γ_{11} 、 Γ_{12} 、 Γ_{21} 、 $\Gamma_{22} \in \mathbb{R}^{M \times M}$, $M \in N(\tau_M+1)$ 表示为:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= \begin{bmatrix} W_0 & W_1 & \cdots & W_{\tau_M} \\ I & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix} & \Gamma_{12} &= \begin{bmatrix} \varepsilon D & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\ \Gamma_{21} &= \begin{bmatrix} B(I-W_0) & B(-W_1) & \cdots & B(-W_{\tau_M}) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} & & \\ \Gamma_{22} &= \begin{bmatrix} W_0 - \varepsilon B D & W_1 & \cdots & W_{\tau_M} \\ I & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-16)$$

其中 $B \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是对角矩阵, 即 $\text{diag}(B) = C_i$ 。因此关于矩阵 Γ 表示为:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0^{M \times M} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0^{M \times M} & \varepsilon \tilde{D} \\ 0^{M \times M} & \varepsilon \tilde{B} \tilde{D} \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

其中 Γ_{22}^* 、 \tilde{D} 、 $\tilde{B} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示为:

$$\begin{aligned} \Gamma_{22}^* &= \begin{bmatrix} W_0 & W_1 & \cdots & W_{\tau_M} \\ I & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{D} &= \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \tilde{B} &= \begin{bmatrix} B & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-18)$$

定义

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0^{M \times M} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22}^* \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0^{M \times M} & \tilde{D} \\ 0^{M \times M} & -\tilde{B} \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

由上述式子(5-16)、(5-17)、(5-18)以及(5-19)可以获得矩阵 Γ 关于 ε 的扰动矩阵形式, 即 $\Gamma = \Gamma_0 + \varepsilon H$ 。

假设 5.1 对于序列 $\{W(k)\}$ 中矩阵是独立且同分布的, 在基于 Gossip 分布式算法中被激活边的概率 p_{ij} 可表示为:

$$P(W(k)) = p_{ij} = \frac{1}{N} \quad (5-20)$$

假设 5.2 在各通信链路上延时 $\tau_{ij}(k)$ 是常数且是有限的, 但各时滞之间可能存在差异, 即 $\tau_{ij}(k) = \tau_{ij} \geq 0$, $\tau_{ij} < \infty$, $i \neq j \quad \forall (i, j) \in \mathcal{E}$ 。

定理 5.1 假设智能电网中通信拓扑是强连接的, 并且 $\tau_{ij} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{E}$ 是常数和存在一个足够小的 $\varepsilon_M(\tau_{ij}) > 0$, 那么存在 $0 < \varepsilon < \varepsilon_M(\tau_{ij})$ 使得下列等式成立:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \bar{x}(k) = [\bar{\lambda}^T, 0^{1 \times M}]^T, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} S(k) = 0. \quad (5-21)$$

其中 $\bar{\lambda} = [\lambda^*, \dots, \lambda^*]^T \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 。

证明 由上述式子(5-16)可知, 矩阵 Γ_{11} 是一个对角上有一些正元素的行随机矩阵, 相关的拓扑是强连通的。同时, 矩阵 Γ_{11} 存在 $1 = u_1(\Gamma_{11}) \geq |u_2(\Gamma_{11})| \geq \dots \geq |u_N(\Gamma_{11})|$ 的关系式, 其中 $u(\bullet)$ 表示为矩阵的特征值。通过式子(5-19)可知, 矩阵 Γ_0 是一个块状下三角矩阵, 则 Γ_0 的特征值是矩阵 Γ_{11} 和 Γ_{22}^* 特征值的并集。

引理 5.1 假设存在向量 Ψ 和 Φ 分别为矩阵 Γ_{11} 的特征值为 1 时所对应的左右特征向量, 且满足 $\Psi^T \mathbf{1}_N = \mathbf{1}$ 、 $\mathbf{1}_N^T \Phi = \mathbf{1}$ 关系式, 则存在:

$$\Psi^T \Gamma_{11} = \Psi^T, \quad \Gamma_{11} \Phi = \Phi \quad (5-22)$$

假设 5.3 矩阵 Γ_{22}^* 是不可约矩阵, $Z = [Z_1; \dots; Z_{\tau_M+1}]$ 和 1 是矩阵 Γ_{22}^* 的特征值, 其中 $Z_i \quad \forall i \in \{1, \dots, \tau_M+1\}$ 是一个 N 维向量。

定义 $\Gamma_{22}^* Z = Z$, 得到:

$$\begin{bmatrix} W_0 & W_1 & \cdots & W_{\tau_M} \\ I & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_{\tau_M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_{\tau_M+1} \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

因此, 通过式子(5-23)获得以下线性等式:

$$\begin{cases} W_0 Z_1 + \dots + W_{\tau_M} Z_{\tau_M+1} = Z_1 \\ Z_1 = Z_2 \\ \dots \\ Z_{\tau_M} = Z_{\tau_M+1} \end{cases} \quad (5-24)$$

由上述式子(5-24)可推断出 $W_0 Z_1 + \dots + W_{\tau_M} Z_1 = Z_1$ ，因此 $WZ_1 = Z_1$ ，即可以知道 Z_1 是矩阵 W 对应特征值为 1 的右特征向量。

定义 $y^T = [y_1^T, \dots, y_{\tau_M+1}^T]$ 为矩阵 Γ_{22}^* 特征值为 1 的左特征向量，那么可以得到关系式 $y^T \Gamma_{22}^* = y^T$ ，即：

$$y^T \begin{bmatrix} W_0 & W_1 & \dots & W_{\tau_M} \\ I & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix} = y^T \quad (5-25)$$

通过式子(5-25)获得以下线性等式：

$$\begin{cases} y_1^T W_0 + y_2^T = y_1^T \\ y_1^T W_1 + y_3^T = y_2^T \\ \dots \\ y_1^T W_{\tau_M} = y_{\tau_M+1}^T \end{cases} \quad (5-26)$$

则由式子(5-26)知晓：

$$y_1^T W_0 + \dots + y_1^T W_{\tau_M} = y_1^T \quad (5-27)$$

因此，由上述式子(5-27)可以知晓 y_1^T 是矩阵 W 特征值为 1 的左特征向量，则矩阵 Γ_0 有两个为 1 的特征值。定义两个特征值满足 $\chi_1 = \chi_2 = 1$ ，则其余特征值都位于单位圆内。故定义向量 μ_1 、 μ_2 、 ν_1^T 、 ν_2^T 为矩阵 Γ_0 的左右特征向量，得到：

$$\Pi = [\mu_1, \mu_2] = \begin{bmatrix} 0 & \Phi \\ \theta Z & -\zeta Z \end{bmatrix}, \quad K^T = \begin{bmatrix} \nu_1^T \\ \nu_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T \tilde{B} & y^T \\ \Psi^T & 0^T \end{bmatrix} \quad (5-28)$$

其中 $\zeta = [(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{B}_{ij}) / (y^T Z)]$ 和 $\theta = (1 / y^T Z)$ 。容易证明得到 $K^T \Pi = I$ ，当 ε 足够

小的时候，可以通过 $K^T H \Pi$ 特征值来验证 χ_1 、 χ_2 的变化，因此可得到：

$$K^T H \Pi = \begin{bmatrix} (\Phi^T \tilde{B} \tilde{D} - y^T \tilde{B} \tilde{D}) \theta Z & -(\Phi^T \tilde{B} \tilde{D} - y^T \tilde{B} \tilde{D}) \zeta Z \\ \theta \Psi^T \tilde{D} Z & -\zeta \Psi^T \tilde{D} Z \end{bmatrix} \quad (5-29)$$

由参考文献[81]可知， $(\Phi^T \tilde{B} - y^T \tilde{B}) \theta Z$ 和 $-(\Phi^T \tilde{B} - y^T \tilde{B}) \zeta Z$ 都为 0，因此上述式子(5-29)可以简化为：

$$K^T H \Pi = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \theta \Psi^T \tilde{D} Z & -\zeta \Psi^T \tilde{D} Z \end{bmatrix} \quad (5-30)$$

由上述式子(5-30)可以得到, $K^T H \Pi$ 矩阵的特征值为 0 和 $-\zeta \Psi^T \tilde{D} Z$; 由此可以推断出 $(d \chi_1 / d\varepsilon) = 0$ 和 $(d \chi_2 / d\varepsilon) = -\zeta \Psi^T \tilde{D} Z < 0$ 。因此, 当 $\varepsilon > 0$ 时, 在 εH 扰动下的特征值 χ_1 保持不变, χ_2 变小, 则存在一个常数 η , 当 $0 < \varepsilon < \eta$ 成立时, 使得 $|\chi_2(\varepsilon)| < 1$ 。由第三章中引理 4.1 可知, 存在 η_i 满足 $|\chi_i(\varepsilon)| < 1, i = 3, \dots, 2M$ 成立。因此, 当选择 $\varepsilon < \min[\eta_i], i = 2, \dots, 2M$ 时, 对应的系统矩阵 Γ 有一个简单的特征值 1, 且剩余特征值都位于单位圆内, 得到 $\bar{x}(k) = [\bar{\lambda}^T, 0^{1 \times M}]^T$ 为特征值 1 时所对应的特征向量, 则在 $\varepsilon_M(\tau_{ij}) = \min[\eta_i]$ 下, 可以证明定理 5.1 成立。

证毕

由于 $\varepsilon_M(\tau_{ij})$ 的表达式难以得到, 控制增益 ε 的上界如何随时滞变化成一个具有挑战性的问题。如果在初始选择的时间延迟系数 τ_M 很大, 则时滞下的增广系统(5-14)在初始选择控制增益 ε 下可能不会收敛。因此研究控制增益 ε 的上界表达式 $\varepsilon_M(\tau_{ij})$ 显得尤为重要。

5.3.2 控制增益上界

为了保障时滞下增广系统(5-14)的收敛性, 研究控制增益参数 ε 的上界显示形式。定义 $\sigma(\Gamma_0)$ 和 $\sigma(\Gamma)$ 分别为矩阵 $\Gamma = \Gamma_0 + \varepsilon H$ 和 Γ_0 的特征值集合: $\sigma(\Gamma_0) = \{\chi_1, \dots, \chi_{2M}\}$ 、 $\sigma(\Gamma) = \{\chi_1(\varepsilon), \dots, \chi_{2M}(\varepsilon)\}$ 。通过引理 4.1 和上述相关证明可知, 存在 $\chi_1 = \chi_2 > \dots > \chi_{2M}$ 和 $1 = \chi_1(\varepsilon) > \chi_2(\varepsilon) \geq \dots \geq \chi_{2M}(\varepsilon)$ 。基于参考文献[82]可知矩阵 Γ 和 Γ_0 的最优距离为:

$$d(\sigma(\Gamma), \sigma(\Gamma_0)) = \min_{j \in [1, 2M]} \max_{i \in [1, 2M]} |\chi_i - \chi_j(\varepsilon)| \quad (5-31)$$

引理 5.2 $d(\sigma(\Gamma), \sigma(\Gamma_0))$ 的上界定义为:

$$d(\sigma(\Gamma), \sigma(\Gamma_0)) \leq 4(\|\Gamma_0\|_\infty + \|\Gamma\|_\infty)^{1-\frac{1}{2M}} \|\varepsilon H\|_\infty^{\frac{1}{2M}} \quad (5-32)$$

基于引理 5.2 和参考文献[83]可以得到时滞下增广系统(5-14)收敛时的控制增益的上界表达式。

定理 5.2 假设智能电网中通信拓扑 \mathcal{G} 是强连接的且 $\tau_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$, 当 $0 < \varepsilon < \varepsilon_M(\tau_{ij})$, 则系统状态(5-14)将收敛到 $\bar{x}(k) = [\bar{\lambda}^T, 0^{1 \times M}]^T$ 。其中

$$\varepsilon_M(\tau_{ij}) = \frac{1}{N} \frac{1}{b_{\max} - 1} \frac{1}{(8b_{\max} + 12N + 1)^{2M}} (1 - |\chi_3|)^{2M}, \quad (5-33)$$

$$b_{\max} = \max_{i \in V} \{B_{ii}\}$$

证明 根据上述式子(5-16)和(5-18), 可以分别得到矩阵 Γ 、 Γ_0 、 H 的无穷范数为:

$$\begin{aligned}\|\Gamma\|_{\infty} &= \max_{i \in \{1, N\}} \{1, |1 + W_{ii} + B_{ii}(1 - W_{ii})|, \left|1 - B_{ii} \sum_{j=1}^N W_{ji}\right|, \\ &\quad \left|1 + W_{ii} + \varepsilon - \varepsilon B_{ii} \sum_{j=1}^N D_{ji}\right|, \left|\sum_{j=1}^N W_{ji}\right|\} \\ \|\Gamma_0\|_{\infty} &= \max_{i \in \{1, N\}} \{1, |1 + W_{ii} + B_{ii}(1 - W_{ii})|, \left|1 - B_{ii} \sum_{j=1}^N W_{ji}\right|, \\ &\quad |1 + W_{ii}|, \left|\sum_{j=1}^N W_{ji}\right|\} \\ \|H\|_{\infty} &= \max_{i \in \{1, N\}} \left\{\left|\sum_{j=1}^N D_{ji}(1 - B_{ii})\right|\right\}\end{aligned}\quad (5-34)$$

通常定义智能电网 EDP 模型中的参数 $B_{ii} > 1$ 。则根据式子(5-34)可知晓:
 $\|\Gamma\|_{\infty} < 1 + B_{\max}$ 。同理可得, $\|\Gamma_0\|_{\infty} < 1 + B_{\max}$, $\|H\|_{\infty} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{ij}(B_{\max} - 1) < 4B_{\max}$,
 其中 $B_{\max} = \max_{i \in \{1, N\}} \{B_{ii}\}$, $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{ij} < N$ 。根据引理 5.2 可知以下不等式成立:

$$\begin{aligned}d(\sigma(\Gamma), \sigma(\Gamma_0)) &\leq 4(\|\Gamma_0\|_{\infty} + \|\Gamma\|_{\infty})^{1-\frac{1}{2M}} \|\varepsilon H\|_{\infty}^{\frac{1}{2M}} \\ &\leq 4(\|\Gamma_0\|_{\infty} + \|\Gamma_0\|_{\infty} + \|\varepsilon H\|_{\infty})^{1-\frac{1}{2M}} \|\varepsilon H\|_{\infty}^{\frac{1}{2M}} \\ &\leq 4(2\|\Gamma_0\|_{\infty} + \|\varepsilon H\|_{\infty})^{1-\frac{1}{2M}} \|\varepsilon H\|_{\infty}^{\frac{1}{2M}} \\ &< 4N(2 + 2B_{\max} + N\varepsilon B_{\max})^{1-\frac{1}{2M}} (\varepsilon B_{\max})^{\frac{1}{2M}}\end{aligned}\quad (5-35)$$

当 $\varepsilon_M(\tau_{ij})$ 满足式子(5-33)时, 由上述式子(5-35)可知:

$$\begin{aligned}d(\sigma(\Gamma), \sigma(\Gamma_0)) &< 4N(2 + 2B_{\max} + N\varepsilon B_{\max})^{1-\frac{1}{2M}} (\varepsilon B_{\max})^{\frac{1}{2M}} \\ &< 4N(2 + 2B_{\max} + N\varepsilon B_{\max})(\varepsilon B_{\max})^{\frac{1}{2M}} \\ &< 4N(2 + 2B_{\max} + \frac{1}{B_{\max}} \frac{1}{(8B_{\max} + 12N + 1)^{2M}} (1 - |\chi_3|)^{2M}) \\ &\quad B_{\max} \times \left(\frac{1}{B_{\max}} \frac{1}{(8B_{\max} + 12N + 1)^{2M}} (1 - |\chi_3|)^{2M} \right) \\ &< 4N \left(2 + 2B_{\max} + \frac{(1 - |\chi_3|)^{2M}}{(8B_{\max} + 12N + 1)^{2M}} \right) \left(\frac{1 - |\chi_3|}{32B_{\max} + 33} \right) \\ &< 4N(2 + 2B_{\max} + 1) \left(\frac{1 - |\chi_3|}{8B_{\max} + 12N + 1} \right) \\ &< (8B_{\max} + 12N) \left(\frac{1 - |\chi_3|}{8B_{\max} + 12N + 1} \right) \\ &< 1 - |\chi_3|\end{aligned}\quad (5-36)$$

通过上述式子(5-36)可知, 当 $0 < \varepsilon < \varepsilon_M(\tau_{ij})$ 时, 这些特征值 $\chi_3(\varepsilon), \dots, \chi_{2M}(\varepsilon)$ 全部存在单位圆内。根据引理 5.2 可知, $|\chi_2(\varepsilon)|$ 是小于 1 的, 意味着 $0 < \varepsilon < \varepsilon_M(\tau_{ij})$ 成立时, 则时滞下的增广系统(5-14)将收敛。

证毕。

5.3.3 最优性分析

考虑智能电网中每个发电单元之间通信时间延迟不一致的情况, 对于从 $k=1$ 到 $k=\tau_M$ 的迭代过程, 则 $\lambda(k)$ 、 $P(k)$ 、 $S(k)$ 的更新规则:

$$\begin{cases} \lambda(k) = W(k-1)\lambda(k-1) + \varepsilon DS(k) \\ P(k) = C\lambda(k-1) - b \\ S(1) = W_0 S(0) - (P(1) - P(0)) \\ \dots \\ S(\tau_M) = W_0 S(\tau_M - 1) + \dots + W_{\tau_M-1} S(0) \\ \quad - (P(\tau_M) - P(\tau_M - 1)) \end{cases} \quad (5-37)$$

定理 5.3 如果智能电网中通信拓扑 \mathcal{G} 是强连接的且 $0 < \tau_{ij} \leq \tau_M, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$, 则在更新规则(5-37)下, 经济调度问题(5-1)能够达到最优。

证明 将所有的功率失配值 $S(0), \dots, S(m\tau)$ 相加可得到:

$$\begin{aligned} 1^T \sum_{k=0}^{m\tau} S(k) &= 1^T W_d \sum_{k=\tau}^{m\tau-1} S(k) + 1^T W_{\{-d\}} \sum_{k=0}^{(m-1)\tau} S(k) \\ &\quad + 1^T W_d \sum_{k=0}^{(m-1)\tau} S(k) - 1^T (P(m\tau) - P_D) \end{aligned} \quad (5-38)$$

其中 W_d 为对角矩阵且 $[W_d]_{ii} = W_{ii}$, $\forall i \in V$, $W_{\{-d\}} = W - W_d$, 存在:

$$1^T \sum_{k=(m-1)\tau+1}^{m\tau} S(k) = 1^T W_d \sum_{k=(m-1)\tau}^{m\tau-1} S(k) - 1^T (P(m\tau) - P_D) \quad (5-39)$$

取上述式子(5-39)两边的极限可得到:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} 1^T \sum_{k=(m-1)\tau+1}^{m\tau} S(k) = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1^T W_d \sum_{k=(m-1)\tau}^{m\tau-1} S(k) - 1^T (W_d) \right) \quad (5-40)$$

对于 $k \in [(m-1)\tau, m\tau]$ 的 $\lambda(k)$ 所有向量的元素求和, 通过参考文献[84]可知, 存在一个足够大的 K , 使得当 $k > K$ 时, 系统将被描述成(5-14)的形式。因此, 定理 5.1 成立并存在 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_i(k) = 0, \forall i \in V$ 等式, 则满足:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (1^T P(m\tau) - 1^T P_D) = 0 \quad (5-41)$$

通过上述式子(5-41)可知, 满足经济调度问题(5-1)中的约束条件, 此外所有发电单元的增量成本将趋于一致, 意味着时滞下的增广状态为最优解, 即可以证明定理 5.3 成立。

证毕。

则处理时滞下增广系统的经济调度算法的运行流程如下所示：

算法 5.1 考虑通信延迟的经济调度算法

初始化：

$$\lambda_i(0), P_i(0), S_i(0), \forall i \in \mathcal{V}$$

$$\tau_{ij}, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$$

输出：

$$\lambda_i^*, P_i^*$$

重复以下步骤：

如果边 $ij, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$ 在 k 时刻被唤醒则执行：

1. 对于迭代次数在 $k \leq \tau_M$ 范围内：

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(k) = W(k-1)\lambda(k-1) + \varepsilon DS(k) \\ P(k) = \frac{\lambda(k-1)}{2a} - b \\ S(1) = W_0 S(0) - (P(1) - P(0)) \\ \dots \\ S(\tau_M) = W_0 S(\tau_M - 1) + \dots + W_{\tau_M - 1} S(0) \\ \quad - (P(\tau_M) - P(\tau_M - 1)) \end{array} \right.$$

2. 对于迭代次数在 $k > \tau_M$ 范围内：

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(k+1) = (I - A_{ij})\lambda(k - \tau_{ij}(k)) + \varepsilon D_{ij} S(k) \\ P(k+1) = \frac{\lambda(k+1)}{2a} - b \\ S(k+1) = (I - A_{ij})S(k - \tau_{ij}(k)) - [P(k+1) - P(k)] \end{array} \right.$$

3. 直至 $|\lambda'_i(k+1) - \lambda'_i(k)| \leq 0.001$ 。

5.4 仿真案例

为了验证在智能电网中时滞通信网络下算法的有效性、即插即用能力以及控制增益 ε 与算法收敛速度之间的影响，本小节给出了相应的仿真案例。具有时间延迟的无向通信拓扑图如下 5-1 所示，以及智能电网中的各个发电单元的参数如下表 5-1 所示。根据分布式 Gossip 算法可知，每条边被激活的概率为 $1/|\mathcal{E}|$ ，选择 Gossip 算法中的控制增益为 $\varepsilon = 0.8$ ，运行并记录该分布式算法符合结束条件 $|\lambda_i - \lambda^*| \leq 0.001$ 时的结果。

表 5-1 发电单元参数

单元	a_i (¥/kWh ²)	b_i (¥/kWh)	c_i (¥/h)	P_{\min} (kW)	P_{\max} (kW)
DG1	0.094	1.22	51	0	80
DG2	0.078	3.41	31	0	80
DG3	0.105	2.53	78	0	100
DG4	0.082	4.02	42	0	80
DG5	0.074	3.17	62	0	20
DG6	0.069	1.22	51	0	80
DG7	0.074	6.41	31	0	100
DG8	0.066	2.53	78	0	80
DG9	0.066	4.02	42	0	50
DG10	0.061	3.17	62	0	80

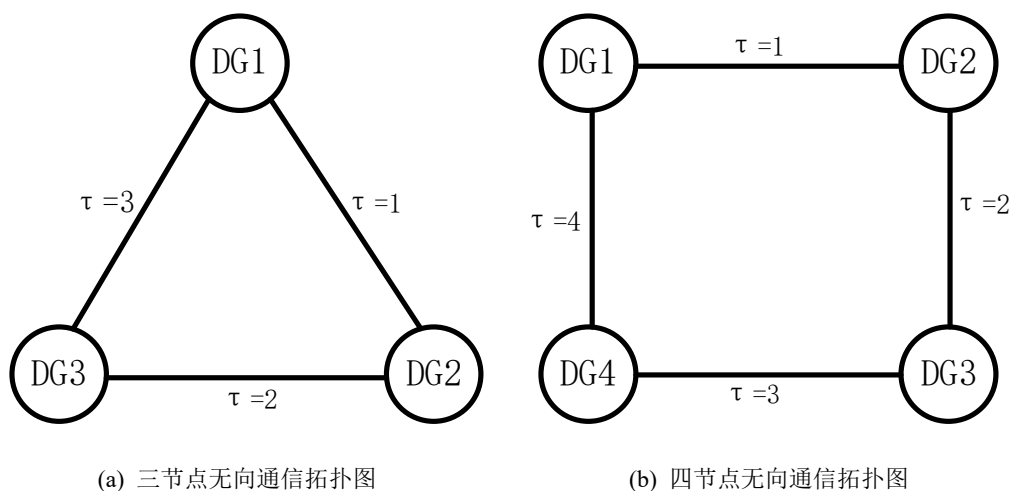


图 5-1 具有时滞的无向通信拓扑图

5.4.1 案例 1：时滞下算法的有效性

此案例显示了智能电网在具有时滞通信网络下算法的有效性，如下图 5-2 所示。根据上述初始值选取准则，初始值分别设置为： $P(0)=[30 \ 20 \ 25]^T$ 、 $S(0)=[0 \ 0 \ 0]^T$ 、 $\lambda(0)=[6.86 \ 6.53 \ 7.78]^T$ 。首先考虑如图 5-1 (a)所示具有三节点的时延通信拓扑图，则发电单元被激活的概率为 $1/3$ 。根据图 5-2 (a)可知，在大约经过 60 次迭代之后，算法的最佳增量成本逐渐收敛至 $\lambda^* = 8.798 \text{ \$ / kW}$ 。由图 5-2 (b)可知，每个发电单元的最佳输出功率分别为 $P_1^* = 27.34 \text{ kW}$ 、 $P_2^* = 22.35 \text{ kW}$ 、 $P_3^* = 30.27 \text{ kW}$ 。每台发电单元供需功率偏差量渐进收敛至 0。图 5-2 (d)表示发电机发电功率的总花费成本达到 551.6 \$。

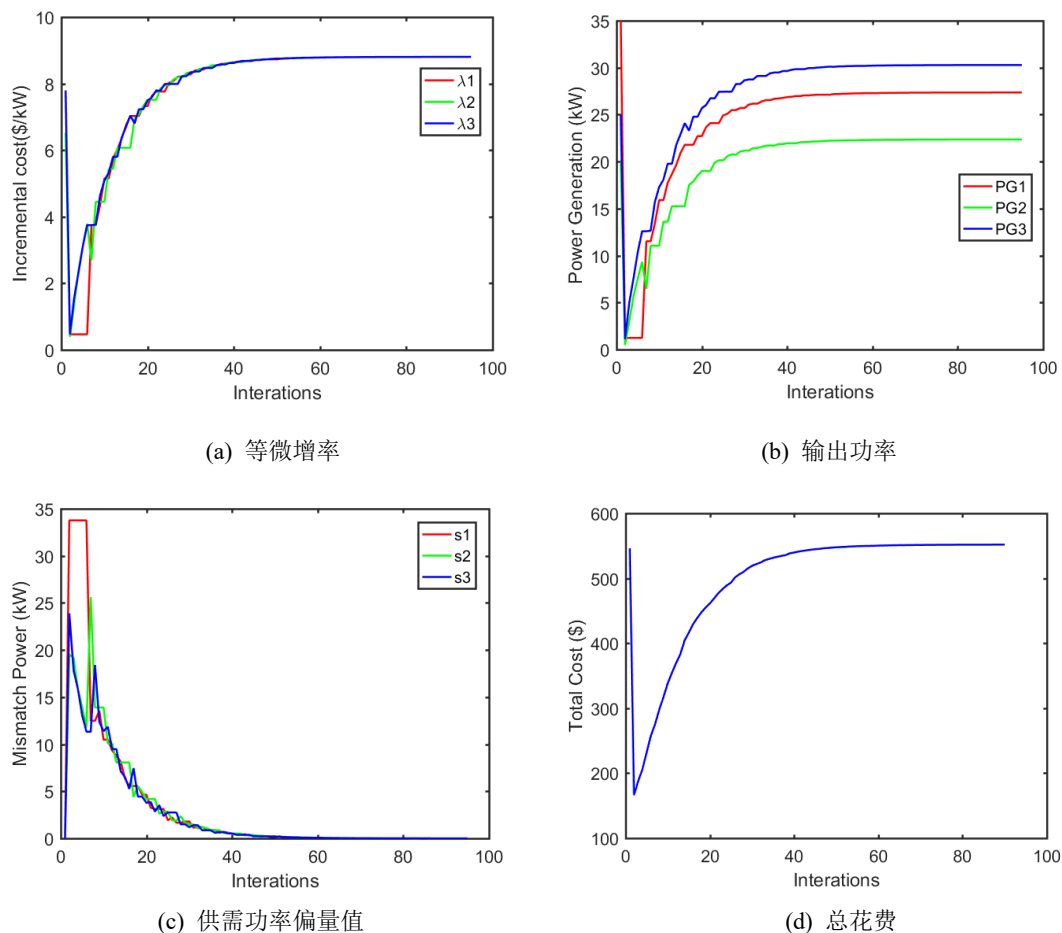


图 5-2 时滞网络下算法的有效性结果

5.4.2 案例 2：即插即用能力

假设在算法运行 80 次迭代之后，在智能电网的通信拓扑中加入一个新的发电单元。新的发电单元的参数如上表 5-1 所示，其新的通信网络拓扑图见上图 5-1 (b)所示。则新的初始值为 $P(0)=[30 \ 20 \ 25 \ 30]^T$ 、 $S(0)=[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 、 $\lambda(0)=[6.86 \ 6.53 \ 7.78 \ 8.94]^T$ 。根据图 5-3 (a)可知，在加入新的发电单元后，大约在 150 次迭代之后，算法的最佳增量成本由 $\lambda^*=8.798 \text{ \$/kW}$ 逐渐收敛至 $\lambda^*=9.354 \text{ \$/kW}$ 。由图 5-3 (b)可知，每台发电单元的最佳输出功率分别为 $P_1^*=29.09 \text{ kW}$ 、 $P_2^*=23.79 \text{ kW}$ 、 $P_3^*=32.21 \text{ kW}$ 、 $P_4^*=24.91 \text{ kW}$ 。每台发电单元供需功率偏差量收敛至 0。图 5-3(d)表示发电机发电功率的总花费成本由 551.6\$ 上升至 783.8\$。则图 5-3 表示分布式 Gossip 算法能够在时滞条件下能够有效的在较小的振动后再次逐渐收敛，体现了分布式 Gossip 算法应对时滞通信网络的即插即用能力。

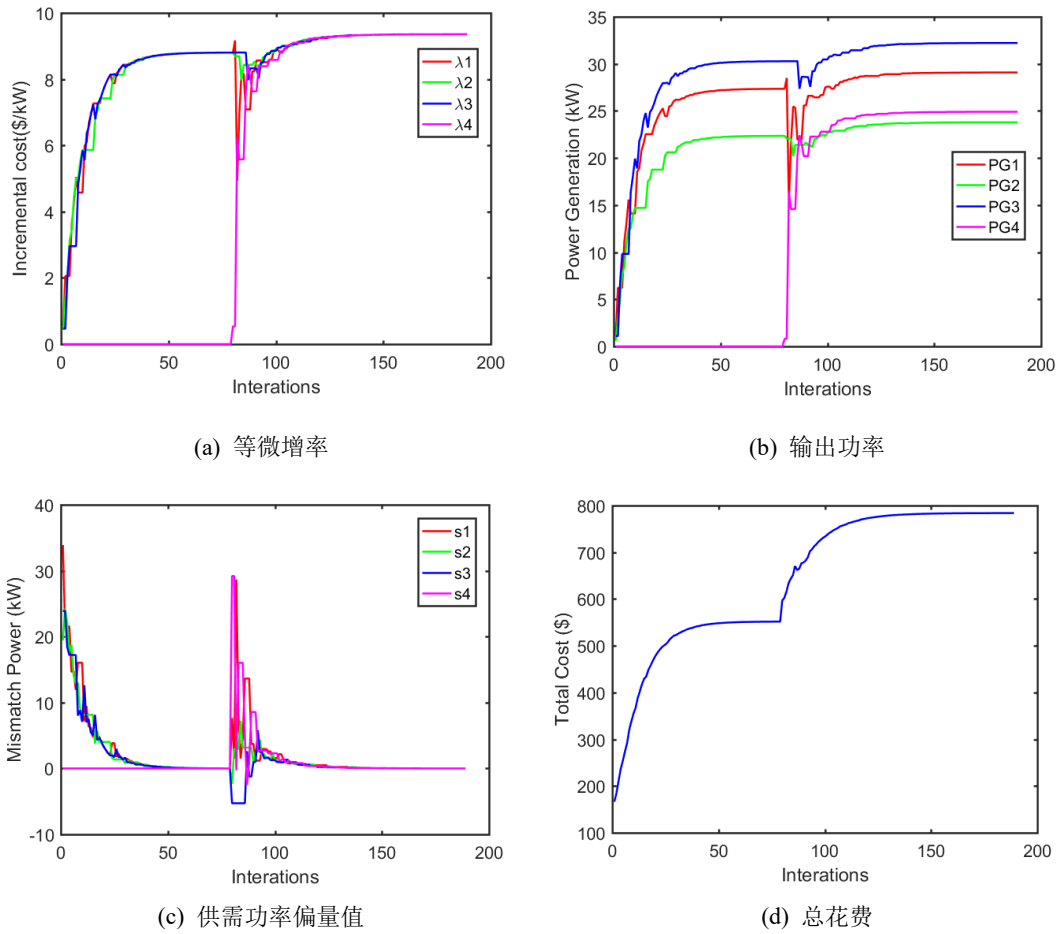
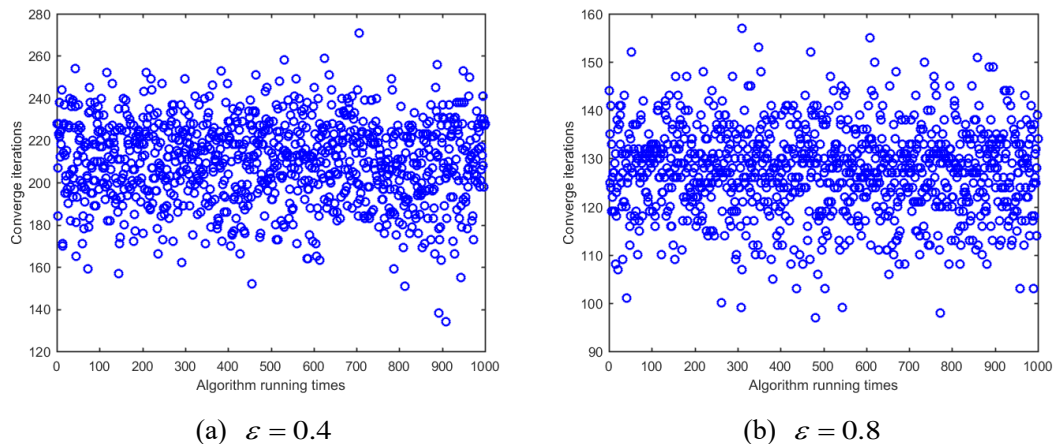


图 5-3 算法在即插即用下的收敛结果

5.4.3 案例 3：控制增益与算法收敛速度

从上面小结可以知晓控制增益 ε 的上界受时间延迟的影响，而控制增益和通信网络拓扑影响着算法的收敛速度，而通信网络图一般事先就设置好的。因此，本仿真案例主要设置几个不同控制增益值来验证，其仿真结果如下图 5-4 所示。结果表明，随着控制增益 ε 的增大，算法的收敛速度先是增大，接着减小。



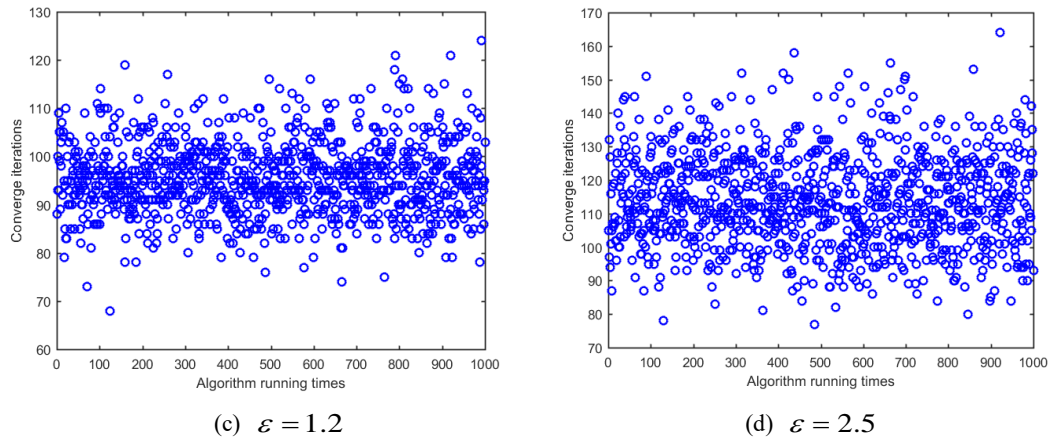


图 5-4 控制增益与算法的收敛速度结果

5.4.4 案例 4：算法在 IEEE 33-Bus 测试系统

为了测试分布式 Gossip 算法对于智能电网存在大规模系统的有效性，验证该算法的可扩展能力，选择了具有 33 个母线节点包含发电单元和负载单元的 IEEE 33-Bus 作为测试系统，其总线测试系统如第四章中图 4-5 所示。包含 10 个发电单元，图中实线表示电力网络，负责动力传输；虚线表示通信网络，发电单元之间进行信息交互。图 5-5 显示了该算法收敛速度的测试结果，在经过 1000 次的迭代收敛循环中，基于 Gossip 的分布式算法主要集中 450 次至 600 次之间就会收敛到稳定状态。可以看出该算法能够在大规模系统中稳定、快速的收敛。

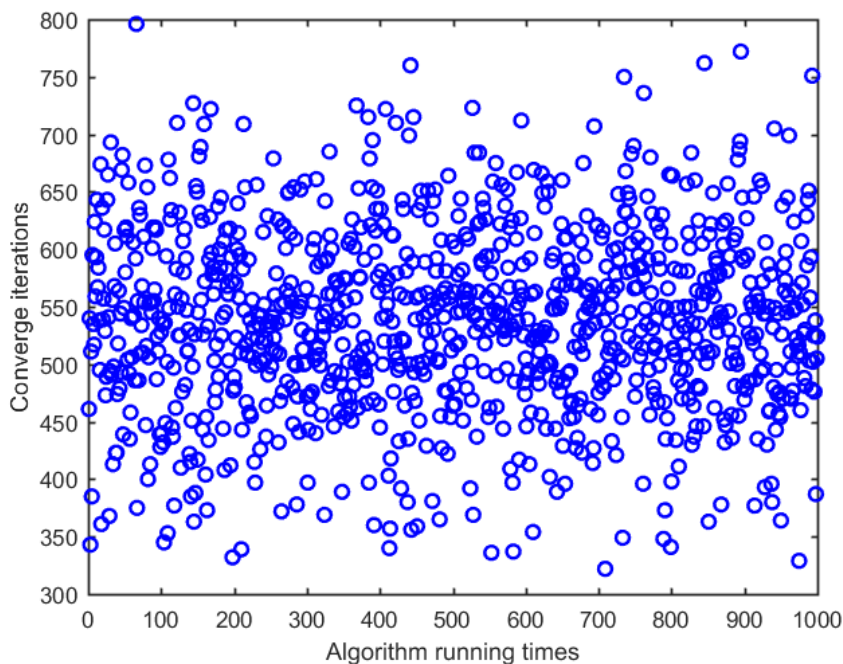


图 5-5 算法在 IEEE 33-Bus 上的收敛速度

5.5 本章小结

本章主要分析了通信延时给智能电网中经济调度问题带来的影响,通过给出一种基于分布式 Gossip 的经济调度算法来消除通信延时带来的问题。为了分析该算法的有效性,通过增广矩阵理论将其转化成时滞下的增广系统,采用矩阵扰动理论证明其算法的有效性。为了研究该算法的收敛速度与控制增益 ε 和时滞参数 τ 之间的影响,证明了控制增益 ε 能够影响算法的收敛速度,并且其上界受时滞参数 τ 的影响。最后,为了更好的突出算法的优势,证明了该算法的最优性,满足经济调度问题中的约束。仿真结果表明,该算法能够很好地实现智能电网中的有效性和即插即用能力以及在大规模系统中应用。

总结与展望

在当前能源极度匮乏以及新能源技术、通信技术、信息处理技术等日益成熟的背景下,各个国家针对智能电网的开发和应用达到了新的台阶。本文以满足供需平衡和满足可调度发电单元的发电能力的同时,最大限度地降低总发电成本为出发点,着重进行智能电网经济调度问题研究。然而,现有大部分研究都是基于集中式和不完全分布式的经济调度算法,通过利用多智能体系统的协同控制能力,已经涌现出一致性、Gossip、广播 Gossip 等分布式算法,实现分布式经济调度的目的。此外,现有的大部分研究都是在理想建模和理想通信条件下,智能电网中存在传输损耗导致经济调度建模问题不够精确以及通信网络中存在通信延迟导致经济调度问题不够完善。基于上述分析,本文针对智能电网中的 EDP,基于多智能体系统协同控制理论,考虑传输损耗和通信延迟的条件,分别提出相应的解决方案。本文的主要贡献如下:

(1) 首先,针对智能电网中存在的传输损耗和通信网络拓扑中存在的通信延迟情况,采用基于一致性的分布式经济调度算法来处理,分析该算法分别在考虑传输损耗和通信延迟的不足之处。接着,针对传输损耗引起功率平衡等式约束的非凸性问题,将其等式约束转化为不等式约束,得到一个新的凸优化问题,证明了新问题与原始问题具有相同的解决方案。最后,分别针对考虑传输损耗和通信延迟,给出了仿真案例。结果表明,考虑传输损耗的分布式一致性经济调度算法虽然能够使最优增量成本、最优输出功率、功率不匹配值以及总成本收敛,但是不符合实际结果;考虑通信延迟的分布式一致性经济调度算法同样能够使上述变量收敛且最优增量成本、最优输出功率和总成本符合实际结果,但是每台发电单元供需功率偏差量无法收敛至 0。为后面采用其它分布式算法作铺垫

(2) 针对第三章中考虑智能电网中存在传输损耗的情况下,给出一种基于广播 Gossip 的分布式经济调度算法,通过计算每个发电单元的最优增量成本和需求功率与发电单元的发电功率之间的供需功率偏差量来解决 EDP。算法的收敛性可以通过渐进法和矩阵摄动理论来证明,并通过一些案例来验证算法的有效性、即插即用能力以及在大规模 IEEE 33-Bus 测试系统中的可扩展性并验证了其在大规模系统中的收敛速度。仿真结果表明,该算法能够有效地处理可变通信拓扑下的 EDP。比较考虑是否存在传输损耗的模型,证明了智能电网 EDP 中传输损耗的研究具有现实意义。

(3) 针对第三章中考虑通信网络中存在通信延迟的情况下,给出一种基于传统 Gossip 的分布式经济调度算法来处理通信延时来的影响。为了分析算法的有效性,通过增广矩阵理论将其转化成时滞下的增广系统,采用矩阵扰动理论证明

其算法的有效性。为了研究算法的收敛速度与控制增益 ε 和时滞参数 τ 之间的影响,证明了控制增益 ε 能够影响算法的收敛速度,并且其上界受时滞参数 τ 的影响。最后,为了更好的突出算法的优势,证明了该算法的最优性,满足经济调度问题中的约束。仿真结果表明,该算法能够很好地实现智能电网中的有效性和即插即用能力以及在大规模 IEEE 33-Bus 测试系统中应用。

本文主要探讨了传输损耗和通信延迟的在智能电网中带来的影响,由于条件限制,以下几个问题值得进一步讨论:

(1) 需求响应考虑不足: 本文的研究只是针对智能电网中可调度的发电单元展开研究。然而,需求响应对于经济调度问题的不可忽视。如何同时考虑发电侧和需求侧的分布式经济调度问题是未来研究重点之一。

(2) 约束问题考虑不足: 本文只是分别考虑了传输损耗和通信延迟带来的影响,但实际应用中两者可能同时存在。如何在经济调度问题模型中同时引入电力传输损耗和网络通信延迟是未来研究重点之一。

(3) 算法和理论的应用: 本文只是将提出的分布式经济调度算法在 Matlab 仿真平台上进行验证,今后如何将其应用在具有实际场景下是未来研究重点之一。

参考文献

- [1] 梅生伟, 龚媛, 刘锋. 三代电网演化模型及模型分析[J]. 中国电机工程学报, 2014, 24(7): 1003-1012.
- [2] Moslehi K and Kumar R. A Reliability Perspective of the Smart Grid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2010, 1(1): 57-64.
- [3] Fang X, S Misra, Xue G, et al. Smart Grid — The New and Improved Power Grid: A Survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2012, 14(4): 944-980.
- [4] 周孝信, 陈树勇, 鲁宗相. 电网和电网技术发展的回顾与展望——试论三代电网[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(22): 1-11+22.
- [5] Farhangi H. The Path of the Smart Grid[J]. IEEE Power and Energy Magazine, 2010, 8(1): 18-28.
- [6] Gungor V C, Sahin D, Kocak T, et al. Smart Grid Technologies: Communication Technologies and Standards[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2011, 7(4): 529-539.
- [7] Katiraei F and Iravani M R. Power Management Strategies for a Microgrid with Multiple Distributed Generation Units[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(4): 1821-1831.
- [8] Zhang Y, Gatsis N and Giannakis G B. Robust Energy Management for Microgrids with High-Penetration Renewables[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2013, 4(4): 944-953.
- [9] Olivares D E, Cañizares C A and Kazerani M. A Centralized Energy Management System for Isolated Microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2014, 5(4): 1864-1875.
- [10] Kumar Nunna H S V S. and Doolla S. Multiagent-Based Distributed-Energy-Resource Management for Intelligent Microgrids[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(4): 1678-1687.
- [11] Li F, Qiao W, Sun H, et al. Smart Transmission Grid: Vision and Framework[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2010, 1(2): 168-177.
- [12] Mollah M. B, Zhao J, Niyato D, et al. Blockchain for Future Smart Grid: A Comprehensive Survey[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(1): 18-43.
- [13] Ghosal A and Conti M. Key Management Systems for Smart Grid Advanced Metering Infrastructure: A Survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019, 21(3): 2831-2848.
- [14] 余贻鑫, 刘艳丽, 秦超. 智能电网基本理念阐释[J]. Engineering, 2015, 1(04): 14-21.

- [15] 张文亮, 刘壮志, 王明俊, 等. 智能电网的研究进展及发展趋势[J]. 电网技术, 2009, 33(13): 1-11.
- [16] 张东霞, 姚良忠, 马文媛. 中外智能电网发展战略[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(31): 1-15.
- [17] 周孝信, 陈树勇, 鲁宗相, 等. 能源转型中我国新一代电力系统的技术特征[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(07): 1893-1904+2205.
- [18] Olfati-Saber R, Fax J A and Murray R M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [19] Li Z, Duan Z, Chen G, et al. Consensus of Multiagent Systems and Synchronization of Complex Networks: A Unified Viewpoint[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2010, 57(1): 213-224.
- [20] Nedic A, Ozdaglar A and Parrilo P A. Constrained Consensus and Optimization in Multi-Agent Networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 2010, 55(4): 922-938.
- [21] Hindi K S , Ghani M R A . Dynamic Economic Dispatch for Large Scale Power Systems: A Lagrangian Relaxation Approach[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 1991, 13(1):51-56.
- [22] Somuah C B and Khunaizi N. Application of Linear Programming Redispatch Technique to Dynamic Generation Allocation[J]. IEEE Transactions on Power Systems. 1990, 5(1): 20-26.
- [23] Chen C L and Chen N M. Direct Search Method for Solving Economic Dispatch Problem Considering Transmission Capacity Constraints[J]. IEEE Transactions on Power Systems. 2001, 16(4): 764-769.
- [24] Badics Z and Cendes Z J. A Newton-Raphson Algorithm with Adaptive Accuracy Control Based on A Block-Preconditioned Conjugate Gradient Technique[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(5): 1652-1655.
- [25] Seo J, Im C, Kwak S, et al. An Improved Particle Swarm Optimization Algorithm Mimicking Territorial Dispute Between Groups for Multimodal Function Optimization Problems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(6): 1046-1049.
- [26] Lou Y, Li J and Shi Y. A Differential Evolution Based on Individual-Sorting and Individual-Sampling Strategies[J]. 2011 IEEE Symposium on Differential Evolution (SDE), 2011, 1-8.
- [27] Elsayed W, Hegazy Y, El-Bages M, et al. Improved Random Drift Particle Swarm Optimization with Self-Adaptive Mechanism for Solving the Power Economic Dispatch Problem[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017: 1017-1026.
- [28] Loia V and Vaccaro A. Decentralized Economic Dispatch in Smart Grids by Self-Organizing Dynamic Agents[J]. IEEE Transactions on Systems, 2014, 44(4): 397-408.

- [29] Nutkani I U, Loh P C, Wang P, et al. Decentralized Economic Dispatch Scheme with Online Power Reserve for Microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(1): 139-148.
- [30] Elsayed W T and El-Saadany E F. A Fully Decentralized Approach for Solving the Economic Dispatch Problem[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(4): 2179-2189.
- [31] Erseghe T. Distributed Optimal Power Flow Using ADMM[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(5): 2370-2380.
- [32] Iutzeler F. Distributed Computation of Quantiles Via ADMM[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(5): 619-623.
- [33] Mhanna S, Verbič G and Chapman A C. Adaptive ADMM for Distributed AC Optimal Power Flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(3): 2025-2035.
- [34] Zhang X, Khalili M M and Liu M. Recycled ADMM: Improving the Privacy and Accuracy of Distributed Algorithms[J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2020, 15: 1723-1734.
- [35] He X, Zhao Y and Huang T. Optimizing the Dynamic Economic Dispatch Problem by the Distributed Consensus-Based ADMM Approach[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(5): 3210-3221.
- [36] Yang Q, Chen G and Wang T. ADMM-Based Distributed Algorithm for Economic Dispatch in Power Systems with Both Packet Drops and Communication Delays[J] IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 7(3): 842-852.
- [37] Wang Z, Zhu S, Ding T, et al. An ADMM-Based Distributed Algorithm for Economic Dispatch in Multi-Energy Systems[J]. 2021 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM), 2021, 1-5.
- [38] Huang S, Wu Q, Guo Y, et al. Distributed Voltage Control Based on ADMM for Large-Scale Wind Farm Cluster Connected to VSC-HVDC[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2020, 11(2): 584-594.
- [39] Zhou D, Niu X, Xie Y, et al. An Economic Dispatch Method of Microgrid Based on Fully Distributed ADMM Considering Demand Response[J]. Sustainability, 2022, 14(7): 3751.
- [40] Bauso D. Game Theory: Models, Numerical Methods and Applications[M]. now, 2014.
- [41] Vidal R, Shakernia O, Kim H, et al. Probabilistic Pursuit-Evasion Games: Theory, Implementation, and Experimental Evaluation[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 18(5): 662-669.
- [42] Srivastava V, Neel J, Mackenzie A B, et al. Using Game Theory to Analyze Wireless ad hoc Networks[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2005, 7(4): 46-56.

- [43] Yang P, Tang G and Nehorai A. A Game-Theoretic Approach for Optimal Time-of-Use Electricity Pricing[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 884-892.
- [44] Valenzuela J and Maxumdar M. A Probability Model for the Electricity Price Duration Curve Under An Oligopoly Market[J]. 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006, 25(7): 178-186.
- [45] 刘安诺, 井天军, 何欣, 等. 基于 Stackelberg 博弈法的光伏消纳模型设计与仿真计算[J]. 电子设计工程, 2021, 29(24): 111-115.
- [46] 宋少群, 黄文英, 陈峰, 等. 基于合作博弈的分布式能源优化运行策略研究[J]. 电器与能效管理技术, 2018(20): 21-27+43.
- [47] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [48] Munz U, Papachristodoulou A and Allgower F. Consensus in Multi-Agent Aystems With Coupling Delays and Switching Topology[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(12): 2976-2982.
- [49] Mahmoud M S and Khan G D. LMI Consensus Condition for Discrete-Time Multi-Agent Systems[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2018, 5(2): 509-513.
- [50] Miao G, Xu S, Zhang B, et al. Mean Square Consensus of Second-Order Multi-Agent Systems Under Markov Switching Topologies[J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2014, 31(2): 151-164.
- [51] Jadbabaie A, Lin Jie and Morse A S. Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [52] Zhang Z and Chow M. Incremental Cost Consensus Algorithm in A Smart Grid Environment[C]. 2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2011, 1-6.
- [53] Zhang Z, Chow M Y. Convergence Analysis of the Incremental Cost Consensus Algorithm Under Different Communication Network Topologies in A Smart grid[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(4): 1761-1768.
- [54] Zhang Z A and Chow M Y. The Leader Election Criterion for Decentralized Economic Dispatch Using Incremental Cost Consensus Algorithm[C]. IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2011, 2730-2735.
- [55] Zhang Z A Ying X C and Chow M Y. Decentralizing the Economic Dispatch Problem Using A Two-Level Incremental Cost Consensus Algorithm in A Smart Grid Environment[C]. 2011 North American Power Symposium, 2011, 1-7.

- [56] Hug G, Kar S and Wu C. Consensus + Innovations Approach for Distributed Multiagent Coordination in A Microgrid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 6(4): 1893-1903.
- [57] Kar S and Hug G. Distributed Robust Economic Dispatch in Power Systems: A Consensus + Innovations Approach[C]. 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2012, 1-8.
- [58] Zhang Z, Rahbari-Asr N and Chow M Y. Asynchronous Distributed Cooperative Energy Management Through Gossip-Based Incremental Cost Consensus Algorithm[C]. 2013 North American Power Symposium (NAPS), 2013, 1-6.
- [59] Zhang Y , Rahbari-Asr N , Chow M Y . A Robust Distributed System Incremental Cost Estimation Algorithm for Smart Grid Economic Dispatch With Communications Information Losses[J]. Journal of Network & Computer Applications, 2016, 59:315-324.
- [60] Wang R , Li Q Q , Li G G , et al. A Gossip-Based Distributed Algorithm for Economic Dispatch in Smart Grids with Random Communication Link Failures[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(6):4635-4645.
- [61] Wang R, Li Q Q, Shi Y, et al. A Gossip-Based Asynchronous Distributed Algorithm for Economic Dispatch Problem with Transmission Losses[C]. 2019 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT Asia), 2019, 770-775.
- [62] Aysal T C, Yildiz M E and Scaglione A. Broadcast Gossip Algorithms[C]. 2008 IEEE Information Theory Workshop, 2008, 343-347.
- [63] Aysal T C, Yildiz M E, Sarwate A D, et al. Broadcast Gossip Algorithms for Consensus[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7): 2748-2761.
- [64] Lai J, Lu X, Wang F, et al. Broadcast Gossip Algorithms for Distributed Peer-to-Peer Control in AC Microgrids[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2019, 55(3): 2241-2251.
- [65] Wang Z D, Hui W, Li A, et al. Distributed Parameter Estimation in Unreliable Sensor Networks Via Broadcast Gossip Algorithms[J]. Neural Networks: The Official Journal of the International Neural Network Society, 2016, 73(C): 1-9.
- [66] Wang D W, Huang W C, Huang Y W, et al. Distributed Economic Dispatch Based on Broadcast Gossip Consensus Algorithm in Smart Grid[C]. 2020 Chinese Automation Congress (CAC), 2020, 5130-5136.
- [67] Cao C, Xie J, Yue D, et al. A distributed Gradient Algorithm Based Economic Dispatch Strategy for Virtual Power Plant[C]. 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), 2016, 7826-7831.
- [68] Zhang H, Liang S, Qu M H, et al. An Asynchronous Distributed Gradient Algorithm for Economic Dispatch Over Stochastic Networks[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2021, 124(5): 106240.

- [69] Zhang H, Liang S, Liang J, et al. Convergence Analysis of A Distributed Gradient Algorithm for Economic Dispatch in Smart Grids[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 134(5): 107373.
- [70] Guo F, Wen C, Mao J, et al. Distributed Economic Dispatch for Smart Grids with Random Wind Power[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 7(3): 1572-1583.
- [71] Shao S, Gao F, Wu J, et al. Distributed Gradient Algorithm for Economic Dispatch of Multi-Area Power Systems[J]. 2019 IEEE Sustainable Power and Energy Conference (iSPEC), 2019, 1681-1686.
- [72] Wang R, Li Q, Zhang B, et al. Distributed Consensus Based Algorithm for Economic Dispatch in A Microgrid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(4): 3630-3640.
- [73] Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis [M]. Cambridge University Press, 2012.
- [74] Berman A, Plemmons R J. Nonnegative Matrices in the Mathematical Sciences[J]. Society for Industrial & Applied Mathematics, 1994.
- [75] Soliman A, Mantawy, Hassan A H. Modern Optimization Techniques with Applications in Electric Power Systems[M]. Germany: Springer-Verlag, 2011.
- [76] Boyd S P, Vandenberghe L. Convex Optiminization[M]. Cambridge University Press, 2004.
- [77] Lin C R, Hu B, Shao C Z, et al. An Analysis of Delay-Constrained Consensus-Based Optimal Algorithms in Virtual Power Plants[J]. ISA Transactions, 2021.
- [78] Van der Aa N, Ter Morsche H, Mattheij R. Computation of Eigenvalue and Eigenvector Derivatives for A general Complex-Valued Eigensystem[J]. The Electronic Journal of Linear Algebra, 2007, 16: 300-314.
- [79] Wu S, Rabbat M G. Broadcast Gossip Algorithms for Consensus on Strongly Connected Digraphs[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(16): 3959-3971.
- [80] Xiao F, Wang L. Dynamic Behavior of Discrete-Time Multiagent Systems with General Communication Structures[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2006, 370(2): 364-380.
- [81] Zhao C C, Duan X, Shi Y. Analysis of Consensus-Based Economic Dispatch Algorithm Under Time Delays[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 50(8): 2978-2988.
- [82] Bhatia R. Matrix Analysis (Graduate Texts in Mathmematies)[M]. Spring-Verlag, 1997.
- [83] Cai K, Ishii H. Average Consensus on General Strongly Connected Digraphs[J]. Automatica, 2012, 48(11): 2750-2761.
- [84] Yang S, Tan S, Xu J X. Consensus Based Approach for Economic Dispatch Problem in A Smart Grid[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(4): 4416-4426.